Die Mechanik fester Körper

Blau, Ernst

Hannover, 1905

§ 64. Schwungradberechnung.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76868

In Fig. 203 ist die Konstruktion des Punktes V gezeigt.

Der Beschleunigungsdruck kann auch $m = \frac{1}{5} \cdot \frac{F}{f}$ werden. Hierfür lautet die Bedingung

$$q_6 = \frac{F}{f}\left(\cos\alpha + \frac{1}{5} \cdot \cos 2\alpha\right) = \frac{1}{5} \cdot \frac{F}{f}$$

$$\cos\alpha + \frac{1}{5} \cdot \cos 2\alpha = \frac{1}{5}$$

$$5\cos\alpha + \cos 2\alpha = 1$$

$$5\cos\alpha + 2\cos^2\alpha - 1 = 1$$

$$\cos^2\alpha + \frac{5}{2}\cos\alpha - 1 = 0$$

$$\alpha \sim 69^0\,30'$$

$$q_{\alpha = 69^0\,30'} = q_6 = \frac{1}{5} \cdot \frac{F}{f} = m \quad \ldots\ldots\ldots \quad (251)$$

Die Ordinate des Punktes VI, Fig. 203, ist q_6.

Ein weiterer charakteristischer Punkt der Beschleunigungsdruckkurve, nämlich VII, Fig. 203, wird erhalten, wenn man q für $\alpha = 90^0$ als Ordinate aufträgt. Für diesen Wert von α wird

$$q_{\alpha = 90^0} = q_7 = \frac{F}{f}\left(\cos 90 + \frac{1}{5}\cos 180\right) = \frac{F}{f}\left(0 - \frac{1}{5}\right)$$

$$q_{\alpha = 90^0} = q_7 = -\frac{1}{5} \cdot \frac{F}{f} = -m \quad \ldots\ldots\ldots \quad (252)$$

für $\alpha =$	0^0	45^0	$69^0\,30'$	$79^0\,20'$	90^0	135^0	180^0
ist $s_{L=\infty} =$	0	0,15 S	—	—	0,5 S	0,85 S	S
ist $s_{L=5R} =$	0	0,17 S	0,37 S	0,46 S	0,55 S	0,878 S	S

§ 64. Schwungradberechnung.

Bedeutet p den auf den Kolben wirkenden Dampfdruck und q den Beschleunigungsdruck, so wird der Differenzdruck $(p - q)$ Arbeit am Kurbelzapfen leisten.

a) Bei unendlich langer Schubstange.

Die arbeitsleistende Komponente von $(p - q)$ ist $t = (p - q)\sin\alpha$, Fig. 204, wenn α der Kurbeldrehungswinkel, der diesem Drucke entspricht, ist.

Nun ist $\triangle MNE \sim \triangle MmO$, so daß sich ergibt

$$(p - q) : t = R : \overline{Mm}$$

$$(p - q) : t = R : \overline{OC}$$

$$(p - q) : t = \overline{AO} : \overline{OC}$$

Wird $\overline{AD} = (p - q)$ gemacht und in D eine Senkrechte auf $\overline{AO}$ errichtet, so ist

$$\overline{DF} = t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (253)$$

t heißt der **Tangentialdruck am Kurbelzapfen.**

b) Bei endlich langer Schubstange.

In Fig. 205 ist gezeigt, wie sich der arbeitsleistende Druck am Kreuzkopf in eine in die Schubstange fallende Komponente $\frac{p-q}{\cos\omega}$ und in die senkrecht

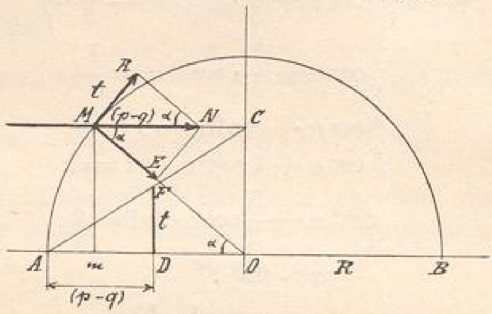

Fig. 204.

zur Führungsbahn des Kreuzkopfes gerichtete K zerlegt, ferner wie $\frac{p-q}{\cos\omega}$ am Kurbelzapfen in eine radiale Komponente und in den Tangentialdruck t zerlegt wird.

Verlängert man $\overline{OM}$ und trägt man $\overline{MS} = (p-q)$ auf, so ist $\overline{ST}$ (nach Riedler) der Tangentialdruck. Diese Konstruktion ist einfach, da keine Kräftezerlegungen am Kreuzkopf und am Kurbelzapfen ihr vorhergehen müssen.

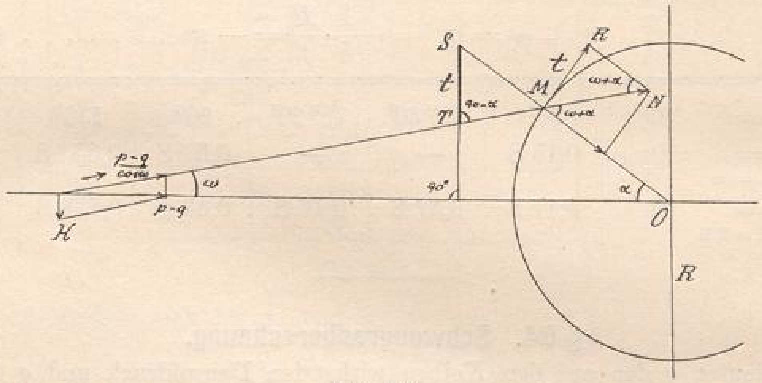

Fig. 205.

Nun soll die Richtigkeit dieser Konstruktion bewiesen werden.

Aus dem Dreiecke MNR folgt die Beziehung

$$\frac{p-q}{\cos\omega} : t = \sin 90^0 : \sin(\alpha+\omega)$$

$$\frac{p-q}{t} = \frac{\cos\omega}{\sin(\alpha+\omega)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

Aus dem Dreiecke MST ergibt sich

$$\frac{p-q}{x} = \frac{\sin(90-\omega)}{\sin(\alpha+\omega)} \text{ oder}$$

$$\frac{p-q}{x} = \frac{\cos\omega}{\sin(\alpha+\omega)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

Durch Vergleichung von (a) und (b) erhält man

$$x = t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{(254)},$$

was zu beweisen war.

Radinger hat die Konstruktion des Beschleunigungsdruckes folgendermaßen durchgeführt.

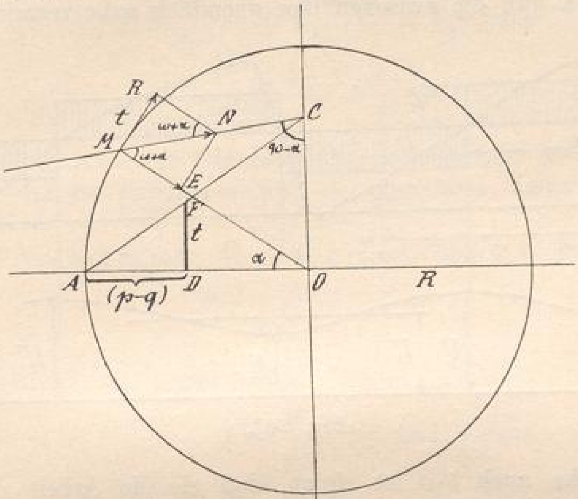

Fig. 206.

Die Schubstangenrichtung wird, Fig. 206, bis C verlängert, dann wird $\overline{AC}$ gezogen, $\overline{AD} = (p - q)$ aufgetragen und in D eine Senkrechte auf $\overline{AO}$ errichtet. $\overline{DF}$ ist dann gleich t.

Beweis: Aus Dreieck MNR folgt

$$\frac{t}{\frac{p-q}{\cos\omega}} = \frac{\sin(\alpha+\omega)}{\sin 90^0}$$

$$\frac{t}{p-q} = \frac{\sin(\alpha+\omega)}{\cos\omega}$$

Aus Dreieck MOC wird

$$\overline{OC} : R = \sin(\alpha+\omega) : \sin(90-\omega)$$

$$\overline{OC} : R = \sin(\alpha+\omega) : \cos\omega$$

$$\text{Daher} \quad \frac{\overline{OC}}{R} = \frac{\sin(\alpha+\omega)}{\cos\omega} = \frac{t}{p-q}$$

$$\text{Da} \quad \frac{\overline{OC}}{R} = \frac{\overline{OC}}{\overline{AO}} \text{ ist, folgt}$$

$$\frac{t}{p-q} = \frac{\overline{OC}}{\overline{AO}}, \text{ also}$$

$$t = \overline{DF} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 255)$$

Trägt man den Kurbelkreisumfang auf einer Geraden ab und in den einzelnen Punkten desselben die zugehörigen, wechselnd großen Tangentialdrücke, Fig. 207, so ergibt der geometrische Ort der letzteren die Linie der Tangentialdrücke. Diese Darstellung heißt das **Tangentialdruckdiagramm.**

Nach dem Kurbelzapfenwege s sei der Tangentialdruck t. — Während der in der folgenden, unendlich kleinen Zeit τ und während des ihr entsprechenden Weges σ ändert sich t nicht. Die Arbeit am Kurbelzapfen ist dann $t \cdot \sigma$. — Da nun die zwischen den unendlich nahe verzeichneten Drücken

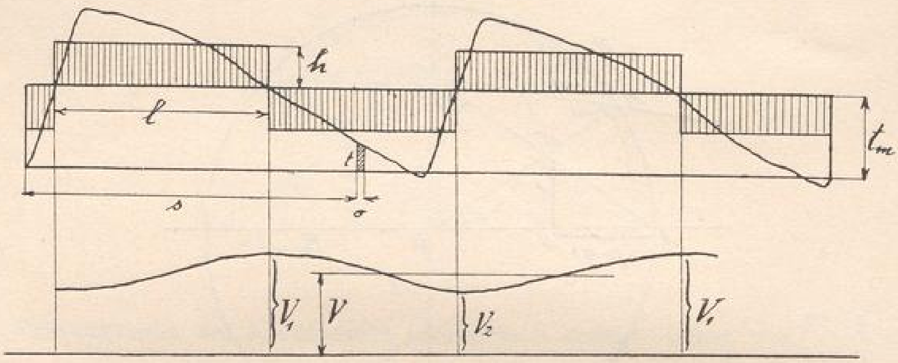

Fig. 207.

schraffierte Fläche auch $t \cdot \sigma$ ist, folgt, daß sie die Arbeit des Tangentialdruckes t während des Weges σ darstellt.

Denkt man sich nun die ganze Fläche des Tangentialdruckdiagrammes durch Addition lauter solcher unendlich kleiner Flächen $t \cdot \sigma$ zustande gekommen, so läßt sich sagen:

„Die Fläche des Tangentialdruckdiagrammes gibt die von den Tangentialdrücken am Kurbelzapfen geleistete Arbeit an.“

Verwandelt man die Fläche des Tangentialdruckdiagrammes in ein inhaltsgleiches Rechteck mit derselben Basis, dann stellt die Höhe desselben den mittleren Tangentialdruck am Kurbelzapfen dar.

Die größeren Drücke t leisten eine größere als die mittlere nötige Arbeit. Solange dies geschieht, nimmt der Schwungradkranz mehr Arbeit auf und seine Umfangsgeschwindigkeit V wächst. Wird der Tangentialdruck dagegen kleiner als der mittlere nötige, dann wird die Umfangsgeschwindigkeit V des Schwungradkranzes abnehmen.

Das Schwungrad macht also keine genau gleichförmige Bewegung.

Bei unendlich langer Schubstange folgen sich vollständig gleiche Mehr- und Minderarbeitsbeträge, d. h. die die mittlere Tangentialdrucklinie überschneidenden und unterschneidenden Flächen sind einander gleich. Bei endlich langer Schubstange verschiebt sich aber diese Gleichheit und muß eine volle Kurbelumdrehung in Betracht gezogen werden, da dann die überschneidenden Flächen zusammen der Summe der unterschneidenden gleich sind.

Die größte der über- oder unterschneidenden Flächen $l \cdot h$ werde folgender Betrachtung zugrunde gelegt.

$l^{\text{Meter}} \cdot h^{\text{kg}} = a^{\text{kgm}}$ stellt die über die nötige mittlere Arbeit am Kurbelzapfen geleistete Mehrarbeit pro 1 qcm Kolbenfläche vor. Demnach ist die totale Mehrarbeit

$$A = f \cdot a = h \cdot l \cdot a$$

Während der Aufnahme dieser Arbeit hat sich die Energie des Schwungradkranzes um

$$A = \frac{G}{2g} V_1^2 - \frac{G}{2g} V_2^2 = \frac{G}{2g}(V_1^2 - V_2^2)$$

vergrößert. Nun ist auch

$$A = \frac{G}{2g}(V_1 + V_2) \cdot (V_1 - V_2) \text{ oder}$$

$$A = \frac{G}{g} \cdot \frac{V_1 + V_2}{2} \cdot \frac{V_1 - V_2}{V} \cdot V$$

„Das Verhältnis aus der Differenz aus größter und kleinster Umfangsgeschwindigkeit des Schwungrades und der mittleren heißt der **Ungleichförmigkeitsgrad** δ."

Ist z. B. $V_1 = 20{,}1$ m/sek., $V_2 = 19{,}9$ m/sek. und $V = 20$ m/sek., so wird

$$\delta = \frac{20{,}1 - 19{,}9}{20} \sim 0{,}01$$

Da $\frac{V_1 + V_2}{2} = V$ ist, ergibt sich

$$A = \frac{G}{g} \cdot \delta \cdot V^2 \text{ und daraus}$$

$$G = A \cdot \frac{g}{\delta \cdot V^2}$$

Da auch die Schwungradarme arbeitsübertragend wirken, genügt es zu nehmen

$$\mathbf{G = 0{,}9\, A \cdot \frac{g}{\delta \cdot V^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{(256)}$$

§ 65. Stoß fester Körper.

Stoß heißt das Aufeinandertreffen und die Wechselwirkung zweier Körper. **Stoßlinie** oder **Stoßrichtung** ist die Normale zur gemeinschaftlichen Tangentialebene im Berührungspunkte beider Körper. Fig. 208.

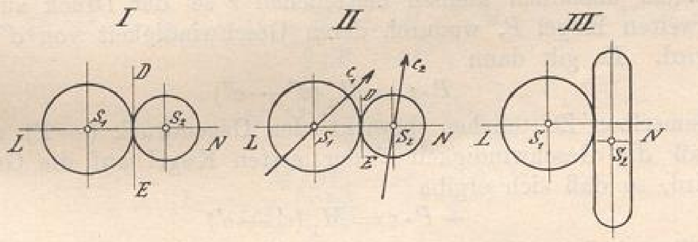

Fig. 208.

Man unterscheidet:

a) nach Lage der Stoßlinie:

α) **zentrischen (zentralen) Stoß,** wenn diese durch den Schwerpunkt beider Körper hindurchgeht (I),

β) **exzentrischen Stoß,** wenn dies nicht der Fall ist (III);