



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Mechanik fester Körper

Blau, Ernst

Hannover, 1905

§ 63. Beschleunigungsdruck. Beispiel 245

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76868](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76868)

r kann ausgedrückt werden durch $l \cdot \sin \alpha$

$$2r\pi = \sqrt{gr \operatorname{tg} \alpha} \cdot t$$

$$t = \frac{2r\pi}{\sqrt{gr \operatorname{tg} \alpha}} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{r}}{g \cdot \sqrt{\frac{r}{h}}}$$

$$t = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{h} \dots \dots \dots (241)$$

$h = l \cos \alpha$ heißt **Pendelhöhe**. Wird dieselbe 4mal so groß, so dauert ein Umlauf des Kegelpendels 2mal so lange.

$$v^2 = gr \cdot \operatorname{tg} \alpha = g \cdot r \cdot \frac{r}{h} = \frac{\pi r^2 n^2}{30^2}$$

$$n = \frac{30}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{h}} \dots \dots \dots (242)$$

§ 63. Beschleunigungsdruck.

Um die hin und her gehenden Teile einer Dampfmaschine (Kolben, Kolbenstange, Kreuzkopf usw.) in Bewegung zu setzen, bzw. zu beschleunigen, ist eine gewisse Kraft nötig, welche dem totalen Dampfdruck entnommen wird, so daß nur jener Druck arbeitsleistend ins Gestänge geleitet wird, der nach Abzug dieses sogenannten **Beschleunigungsdruckes** vom Dampfdruck übrigbleibt. Da in der zweiten Hälfte des Kolbenhubes der Zwang der Kurbelbewegung die Massen verzögert, werden letztere jene Arbeit, die sie früher ansammelten, jetzt an die Kurbel abgeben, und zum bestehenden Dampfdrucke addiert sich noch der Druck der verzögerten Massen.

So wird bei jedem Kolbenhube wohl die ganze Arbeit des Dampfes auf die Kurbel übertragen, indes nicht im Maße der Wirkung auf den Kolben, sondern nach einem durch die bewegten Massen beeinflussten Gesetze.

a) Die Schubstange sei unendlich lang.

Man denke sich alle hin und her gehenden Teile einer Dampfmaschine

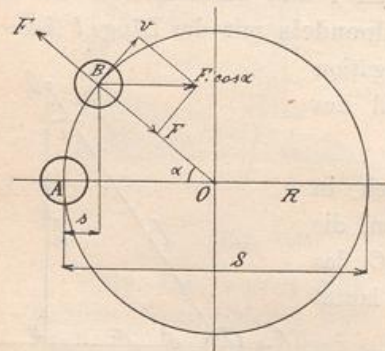


Fig. 201.

im Kurbelzapfen vereinigt und mit der Kurbel rotierend, Fig. 201. — Diese ideale Masse würde infolge der Trägheit sich in jedem Augenblicke in der Tangente vom Kreise entfernen wollen, wenn sie nicht durch einen radial einwärts gerichteten Widerstand, die Zentripetalkraft F , daran gehindert werden würde. In der Zeit, während die Kurbel von der Totlage aus den Winkel α durchläuft, gelangt die Masse von A nach B ; sie hat dann im Sinne der Horizontalen den Weg $s = R(1 - \cos \alpha)$ zurückgelegt. Ihre Geschwindigkeit in tangentialer Richtung ist v , in horizontaler $c = v \cdot \sin \alpha$.

Nun ist in Wirklichkeit die Masse nicht im Kurbelzapfen angehäuft, sondern in Kolben, Kolbenstange, Kreuzkopf usw. verteilt. Da diese Massen

nun nicht vom Kurbelzapfen mitgeschleppt werden, sondern im Gegenteil einen Druck auf ihn übertragen sollen, muß ein Teil des Dampfdruckes, der auf der arbeitenden Kolbenseite wirkt, zur Beschleunigung der hin und her gehenden Massen verwendet werden, vermöge welcher er die Kurbel treibend folgt; d. h. während der Zeit, in der die Kurbel den Winkel α durchheilt, hat der Kolben den Weg $s = R(1 - \cos \alpha)$ durch den Dampfdruck geführt zu werden und muß bis dahin die Geschwindigkeit $c = v \cdot \sin \alpha$ erlangt haben.

Wenn aber zwei Massen durch zwei Kräfte in gleichen Zeiten, von gleichen Anfangsgeschwindigkeiten O aus, nach gleichen Gesetzen bewegt werden, so sind die bewegenden Kräfte selbst einander gleich. Es ist somit der Beschleunigungsdruck

$$Q = F \cdot \cos \alpha$$

Ist $\frac{P}{g}$ die Masse der hin und her gehenden Teile, so ist

$$F = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{P}{g} \cdot \left(\frac{2 R \pi n}{60}\right)^2 \cdot \frac{1}{R} = \frac{P}{g} \cdot \left(\frac{S n}{30}\right)^2 \cdot \frac{\pi^2}{4 R} = \frac{P}{g} c^2 \cdot \frac{\pi^2}{2 S}$$

$$F = \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{P}{g} \cdot \frac{c^2}{S}$$

und somit

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi^2}{g} \cdot P \cdot \frac{c^2}{S} \cos \alpha \quad \text{oder}$$

$$Q = \frac{1}{2} \cdot P \cdot \frac{c^2}{S} \cos \alpha \dots \dots \dots (243 a)$$

dagegen pro Flächeneinheit des Kolbens

$$q = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi^2}{g} \cdot \frac{P}{f} \cdot \frac{c^2}{S} \cos \alpha \quad \text{oder}$$

$$q = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{f} \cdot \frac{c^2}{S} \cos \alpha \dots \dots \dots (243 b)$$

wenn der Querschnitt des Kolbens f qcm beträgt.

Hiermit ist die Abhängigkeit des Druckes q von α gezeigt.

Es soll nun der Zusammenhang zwischen q und dem zugehörigen Kolbenweg gesucht werden.

Allgemein ist $s = R(1 - \cos \alpha)$, d. h.

$$\cos \alpha = \frac{R - s}{R} = 1 - \frac{s}{R}, \text{ also}$$

$$q = \frac{F}{f} \left(1 - \frac{s}{R}\right) \dots \dots \dots (244)$$

Werden die Größen von s als Abszissen und die von q als Ordinaten

und zwar wegen späterer Kombination des Beschleunigungsdruck-Diagrammes mit dem Indikatordiagramm die positiven nach abwärts und die negativen nach aufwärts aufgetragen, so ist die Kurve der Beschleunigungsdrücke eine Gerade, Fig. 202.

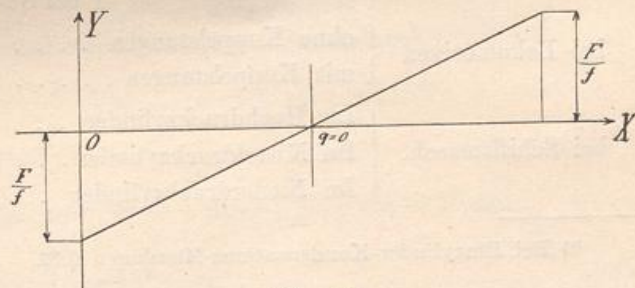


Fig. 202.

$$\text{Für } s = 0 \dots q = \frac{F}{f} \left(1 - \frac{0}{R}\right) = \frac{F}{f}$$

$$\text{für } s = \frac{S}{2} \dots q = \frac{F}{f} \left(1 - \frac{\frac{S}{2}}{\frac{S}{2}}\right) = 0$$

$$\text{für } s = S \dots q = \frac{F}{f} \left(1 - \frac{S}{\frac{S}{2}}\right) = \frac{F}{f} (1 - 2) = -\frac{F}{f}$$

Die Fläche, welche zwischen Beschleunigungsdruckkurve und der Achse OX liegt, stellt die Arbeit des Beschleunigungsdruckes dar.

b) Die Schubstange sei endlich lang.

Bei endlich langer Schubstange ist die Kolbenbeschleunigung laut (26)

$$p = \frac{v^2}{R} \left(\cos \alpha \pm \frac{R}{L} \cos 2\alpha \right)$$

Daher wird der Beschleunigungsdruck

$$Q = M \frac{v^2}{R} \left(\cos \alpha \pm \frac{R}{L} \cos 2\alpha \right),$$

wenn $M = \frac{P}{g}$ die Masse aller hin und her gehenden Teile bedeutet. Nun ist $\frac{M v^2}{R} = F - F$ war aber gleich $\frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{P}{g} \cdot \frac{c^2}{S} \sim \frac{1}{2} \cdot P \cdot \frac{c^2}{S}$. Somit wird der Beschleunigungsdruck pro 1 qcm Kolbenfläche

$$q = \frac{F}{f} \left(\cos \alpha \pm \frac{R}{L} \cos 2\alpha \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{f} \cdot \frac{c^2}{S} \left(\cos \alpha \pm \frac{R}{L} \cos 2\alpha \right) \quad (245)$$

$\frac{P}{f}$, das auf 1 qcm entfallende Gewicht der hin und her gehenden Teile einer Dampfmaschine, wird nach Radinger

bei Stabilmasch.	Im Hochdruckzyl.	bei $S \leq 0,7$ m 0,28 kg*)
		bei $S > 0,7$ m 0,4 kg
	Im Niederdruckzyl.	bei $S \leq 0,9$ m 0,2 kg
		bei $S > 0,9$ m 0,22 kg
bei Lokomotiven	ohne Kuppelstangen 0,33 kg	
	mit Kuppelstangen 0,45 ÷ 0,55 kg	
bei Schiffsmasch.	Im Hochdruckzylinder 0,45 kg	
	Im Mitteldruckzylinder 0,20 kg	
	Im Niederdruckzylinder 0,15 kg	

*) Bei Einzylinder-Kondensations-Maschinen 0,33.

Beispiel.

245. Die Konstruktion der Beschleunigungsdruckkurve bei Vorhandensein einer endlich langen Schubstange und bei $\frac{R}{L} = \frac{1}{5}$ anzugeben. Spezielle Durchführung für eine Maschine, deren Zylinder 450 mm Durchmesser und 600 mm Hub besitzt, und deren Tourenzahl $n = 200$ ist. Fig. 203.

Auflösung: Für $\alpha = 0$ wird

$$q_{\alpha=0} = q_1 = \frac{F}{f} \left(\cos 0^\circ + \frac{1}{5} \cos 0^\circ \right) = \frac{F}{f} \left(1 + \frac{1}{5} \right)$$

$$q_1 = \frac{6}{5} \cdot \frac{F}{f} \dots \dots \dots (246)$$

„Der Beschleunigungsdruck am Anfange des Kolbenhinganges ist bei endlich langer Schubstange $\frac{6}{5}$ desjenigen bei unendlich langer.“

$\frac{1}{5} \cdot \frac{F}{f}$ werde gleich m gesetzt.

Die Konstruktion des Punktes I ist aus Fig. 203 ersichtlich. Speziell wird

$$c = \frac{nS}{30} = \frac{200 \cdot 0,6}{30} = 4 \text{ m}$$

$$\frac{F}{f} = \frac{1}{2} \cdot 0,28 \cdot \frac{16}{0,6} = 0,93 \cdot 4 = 3,72 \text{ kg/qcm}$$

$$q_1 = \frac{6}{5} \cdot \frac{F}{f} = 4,46 \text{ kg/qcm}$$

Für $\alpha = 180^\circ = \pi$ ergibt sich

$$q_{\alpha=\pi} = q_2 = \frac{F}{f} \left(\cos \pi + \frac{1}{5} \cos 2\pi \right) = \frac{F}{f} \left(-1 + \frac{1}{5} \right)$$

$$q_2 = -\frac{4}{5} \cdot \frac{F}{f} \dots \dots \dots (247)$$

„Zu Beginn des Kolbenrückganges ist der Beschleunigungsdruck bei endlich langer Schubstange $\frac{4}{5}$ desjenigen bei unendlich langer.“

Behufs Konstruktion des Punktes II siehe Fig. 203.

Speziell ist $q_2 = -\frac{4}{5} \cdot 3,72$

$$q_2 = -2,97 \text{ kg/qcm}$$

Für $\alpha = 45^\circ$ wird bei unendlich langer Schubstange

$$q'_{\alpha=45^\circ} = q_3' = \frac{F}{f} \cos 45^\circ$$

und bei endlich langer

$$q_{\alpha=45^\circ} = q_3 = \frac{F}{f} \left(\cos 45^\circ + \frac{1}{5} \cos 90^\circ \right) \text{ oder}$$

$$q_3 = \frac{F}{f} \cos 45^\circ = q_3' \dots \dots \dots (248)$$

d. h. „Die Beschleunigungsdrücke beim Kurbeldrehungswinkel $\alpha = 45^\circ$ sind für unendlich große und endlich große Schubstange einander gleich.“

Wird $\alpha = 135^\circ$, dann gilt für unendlich lange Schubstange

$$q_{\alpha = 135^\circ} = q_4' = \frac{F}{f} \cos 135^\circ = -\frac{F}{f} \cos 45^\circ$$

und bei endlich langer

$$q_{\alpha = 135^\circ} = q_4 = \frac{F}{f} (\cos 135^\circ + \frac{1}{5} \cos 270^\circ)$$

$$q_4 = -\frac{F}{f} \cdot \cos 45^\circ = q_4' \dots \dots \dots (249)$$

d. h. „Beim Kurbeldrehungswinkel 135° sind ebenfalls die Beschleunigungsdrücke für unendlich große und endlich große Schubstange einander gleich.“

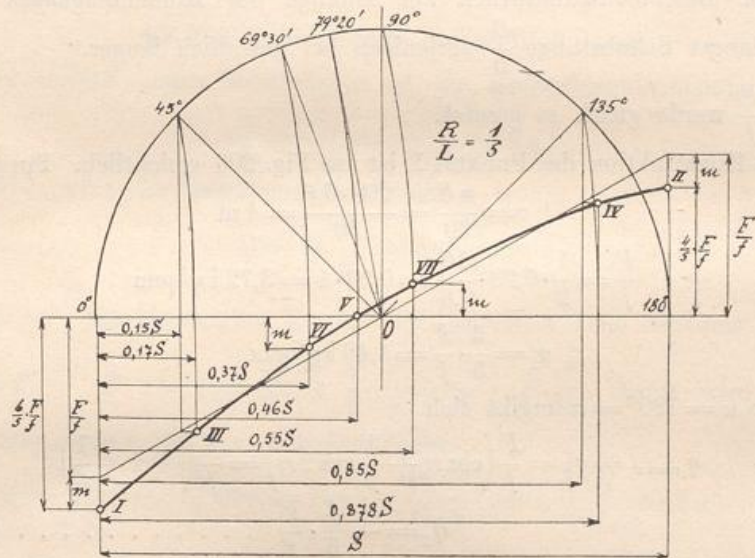


Fig. 203.

Speziell ergeben sich für q_3 und q_4

$$q_3 = 3,72 \cdot \cos 45^\circ$$

$$q_3 = 2,64 \text{ kg/qcm}$$

$$q_4 = -3,72 \cos 45^\circ$$

$$q_4 = -2,64 \text{ kg/qcm}$$

Die Konstruktionen für die Punkte III und IV sind aus Fig. 203 zu ersehen.

Es werde weiter gefragt, wann der Beschleunigungsdruck Null wird.

$$q = \frac{F}{f} (\cos \alpha + \frac{1}{5} \cos 2\alpha) \text{ wird Null, wenn}$$

der Klammerausdruck Null ist. Der hierzu entsprechende Wert von α ist laut Beispiel 33

$$\alpha = 79^\circ 20'$$

$$q_{\alpha = 79^\circ 20'} = q_5 = 0 \dots \dots \dots (250)$$

In Fig. 203 ist die Konstruktion des Punktes V gezeigt.

Der Beschleunigungsdruck kann auch $m = \frac{1}{5} \cdot \frac{F}{f}$ werden. Hierfür lautet die Bedingung

$$q_6 = \frac{F}{f} (\cos \alpha + \frac{1}{5} \cdot \cos 2\alpha) = \frac{1}{5} \cdot \frac{F}{f}$$

$$\cos \alpha + \frac{1}{5} \cdot \cos 2\alpha = \frac{1}{5}$$

$$5 \cos \alpha + \cos 2\alpha = 1$$

$$5 \cos \alpha + 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1$$

$$\cos^2 \alpha + \frac{5}{2} \cos \alpha - 1 = 0$$

$$\alpha \sim 69^\circ 30'$$

$$q_{\alpha = 69^\circ 30'} = q_6 = \frac{1}{5} \cdot \frac{F}{f} = m \dots \dots \dots (251)$$

Die Ordinate des Punktes VI, Fig. 203, ist q_6 .
 Ein weiterer charakteristischer Punkt der Beschleunigungsdruckkurve, nämlich VII, Fig. 203, wird erhalten, wenn man q für $\alpha = 90^\circ$ als Ordinate aufträgt. Für diesen Wert von α wird

$$q_{\alpha = 90^\circ} = q_7 = \frac{F}{f} (\cos 90 + \frac{1}{5} \cos 180) = \frac{F}{f} (0 - \frac{1}{5})$$

$$q_{\alpha = 90^\circ} = q_7 = -\frac{1}{5} \cdot \frac{F}{f} = -m \dots \dots \dots (252)$$

für $\alpha =$		0°	45°	$69^\circ 30'$	$79^\circ 20'$	90°	135°	180°
ist	$s =$	0	0,15 S	—	—	0,5 S	0,85 S	S
	$L = \infty$							
ist	$s =$	0	0,17 S	0,37 S	0,46 S	0,55 S	0,878 S	S
	$L = 5 R$							

§ 64. Schwungradberechnung.

Bedeutet p den auf den Kolben wirkenden Dampfdruck und q den Beschleunigungsdruck, so wird der Differenzdruck $(p - q)$ Arbeit am Kurbelzapfen leisten.

a) Bei unendlich langer Schubstange.

Die arbeitsleistende Komponente von $(p - q)$ ist $t = (p - q) \sin \alpha$, Fig. 204, wenn α der Kurbeldrehungswinkel, der diesem Drucke entspricht, ist.

Nun ist $\triangle MNE \sim \triangle MmO$, so daß sich ergibt

$$(p - q) : t = R : \overline{Mm}$$

$$(p - q) : t = R : \overline{OC}$$

$$(p - q) : t = \overline{AO} : \overline{OC}$$

Wird $\overline{AD} = (p - q)$ gemacht und in D eine Senkrechte auf \overline{AO} errichtet, so ist $\overline{DF} = t \dots \dots \dots (253)$