UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Mechanik fester Körper

Blau, Ernst

Hannover, 1905

§ 57. Graphische Ermittlung der Trägheitsmomente von ebenen Flächen nach dem Verfahren von Mohr.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76868

Visual Library

§ 57. Graphische Ermittelung der Trägheitsmomente von ebenen Flächen nach dem Verfahren von Mohr.

Die gegebene Fläche wird parallel zur Achse $\overline{MN}$, in bezug auf welche das Trägheitsmoment gesucht werden soll, in eine große Zahl von Streifen zerlegt, Fig. 177.

Hierauf werden die Inhalte der Streifen $\overline{01}$, $\overline{12}$, . . ., die als Kräfte betrachtet werden können, auf einer zur Trägheitsachse parallelen Geraden auf-

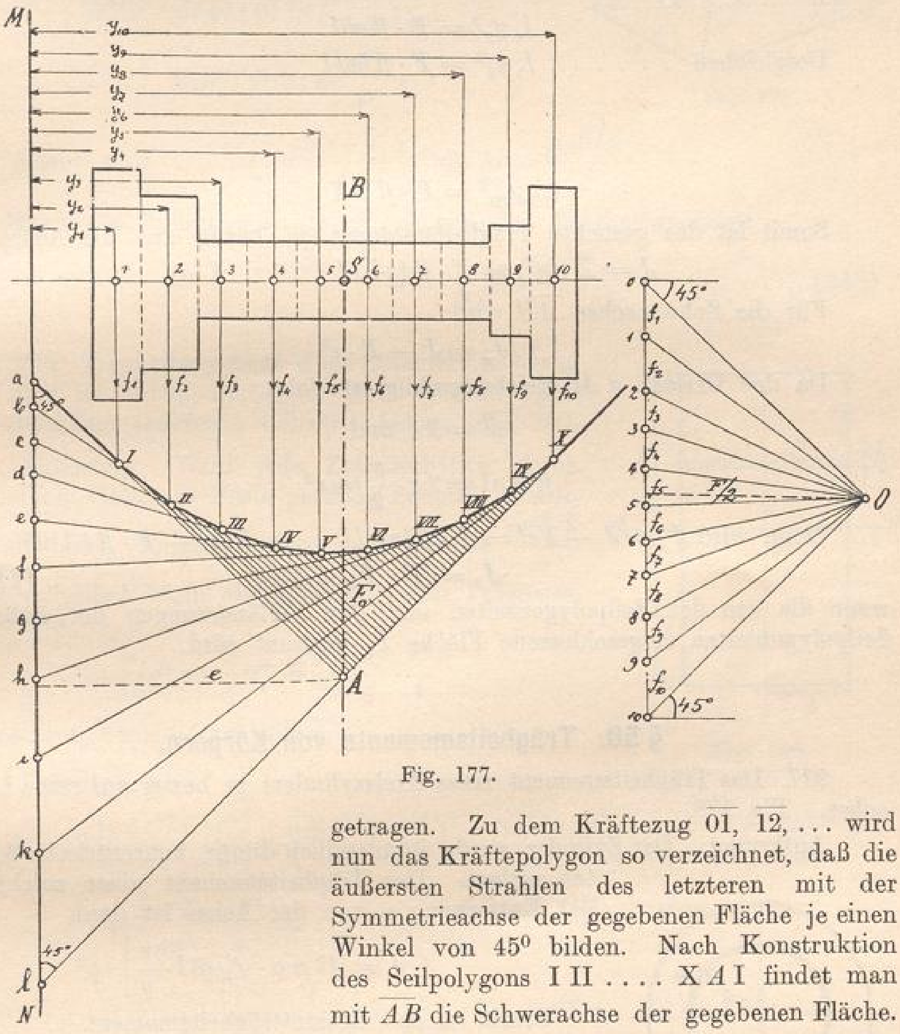

Fig. 177.

getragen. Zu dem Kräftezug $\overline{01}$, $\overline{12}$, . . . wird nun das Kräftepolygon so verzeichnet, daß die äußersten Strahlen des letzteren mit der Symmetrieachse der gegebenen Fläche je einen Winkel von 45° bilden. Nach Konstruktion des Seilpolygons I II . . . . X A I findet man mit $\overline{AB}$ die Schwerachse der gegebenen Fläche.

Die Poldistanz ist laut Konstruktion gleich $^1/_2$ von $\overline{0,10}$, d. h. $\frac{F}{2}$ —

Werden die einzelnen Seilpolygonseiten bis zur Achse $\overline{MN}$ verlängert, so entstehen ein neuer Kräftezug und ein Kräftepolygon mit dem Pole A und der Poldistanz e.

Das Trägheitsmoment des ersten Flächenstreifens f_1 in bezug auf $\overline{MN}$ ist $f_1 y_1^2$ —

Da $\triangle\, 01\,O \sim ab\,I$, folgt $y_1 : \frac{F}{2} = \overline{ab} : f_1$, so daß sich ergibt

$$f_1 y_1 = \overline{ab} \cdot \frac{F}{2} \text{ und}$$

$$f_1 y_1^2 = \overline{ab} \cdot \frac{F}{2} \cdot y_1$$

$\overline{ab} \cdot y_1$ ist die doppelte Fläche abI. Demnach wird

$$f_1 y_1^2 = F \cdot \text{fl}\; abI$$

Desgleichen . . . . . . $f_2 y_2^2 = F \cdot \text{fl}\; bcII$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$f_{10} y_{10}^2 = F \cdot \text{fl}\; klX$$

Somit ist das gesuchte Trägheitsmoment in bezug auf die Achse $\overline{MN}$

$$J = \Sigma (fy^2) = F \cdot \text{fl}\,(aI\,II \;.\;.\;.\;.\; X\,la)$$

Für die Schwerachse $\overline{AB}$ wird

$$J_s = J - F \cdot e^2$$

Da das Dreieck $a\,Al$ gleichschenklig ist, folgt

$$\overline{al} = 2\,e \text{ und}$$

$$\text{fl}\; A\,al = 2\,e \cdot \frac{e}{2} = e^2$$

Dann wird $J_s = J - Fe^2 = F \cdot \text{fl}\,(aI\,II \;.\;.\;.\; Xla) - F \cdot \text{fl}\,(A\,al)$

$$\boldsymbol{J_s = F \cdot F_o} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \textbf{(217)}$$

wenn die von den Seilpolygonseiten und den Verlängerungen der äußersten Seilpolygonseiten eingeschlossene Fläche F_o genannt wird.

§ 58. Trägheitsmomente von Körpern.

217. Das Trägheitsmoment eines Kreiszylinders in bezug auf seine Längsachse. Fig. 178.

Auflösung: Der Zylinder werde in unendlich dünne, konzentrische Schichten zerlegt. Das Trägheitsmoment einer solchen in der Entfernung ϱ von der Achse ist dann

$$\triangle J = \left[(2\,\pi\,\varrho \cdot \triangle\,\varrho)\,l \cdot \frac{\gamma}{g}\right] \cdot \varrho^2$$

Somit ist das Gesamtträgheitsmoment

$$J = 2\pi\,l\,\frac{\gamma}{g} \cdot \Sigma\,(\varrho^3 \cdot \triangle\,\varrho)$$

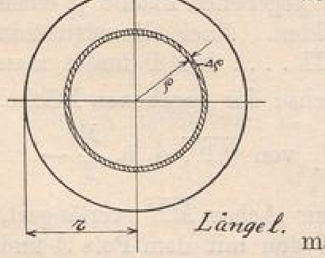

Fig. 178.

Der Ausdruck $\Sigma\,(\varrho^3 \cdot \triangle\,\varrho)$ ist leicht und folgendermaßen zu ermitteln. Eine quadratische Pyramide mit der Seite r werde im Abstande ϱ von der Spitze