Die Mechanik fester Körper

Blau, Ernst

Hannover, 1905

§ 32. Zapfenreihung. Beispiele 132-136

§ 32. Zapfenreibung.

a) Am zylindrischen Tragzapfen.

Da die Reibung am zylindrischen Tragzapfen nur eine spezielle Art der gleitenden Reibung ist, gelten für jene dieselben Gesetze wie für diese; es ist dann $W = \varphi \cdot N$, wenn φ der **Zapfenreibungskoeffizient ist.**

φ beträgt je nach der Güte des Schmiermittels $0{,}014 \div 0{,}1$.

Der Zapfenreibungswiderstand wirkt in der Richtung der Tangente an den Zylindermantel, mithin ist sein Moment in bezug auf die Drehachse

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{r} = \varphi \cdot \boldsymbol{N} \cdot \boldsymbol{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (85)$$

Die zur Überwindung der Reibung nötige mechanische Arbeit ist gleich Widerstand mal Weg, also während einer Umdrehung des Zapfens

$$W \cdot s = W \cdot 2\, r\, \pi = 2\, \pi\, r \cdot \varphi\, N,$$

folglich, wenn n die Tourenzahl bezeichnet, innerhalb einer Sekunde

$$\boldsymbol{E} = \frac{2\,\pi}{60} \cdot \boldsymbol{r}\, \varphi\, \boldsymbol{N}\, \boldsymbol{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(86 a)}$$

Wird r in Metern und N in kg ausgedrückt, so ergibt sich E in mkg/sek. In PS wird

$$\boldsymbol{E} = \frac{2\,\pi}{60 \cdot 75}\, \boldsymbol{r}\, \varphi\, \boldsymbol{N}\, \boldsymbol{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(86 b)}$$

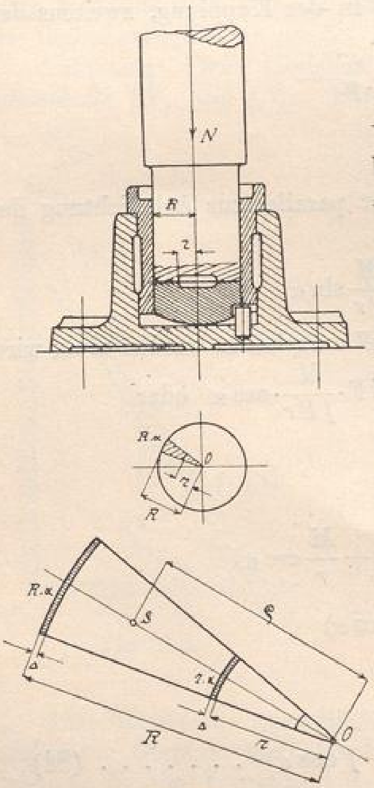

Fig. 108.

b) Am zylindrischen Spurzapfen.

Die Reibung des Spurzapfens auf seiner Unterlage ist ebenfalls eine Art gleitender Reibung; die Formel (82) findet somit auch hier Anwendung.

Das Moment der Reibung ist indes von dem am Tragzapfen verschieden.

In Fig. 108 sei ein ebener Ringspurzapfen mit dem äußeren Halbmesser R und dem innern r vorausgesetzt. Für einen neuen Zapfen ist die Annahme, daß sich der Druck gleichmäßig auf die Unterstützungsspurplatte verteile, erlaubt. Der Druckmittelpunkt in einem Ringstückchen hat von der Achse den Abstand laut (57)

$$\varrho = \frac{2}{3} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha^0} \cdot \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}$$

Da α sehr klein und

$$\frac{180}{\pi} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha^0} = \frac{\sin \alpha}{\widehat{\alpha}} \sim 1$$

ist, ergibt sich

$$\varrho = \frac{2}{3} \cdot \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}$$

Demnach wird das Reibungsmoment

$$\boldsymbol{M} = \frac{2}{3} \varphi \boldsymbol{N} \frac{\boldsymbol{R}^3 - \boldsymbol{r}^3}{\boldsymbol{R}^2 - \boldsymbol{r}^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (87)$$

Ist die Unterstützungsfläche eine volle Kreisfläche, dann wird

$$\boldsymbol{M} = \frac{2}{3} \varphi \boldsymbol{N} \cdot \boldsymbol{R} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (88)$$

Die pro Sekunde verbrauchte Arbeit zur Überwindung des Reibungswiderstandes beträgt beim Ringspurzapfen

$$E = \varphi \cdot N \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \cdot \pi \frac{n}{60 \cdot 75} \text{ PS oder}$$

$$\boldsymbol{E} = \frac{\pi}{45 \cdot 75} \cdot \frac{\boldsymbol{R}^3 - \boldsymbol{r}^3}{\boldsymbol{R}^2 - \boldsymbol{r}^2} \varphi \boldsymbol{N} \boldsymbol{n} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (89)$$

Beim vollen Spurzapfen dagegen ist diese

$$\boldsymbol{E} = \frac{\pi}{45 \cdot 75} \cdot \boldsymbol{R} \varphi \boldsymbol{N} \boldsymbol{n} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (90)$$

Die Erfahrung hat gezeigt, daß bei eingelaufenen Zapfen der Druck auf die Flächeneinheit umgekehrt proportional der Geschwindigkeit, also auch umgekehrt proportional der Entfernung vom Zapfenmittelpunkte ist. Ist der Druck nun außen p_a, innen p_i, so gilt

$$\frac{p_a}{p_i} = \frac{r}{R}$$

Wird nun ein kleines Ringstückchen in lauter konzentrische Streifen von unendlicher kleiner Breite $\triangle$ zerlegt, so ist der Druck auf den äußersten Streifen $p_a \cdot R \cdot \alpha \cdot \triangle$, auf den innersten $p_i \cdot R \cdot \alpha \cdot \triangle$. — Da aber laut obiger Gleichung $p_a \cdot R = p_i \cdot r$ ist, folgt, daß die äußersten und innersten Streifen gleiche Drücke aufnehmen. Dasselbe gilt auch für alle andern Streifen, so daß die Mittelkraft aller Drücke also von der Drehachse den Abstand

$$\varrho = \frac{R + r}{2}$$

haben muß. Das Reibungsmoment bei dem eingelaufenen Ringspurzapfen erhält somit den Wert

$$\boldsymbol{M} = \varphi \boldsymbol{N} \cdot \frac{\boldsymbol{R} + \boldsymbol{r}}{2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (91)$$

bei dem vollen Zapfen hingegen

$$\boldsymbol{M} = \frac{1}{2} \varphi \boldsymbol{N} \cdot \boldsymbol{R} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (92)$$

Die pro Sekunde zur Überwindung des Reibungswiderstandes am eingelaufenen Ringspurzapfen nötige Arbeit wird

$$E = \varphi \cdot N \cdot 2 \pi \cdot \frac{n}{60 \cdot 75} \text{ PS oder}$$

$$\boldsymbol{E} = \varphi \boldsymbol{N} (\boldsymbol{R} + \boldsymbol{r}) \frac{\pi \boldsymbol{n}}{60 \cdot 75} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (93)$$

am eingelaufenen, vollen Spurzapfen dagegen

$$\boldsymbol{E} = \varphi \boldsymbol{N} \cdot \boldsymbol{R} \frac{\pi \boldsymbol{n}}{60 \cdot 75} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (94)$$

Beispiele.

132. Eine Welle, die eine 100 kg schwere Scheibe aufnimmt, ist mittels zweier Tragzapfen mit dem Durchmesser $d = 60$ mm gelagert. Welche Leistung geht durch Reibung in den Lagern verloren, wenn die Welle $n = 120$ Touren macht und der Reibungskoeffizient $\varphi = 0,1$ ist?

Auflösung: $$E = \frac{2\pi}{60 \cdot 75} \cdot r \varphi N n$$

$$E = \frac{2\pi \cdot 0,03 \cdot 0,1 \cdot 100 \cdot 120}{60 \cdot 75}$$

$$\boldsymbol{E = 0,05 \text{ PS}}$$

133. Der Druck auf einen Tragzapfen beträgt N kg — Die Tourenzahl des Zapfens ist n — Wie lang muß der Zapfen sein, damit die Reibungsarbeit höchstens 1 mkg/qcm werde? $\varphi = 0,05 = \frac{1}{20}$.

Auflösung: Der Flächendruck des Zapfens ist

$$q = \frac{N}{dl}$$

Die Reibungsarbeit pro Sekunde wird

$$a = \varphi \frac{N}{dl} \cdot \frac{d\pi n}{60} = \varphi \frac{N}{l} \cdot \frac{\pi n}{60}$$

$$1 \text{ mkg/qcm} = 1000 \text{ mmkg}/100 \text{ qmm} = 10 \text{ mmkg}/1 \text{ qmm}$$

$$a \leqq 10 \text{ mmkg}/1 \text{qmm}$$

$$\varphi \frac{N}{l} \cdot \frac{\pi n}{60} = 10$$

$$l = \varphi \frac{N \cdot \pi n}{600} \sim \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{200} N n$$

$$\boldsymbol{l \sim \frac{1}{4000} N \cdot n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{(95)}$$

134. Eine schmiedeeiserne, runde Welle soll eine Leistung von N PS bei n Touren übertragen. Ihr Durchmesser ist $d = 0,12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ Meter, ihre Länge l Meter. — Der wievielte Teil der Leistung geht durch Reibung in ihren Lagern verloren, wenn $\varphi = 0,05$ ist und das spezifische Gewicht für Schmiedeeisen rund mit $\gamma = 8$ kg/cdm angenommen wird?

Auflösung: Das Gewicht der Welle in kg ist

$$G = \left(\frac{d^2 \pi}{4} \cdot l \cdot \gamma\right) \text{kg}$$

In dieser Rechnung werden alle Maße auf Meter und kg bezogen.

Der Effektsverlust, in mkg/sek gemessen, wird

$$E = \frac{2\pi}{60} r \varphi G n$$

$$E = \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{1}{20} \cdot \frac{d^2\pi}{4} l \gamma n$$

$$E = \frac{\pi}{60 \cdot 80} \cdot 0{,}12^3 \cdot \frac{N}{n} \cdot l \gamma n$$

$$E = \frac{\pi^2 \cdot 0{,}12^3}{60 \cdot 80} \cdot 8000 \cdot Nl$$

$$E = \frac{\pi^2 \cdot 0{,}001728 \cdot 10}{6} = 0{,}0288\, Nl$$

$$\boldsymbol{E \sim 0{,}03\, Nl} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(96)}$$

D. h. pro 1 m Wellenlänge gehen $\frac{3}{100} N$ mkg/sek verloren?

Für $N = 50$ PS und $l = 100$ m ergibt sich z. B.

$$E = \frac{0{,}03 \cdot 50 \cdot 100}{75} = 2 \text{ PS}$$

135. Der volle, ebene Stützzapfen einer vertikal geachsten Turbine, welche 246 PS bei 46 Touren überträgt, muß einen Druck von 10000 kg aufnehmen und hat einen Durchmesser von 170 mm. Wie groß ist die durch Reibung verloren gehende Leistung und wie viele Prozente der Gesamtleistung der Turbine beträgt sie a) wenn der Zapfen eingelaufen, b) wenn er neu ist? $\varphi = 0{,}08$.

Auflösung: a) $$E = \varphi N R \frac{\pi n}{60 \cdot 75}$$

$$E = \frac{0{,}08 \cdot 10000 \cdot 0{,}085 \cdot \pi \cdot 46}{60 \cdot 75}$$

$$\boldsymbol{E \sim 2{,}18 \text{ PS}}$$

$$218 : 246 = 0{,}89, \text{ d. h.}$$

es gehen durch Reibung **0,89%** der Gesamtleistung der Turbinen verloren.

b) $$E = \frac{\pi}{45 \cdot 75} \cdot R \varphi N n$$

$$E = \frac{\pi \cdot 0{,}085 \cdot 0{,}08 \cdot 10000 \cdot 46}{45 \cdot 75}$$

$$\boldsymbol{E \sim 2{,}9 \text{ PS}}$$

$$290 : 246 = 1{,}18, \text{ d. h.}$$

der Verlust beträgt beim neuen Zapfen 1,18% der Gesamtleistung.

136. Der Ringspurzapfen einer vertikal geachsten Turbine hat 430 mm äußeren und 300 mm inneren Durchmesser. Der Druck auf ihn beträgt 20635 kg. Die Turbine hat 1250 PS bei 120 Touren zu übertragen. Wie groß ist der durch Reibung verloren gehende Effekt, wenn vorausgesetzt wird, daß der Zapfen eingelaufen und $\varphi = 0{,}08$ ist?

Auflösung: $$E = \varphi N (R + r) \frac{\pi n}{60 \cdot 75}$$

$$E = 0{,}08 \cdot 20635 \cdot (0{,}215 + 0{,}15) \frac{\pi \cdot 120}{60 \cdot 75}$$

$$\boldsymbol{E \sim 5{,}05}\ \mathbf{PS}$$

$$505 : 1250 = 0{,}405$$

Der Effektsverlust ist **0,405 %** der Gesamtleistung.

§ 33. Das Bremsdynamometer oder der Prony'sche Zaum.

Die Zapfenreibung kann benutzt werden, um mittels einer geeigneten Vorrichtung, dem Bremsdynamometer oder Prony'schen Zaum, Fig. 109, den Effekt einer Arbeitsmaschine zu messen.

Diese Vorrichtung besteht aus einem langen **Gewichtshebel**, an dessen einem Ende mittelst fester Schrauben zwei segmentförmig ausgeschnittene

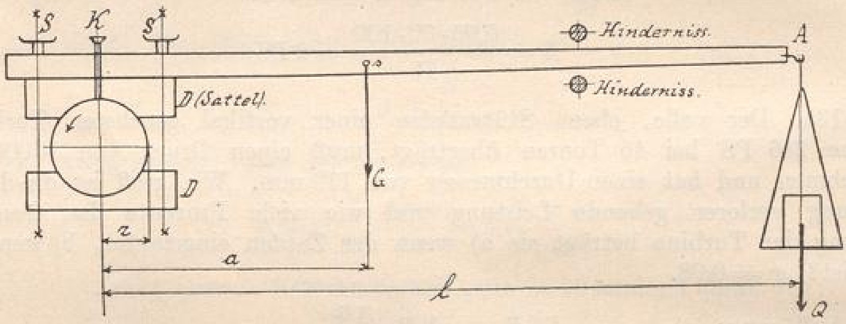

Fig. 109.

Backen (Sättel) befestigt sind und an dessen anderem Ende eine **Wagschale** hängt. Um ein Herumschleudern des Hebels zu verhindern, wird ober- und unterhalb desselben in der Nähe der Wagschale je ein festes **Hindernis** angebracht.

Die Anwendung des Zaumes ist folgende. Die Welle der Arbeitsmaschine wird von der der Kraftmaschine losgekuppelt und der Zaum auf letztere aufgebracht, wobei die Schrauben S noch nicht fest angezogen sind. Wird nun die Kraftmaschine in Gang gesetzt, so sucht ihre Welle den Zaum, in vorliegendem Falle nach links, mitzunehmen, was aber durch die feste Schwelle verhindert wird. Die Schrauben werden nun so lange angezogen, bis die Kraftmaschine ihre Tourenzahl n hat, d. h. jene Tourenzahl, welche sie früher für die Arbeitsmaschine hatte. Die Reibung des Bremszaumes verzehrt nun ebensoviel Arbeit wie die Kraftmaschinenwelle an die Arbeitsmaschinenwelle abzugeben hat-

Die Gewichtsschale wird nun mit Gewichten versehen, bis der Hebel horizontal liegt. Dann ist das Moment der Zapfenreibung gleich dem der Gewichte, also gilt

$$W \cdot r = Q \cdot l, \text{ somit}$$

$$W = Q \frac{l}{r}$$