Die Mechanik fester Körper

Blau, Ernst

Hannover, 1905

§ 59. Beispiele über die gleichförmig rotierende Bewegung starrer Körper um eine feste Achse. Beispiele 222-225

urn:nbn:de:hbz:466:1-76868

Für die ganze Kugel ist daher

$$J = \frac{8}{15} \cdot \frac{\pi r^5 \gamma}{g}$$

$$M = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi r^3 \gamma}{g}$$

$$\frac{J}{M} = \frac{\frac{8}{15}}{\frac{4}{3}} r^2 = \frac{2}{5} r^2$$

$$\boldsymbol{J = \frac{2}{5} M r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(222)}$$

§ 59. Beispiele über die gleichförmig rotierende Bewegung starrer Körper um eine feste Achse.

222. Auf einer Welle mit dem Radius r sitzt eine Scheibe mit dem Radius R. Wie viele Touren macht diese Scheibe, bis die Bewegung durch den Reibungswiderstand in den Lagern der Welle aufgehoben ist, wenn im Momente der Betrachtung die Umfangsgeschwindigkeit der letzteren c beträgt und der Reibungskoeffizient φ ist? Die Wellenmasse ist nicht zu berücksichtigen.

Auflösung: Die lebendige Kraft der Scheibe ist $\frac{\omega^2}{2} \cdot J$, die Arbeit des Reibungswiderstandes an den beiden Zapfen bis zum Eintreten des Ruhezustandes $\varphi G \cdot x$, wenn bis dahin ein Punkt des Zapfenumfanges den Weg x beschreibt. Es muß demnach sein

$$\frac{\omega^2}{2} \cdot J = \varphi \cdot G \cdot x$$

$$\frac{c^2}{2 r^2} \cdot \frac{G}{2 g} R^2 = \varphi G x$$

$$\frac{c^2}{4 r^2} \cdot \frac{G}{g} \cdot R^2 = \varphi G x$$

$$x = \frac{c^2 \cdot R^2}{4 \varphi g r^2} = 2 r \pi n,$$

wenn n die verlangte Tourenzahl ist

$$n = \frac{c^2 \cdot R^2}{4 \varphi g r^2 \cdot 2 r \pi}$$

$$\boldsymbol{n = \frac{c^2 \cdot R^2}{8 \varphi g \cdot \pi \cdot r^3}}$$

223. Ein starrer Körper dreht sich n mal in der Minute um eine feste Achse. Wie groß ist seine Winkelgeschwindigkeit?

Auflösung: $$\omega = \frac{2 \cdot 1 \cdot \pi \cdot n}{60}$$

$$\omega = \frac{\pi \boldsymbol{n}}{\boldsymbol{30}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(223)}$$

224. Auf einer Welle sitzt eine Schnurrolle und ein Arm. Am Ende des letzteren befindet sich eine Bleikugel mit einem Halbmesser $r = 0{,}482$ m. Welche Winkelgeschwindigkeit, Tourenzahl und Umlaufzeit hat die Kugel, wenn die Schnur mit einer Kraft von 20 kg . . . 5 m abgezogen wird? Das spezifische Gewicht des Blei beträgt 11,3 kg/cdm. Fig. 184.

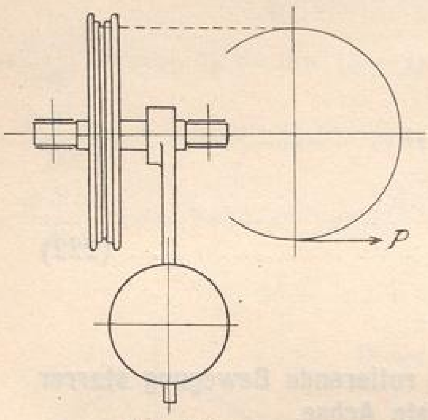

Fig. 184.

Auflösung: Der Kugel wird durch das Ziehen an der Schnur ein Arbeitsvermögen

$$L = 20 \cdot 5 = 100 \text{ kgm}$$

mitgeteilt. Daher gilt

$$100 = \frac{\omega^2}{2} \cdot J$$

$$J = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} r^3 \cdot \pi \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot r^2$$

$$J = \frac{8}{15} \pi \cdot \frac{11300}{9{,}81} \cdot 0{,}482^5$$

$$J \sim 50$$

$$\frac{\omega^2}{2} = 2; \qquad \omega^2 = 4$$

$$\boldsymbol{\omega = 2}$$

$$\omega = \frac{\pi n}{30}, \qquad n = \frac{30}{\pi} \cdot \omega = \frac{60}{\pi}$$

$$\boldsymbol{n = 19{,}1}$$

$$\omega \cdot t = 2\pi$$

$$t = \frac{2\pi}{\omega} = \pi \text{ Sek.}$$

Umlaufzeit $= \pi$ Sek.

225. Ein Eisenanker, Fig. 185, hat 80 mm Durchmesser und ist 5,5 kg schwer. Die Wicklung um ihn ist 10 mm stark und 2 kg schwer. Im Momente der Stromabstellung hat der Anker $n = 1500$ Touren. Wie lange rotiert er noch, wenn der Zapfendurchmesser $d = 15$ mm und der Zapfenreibungskoeffizient $\varphi = 0{,}03$ sind? (Die Bürsten sind abgehoben.)

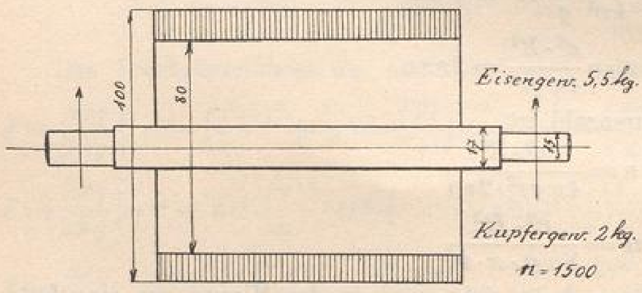

Fig. 185.

Auflösung: Die lebendige Kraft des Ankers und der Wicklung, welche als Hohlzylinder anzusehen ist, wird durch die Widerstände an dem Zapfen vernichtet. Es gilt dann

$$\frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{m}{2} \cdot r^2 + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{M}{2} (R^2 + r^2) = \varphi \cdot G \cdot x$$

In dieser Gleichung sind $m=\frac{5{,}5}{9{,}81}$, $M=\frac{2}{9{,}81}$ und x der Weg, welchen ein Punkt eines Zapfenumfangs beschreibt, bis Ruhe eintritt.

Es folgt dann weiter

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\pi n}{30}\right)^2\cdot\left[\frac{5{,}5}{2\cdot 9{,}81}\cdot 0{,}04^2+\frac{2}{2\cdot 9{,}81}\cdot(0{,}05^2+0{,}04^2)\right]=0{,}03\cdot 7{,}5\cdot x$$

$$x=\frac{\pi^2\cdot 1500^2\cdot\left[\frac{5{,}5}{2\cdot 9{,}81}\cdot 0{,}0016+\frac{1}{9{,}81}\cdot 0{,}0041\right]}{2\cdot 900\cdot 0{,}03\cdot 7{,}5}$$

π^2 kann gegen 9,81 gekürzt werden, so daß sich ergibt

$$x=\frac{1500^2\cdot[5{,}5\cdot 0{,}0016+2\cdot 0{,}0041]}{4\cdot 900\cdot 0{,}03\cdot 7{,}5}$$

$$x=\frac{22\,500\cdot 0{,}017}{36\cdot 0{,}03\cdot 7{,}5}$$

$$x\sim 47\text{ m}$$

47 m ist der Weg einer gleichförmig verzögerten Bewegung

$$47=\frac{c+v}{2}\cdot t=\frac{c}{2}\cdot t$$

$$47=0{,}5\cdot\frac{0{,}015\cdot\pi\cdot 1500}{60}\cdot t=0{,}59\,t$$

$$\boldsymbol{t\sim 80\text{ Sek.}\sim 1\text{ Min. }20\text{ Sek.}}$$

§ 60. Beispiele über die beschleunigt rotierende Bewegung starrer Körper.

226. Ein horizontal und zentrisch gelagerter, voller, homogener Zylinder mit $r=40$ cm Durchmesser und $G=2000$ kg Gewicht wird durch eine Umfangskraft $P=50$ kg angetrieben. Wie lange dauert es, bis er $n=120$ Touren macht? $g\sim 10$ m.

α) Ohne Rücksicht auf die Zapfenreibung.

β) Mit Rücksicht auf dieselbe. — Zapfenreibungskoeffizient $\varphi=0{,}1$. — Zapfendurchmesser $d=60$ mm.

Auflösung ad a): $D=\varepsilon\cdot J$

$$\varepsilon=\frac{50\cdot 0{,}2}{\frac{2000}{10\cdot 2}\cdot 0{,}04}=\frac{10}{4}=2{,}5$$

Die Bahnbeschleunigung ist $p=r\cdot\varepsilon=0{,}2\cdot 2{,}5=0{,}5$

Dann $v=\frac{2\,r\,\pi\,n}{60}=\frac{0{,}4\,\pi\,n}{60}=\frac{0{,}4\,\pi\cdot 120}{60}$

$$v\sim 2{,}5\text{ m}$$

$$2{,}5=p\cdot t$$

$$t=\frac{2{,}5}{0{,}5}$$

$$\boldsymbol{t\sim 5\text{ Sek.}}$$