UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Mechanik fester Körper

Blau, Ernst

Hannover, 1905

§ 65. Stoß fester Körper. Beispiele 246-250

urn:nbn:de:hbz:466:1-76868

Visual Library

Während der Aufnahme dieser Arbeit hat sich die Energie des Schwungradkranzes um

$$A = \frac{G}{2g} V_1^2 - \frac{G}{2g} V_2^2 = \frac{G}{2g}(V_1^2 - V_2^2)$$

vergrößert. Nun ist auch

$$A = \frac{G}{2g}(V_1 + V_2)\cdot(V_1 - V_2) \text{ oder}$$

$$A = \frac{G}{g}\cdot\frac{V_1 + V_2}{2}\cdot\frac{V_1 - V_2}{V}\cdot V$$

„Das Verhältnis aus der Differenz aus größter und kleinster Umfangsgeschwindigkeit des Schwungrades und der mittleren heißt der **Ungleichförmigkeitsgrad** δ.“

Ist z. B. $V_1 = 20{,}1$ m/sek., $V_2 = 19{,}9$ m/sek. und $V = 20$ m/sek., so wird

$$\delta = \frac{20{,}1 - 19{,}9}{20} \sim 0{,}01$$

Da $\frac{V_1 + V_2}{2} = V$ ist, ergibt sich

$$A = \frac{G}{g}\cdot\delta\cdot V^2 \text{ und daraus}$$

$$G = A\cdot\frac{g}{\delta\cdot V^2}$$

Da auch die Schwungradarme arbeitsübertragend wirken, genügt es zu nehmen

$$\mathbf{G = 0{,}9\,A\cdot\frac{g}{\delta\cdot V^2}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \textbf{(256)}$$

§ 65. Stoß fester Körper.

Stoß heißt das Aufeinandertreffen und die Wechselwirkung zweier Körper. **Stoßlinie** oder **Stoßrichtung** ist die Normale zur gemeinschaftlichen Tangentialebene im Berührungspunkte beider Körper. Fig. 208.

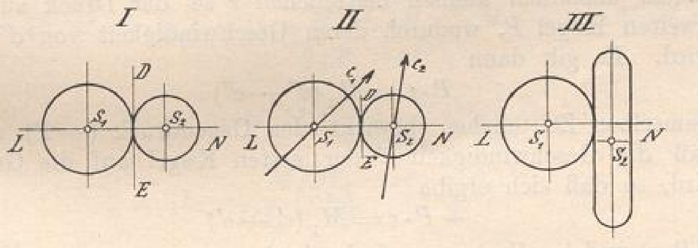

Fig. 208.

Man unterscheidet:

a) nach Lage der Stoßlinie:

α) **zentrischen (zentralen) Stoß,** wenn diese durch den Schwerpunkt beider Körper hindurchgeht (I),

β) **exzentrischen Stoß,** wenn dies nicht der Fall ist (III);

b) nach Lage von Stoß- und Bewegungsrichtung:

α) **gerader Stoß,** wenn beide Richtungen zusammenfallen (I),

β) **schiefer Stoß** (II), wenn dies nicht zutrifft;

c) nach der Dauer der Stoßperioden.

In der ersten Stoßperiode werden die Körper an den Berührungsstellen eingedrückt, in der zweiten dehnen sie sich wieder aus und zwar ganz, teilweise oder gar nicht.

α) Ist die zweite Periode das vollkommene Spiegelbild der ersten, so ist der Stoß **vollkommen elastisch.**

β) Wenn die Körper die Deformationen durch den Stoß teilweise beibehalten, so heißt der Stoß **unvollkommen elastisch.**

γ) Behalten die Körper die Deformationen durch den Stoß ganz, so heißt derselbe **vollkommen unelastisch.**

1. Der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße.

Zwei Kugeln, Fig. 209, bewegen sich nach derselben Richtung und zwar mit ungleich großen Geschwindigkeiten. Ist diejenige der ersten Kugel größer als die der zweiten, so holt jene diese ein, und es findet Stoß statt. Die erste Kugel drückt auf die zweite, die einen ebenso großen Gegendruck erzeugt. Druck und Gegendruck wachsen vom Anfange an. Der Druck der ersten Kugel beschleunigt die zweite Kugel, und umgekehrt verzögert der Gegendruck der zweiten Kugel die Bewegung der ersten. Die Geschwindigkeiten nach dem Stoße seien v_1 und v_2.

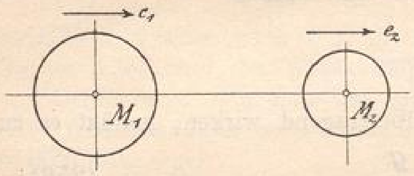

Fig. 209.

Um die Kräftewirkung während der ersten Stoßperiode zu untersuchen, zerlege man dieselbe in unendlich viele Zeitteilchen, innerhalb welcher Drücke und Gegendrücke je von konstanter Größe gedacht werden dürfen.

Die Änderung der Bewegungsgröße einer Masse M bei Vergrößerung ihrer Geschwindigkeit von c auf v in der Zeit t ist

$$P \cdot t = M\,(v - c)$$

In einem unendlich kleinen Zeitteilchen τ sei der Druck auf die Masse M_2 der zweiten Kugel P, wodurch deren Geschwindigkeit von c'' auf v'' gesteigert wird. Es gilt dann

$$P \cdot \tau = M_2\,(v'' - c'')$$

In demselben Zeitteilchen bewirkt der Gegendruck $(-P)$ der zweiten Kugel, daß die Geschwindigkeit c' der ersten Kugel auf die Größe v' verringert wird, so daß sich ergibt

$$-P \cdot \tau = M_1\,(v' - c')$$

Da $(P \cdot \tau)$ und $(-P \cdot \tau)$ numerisch gleich, nur entgegengesetzt bezeichnet sind, so ist festgestellt, daß in jedem Zeitteilchen des Stoßes der eine Körper so viel an Bewegungsgröße gewinnt als der andere an solcher verliert. Was aber von einem Zeitteilchen gilt, gilt auch für alle anderen, so daß insgesamt wird

$$\text{Gewinn } [M_2\,(v_2 - c_2)] = \text{Verlust } [-M_1\,(v_1 - c_1)] \text{ oder}$$

$$\boldsymbol{M_1 v_1 + M_2 v_2 = M_1 c_1 + M_2 c_2} \quad \ldots\ldots \quad \textbf{(257)}$$

„Die Summe der Bewegungsgrößen vor dem Stoße ist gleich der Summe derselben nach diesem, gleichgiltig, ob die Körper vollkommen oder unvollkommen elastisch oder vollkommen unelastisch sind.“

2. Der vollkommen unelastische Stoß.

Sind beide Körper vollkommen unelastisch, so spielt sich der Stoßvorgang nur in der ersten Periode ab, denn hierauf findet keine Wiederausdehnung mehr statt. Beide Körper verhalten sich nach dem Stoße wie ein einziger Körper, welcher sich mit der Geschwindigkeit $v_2 = v_1 = v$ weiterbewegt. Aus $v(M_1 + M_2) = M_1 c_1 + M_2 c_2$ folgt

$$\boldsymbol{v = \frac{M_1 c_1 + M_2 c_2}{M_1 + M_2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(258)}$$

3. Verlust an Arbeitsvermögen beim vollkommen unelastischen Stoß.

Das Arbeitsvermögen beider Kugeln vor dem Stoße ist

$$\frac{M_1 c_1^2}{2} + \frac{M_2 c_2^2}{2},$$

dagegen nach dem Stoße

$$(M_1 + M_2)\frac{v^2}{2}$$

Somit ist der Verlust an Arbeitsvermögen

$$L = M_1 \frac{c_1^2 - v^2}{2} + M_2 \frac{c_2^2 - v^2}{2}$$

$$L = \frac{M_1}{2}\left[c_1^2 - \left(\frac{M_1 c_1 + M_2 c_2}{M_1 + M_2}\right)^2\right] + \frac{M_2}{2} \cdot \left[\left(\frac{M_1 c_1 + M_2 c_2}{M_1 + M_2}\right)^2 - c_2^2\right]$$

$$L = \frac{M_1}{2} \cdot \frac{M_1^2 c_1^2 + 2 M_1 M_2 c_1^2 + M_2^2 c_1^2 - M_1^2 c_1^2 - 2 M_1 M_2 c_1 c_2 - M_2^2 c_2^2}{(M_1 + M_2)^2} +$$

$$+ \frac{M_2}{2} \cdot \frac{M_1^2 c_1^2 + 2 M_1 M_2 c_1 c_2 + M_2^2 c_2^2 - M_1^2 c_2^2 - 2 M_1 M_2 c_2^2 - M_2^2 c_2^2}{(M_1 + M_2)^2}$$

$$L = \frac{c_1^2 (M_1 M_2^2 + M_2 M_1^2) - 2 c_1 c_2 (M_1^2 M_2 + M_1 M_2^2) + c_2^2 (M_1^2 M_2 + M_1 M_2^2)}{2 (M_1 + M_2)^2}$$

$$L = \frac{c_1^2 \cdot M_1 M_2 (M_1 + M_2) - 2 c_1 c_2 M_1 M_2 (M_1 + M_2) + c_2^2 \cdot M_1 M_2 (M_1 + M_2)}{2 (M_1 + M_2)^2}$$

$$L = M_1 M_2 \cdot \frac{c_1^2 - 2 c_1 c_2 + c_2^2}{2 (M_1 + M_2)}$$

$$\boldsymbol{L = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \cdot \frac{(c_1 - c_2)^2}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(259)}$$

$\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$, das Produkt durch die Summe der zusammenstoßenden Massen heißt das harmonische Mittel der Massen.

„Der Verlust an Energie ist also gleich der Energie, welche das harmonische Mittel der Massen besitzen würde, wenn es sich mit der Differenz der Anfangsgeschwindigkeiten der zum Stoße kommenden Massen bewegen würde.“

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Führt man statt der Massen deren Gewichte ein, so lautet die Formel für den Energieverlust

$$L = \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2} \cdot \frac{(c_1 - c_2)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{(259\,a)}$$

4. Vollkommen elastischer Stoß.

Die Energie der Massen ist hier vor und nach dem Stoße gleich. Demnach wird

$$\frac{M_1}{2} c_1^2 + \frac{M_2}{2} c_2^2 = \frac{M_1}{2} v_1^2 + \frac{M_2}{2} v_2^2$$

Hierzu

$$M_1 c_1 + M_2 c_2 = M_1 v_1 + M_2 v_2$$

Aus den beiden Gleichungen lassen sich v_1 und v_2 finden.

Aus erster Gleichung folgt

$$M_1 (c_1^2 - v_1^2) = M_2 (v_2^2 - c_2^2)$$

Aus der zweiten

$$M_1 (c_1 - v_1) = M_2 (v_2 - c_2)$$

somit

$$c_1 + v_1 = v_2 + c_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{(260)}$$

$$v_2 = c_1 + v_1 - c_2$$

Dieser Wert in die Gleichung $M_1 c_1 + M_2 c_2 = M_1 v_1 + M_2 v_2$ eingeführt, ergibt

$$M_1 c_1 + M_2 c_2 = M_1 v_1 + M_2 c_1 + M_2 v_1 - M_2 c_2$$

$$v_1 (M_1 + M_2) = M_1 c_1 + 2 M_2 c_2 - M_2 c_1$$

$$v_1 (M_1 + M_2) = c_1 (M_1 + M_2) + 2 M_2 c_2 - 2 M_2 c_1$$

$$v_1 = c_1 - 2 \frac{M_2 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{(261\,a)}$$

ebenso

$$v_2 = c_2 + 2 \frac{M_1 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{(261\,b)}$$

Haben die zum Stoße kommenden Kugeln gleiche Massen, d. h. ist $M_1 = M_2 = M$, dann wird

$$v_1 = c_1 - 2 \frac{M (c_1 - c_2)}{2 M} = c_1 - c_1 + c_2$$

$$v_1 = c_2,$$

d. h. die erste Kugel nimmt die Geschwindigkeit der zweiten an.

Ebenso folgt

$$v_2 = c_2 + 2 \frac{M (c_1 - c_2)}{2 M} = c_2 + c_1 - c_2$$

$$v_2 = c_1,$$

d. h. die zweite Kugel hat nach dem Stoße die Geschwindigkeit der ersten.

„Stoßen gleich große, vollkommen elastische Massen zusammen, so tauschen sie ihre Geschwindigkeit aus.“

Ist die erste Masse eine feste, elastische Wand, so kann man sie (M_1) als ∞ ansehen. Ihre Geschwindigkeit c_1 ist Null. Daher wird die Geschwindigkeit

$$v_2 = c_2 + 2 \frac{c_1 - c_2}{1 + \frac{M_2}{M_1}} = c_2 - 2 c_2$$

$$v_2 = - c_2,$$

d. h. „die auf eine elastische Wand treffende Kugel wird mit der Geschwindigkeit zurückgehen, mit welcher sie auf die Wand auftrifft.“

5. Unvollkommen elastischer Stoß.

Es gibt keinen Körper, der entweder vollkommen elastisch oder vollkommen unelastisch ist. Jeder Körper ist mehr oder weniger elastisch.

Die folgenden Untersuchungen ergeben daher allgemein giltige Resultate, in denen die vorangegangenen als spezielle enthalten sind.

Es war beim vollkommen unelastischen Stoß

$$v = \frac{M_1 c_1 + M_2 c_2}{M_1 + M_2}$$

Demnach beträgt die Geschwindigkeitsänderung

$$c_1 - v = c_1 - \frac{M_1 c_1 + M_2 c_2}{M_1 + M_2} = \frac{M_1 c_1 + M_2 c_1 - M_1 c_1 - M_2 c_2}{M_1 + M_2}$$

$$c_1 - v = \frac{M_2 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}$$

und $v - c_2 = \dfrac{M_1 c_1 + M_2 c_2}{M_1 + M_2} - c_2 = \dfrac{M_1 c_1 + M_2 c_2 - M_1 c_2 - M_2 c_2}{M_1 + M_2}$

$$v - c_2 = \frac{M_1 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}$$

Dagegen war beim vollkommen elastischen Stoß

$$c_1 - v_1 = c_1 - c_1 + 2 \frac{M_2 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2} = 2 \frac{M_2 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}$$

$$v_2 - c_2 = 2 \frac{M_1 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2} - c_2 = 2 \cdot \frac{M_1 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}$$

„Die Geschwindigkeitsänderungen beim vollkommen elastischen Stoß sind doppelt so groß als beim vollkommen unelastischen.“

Die Geschwindigkeitsänderungen beim unvollkommen elastischen Stoß werden daher etwas weniger als zweimal so groß sein als die beim vollkommen unelastischen Stoß, etwa $(1 + \varkappa)$ mal, wenn $\varkappa < 1$ ist.

Es ergeben sich dann

$$c_1 - v_1 = (1 + \varkappa) \frac{M_2 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}$$

$$v_2 - c_2 = (1 + \varkappa) \frac{M_1 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}$$

$$\boldsymbol{v_1 = c_1 - (1 + \varkappa) \frac{M_2 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}} \quad \ldots\ldots \quad \textbf{(262 a)}$$

$$\boldsymbol{v_2 = c_2 + (1 + \varkappa) \frac{M_1 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}} \quad \ldots\ldots \quad \textbf{(262 b)}$$

Ein interessantes Resultat ergibt sich, wenn man die Differenz $(v_1 - v_2)$ bildet.

$$v_1 - v_2 = c_1 - c_2 - (1 + \varkappa) \frac{M_2 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2} - (1 + \varkappa) \frac{M_1 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}$$

$$= c_1 - c_2 - (1 + \varkappa) \frac{c_1 (M_1 + M_2) - c_2 (M_1 + M_2)}{M_1 + M_2}$$

$$\boldsymbol{v_1 - v_2 = - \varkappa (c_1 - c_2)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(263)}$$

$\varkappa$ heißt **Stoßkoeffizient** und kann empirisch ermittelt werden.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

6. Ermittlung des Stoßkoeffizienten.

$$\varkappa = \frac{v_2 - v_1}{c_1 - c_2}$$

Wenn man alle Geschwindigkeiten kennt, ist $\varkappa$ bestimmt.

Man läßt eine Kugel die Höhe H frei gegen eine horizontale Wand aus gleichem Material fallen. Die Kugel wird von der letzteren dann die Höhe h nach aufwärts geschleudert.

Hierbei sind $M_2 = \infty$, $c_2 = 0$, $c_1 = \sqrt{2gH}$, $v_1 = -\sqrt{2gh}$, $v_2 = 0$

$$\varkappa = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{2gH}} = \sqrt{\frac{h}{H}}$$

$$\varkappa = \sqrt{\frac{h}{H}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (264)$$

Auf Grund von nach dieser Methode gemachten Versuchen wurde gefunden

für Stahl, Kork und Wolle . . . $\varkappa = 0{,}56$

„ Elfenbein . . . . $\varkappa = \frac{8}{9} = 0{,}89$

„ Glas . . . . $\varkappa = \frac{15}{16} = 0{,}94$

Mit der Höhe H darf aber über eine gewisse Grenze nicht hinausgegangen werden, da sonst entstehende Deformationen durch den Stoß nicht verschwinden.

7. Arbeitsverlust beim unvollkommen elastischen Stoß.

$$L = \frac{M_1 c_1^2}{2} + \frac{M_2 c_2^2}{2} - \left(\frac{M_1}{2} v_1^2 + \frac{M_2}{2} v_2^2\right)$$

$$= \frac{M_1}{2}(c_1 + v_1)(c_1 - v_1) + \frac{M_2}{2}(c_2 + v_2)\cdot(c_2 - v_2)$$

Nun gilt für alle Arten des Stoßes $M_1 c_1 + M_2 c_2 = M_1 v_1 + M_2 v_2$

somit $\frac{M_2}{2}(c_2 - v_2) = \frac{M_1}{2}(v_1 - c_1)$, daher wird

$$L = \frac{M_1}{2}(c_1 + v_1)(c_1 - v_1) + \frac{M_1}{2}(v_1 - c_1)(c_2 + v_2)\,.$$

$$= \frac{M_1}{2}(c_1 - v_1)(c_1 + v_1 - c_2 - v_2) = \frac{M_1}{2}(c_1 - v_1)(c_1 - c_2 + v_1 - v_2)$$

Ferner war $\quad v_1 = c_1 - (1 + \varkappa)\frac{M_2(c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}$, d. h.

$$c_1 - v_1 = (1 + \varkappa)\frac{M_2(c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}$$

und $v_1 - v_2 = -\varkappa(c_1 - c_2)$, folglich

$$L = \frac{M_1}{2} \cdot (1 + \varkappa) \cdot \frac{M_2 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2} \cdot (c_1 - c_2 + v_1 - v_2)$$

$$= \frac{M_1 M_2}{2 (M_1 + M_2)} \cdot (1 + \varkappa) \cdot [c_1 - c_2 - \varkappa (c_1 - c_2)] \cdot (c_1 - c_2)$$

$$= \frac{M_1 M_2}{2 (M_1 + M_2)} \cdot (1 + \varkappa) \cdot (1 - \varkappa) \cdot (c_1 - c_2)^2$$

$$\boldsymbol{L = \frac{1 - \varkappa^2}{2} \cdot \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \cdot (c_1 - c_2)^2} \quad \ldots\ldots \quad \textbf{(265a)}$$

$$\boldsymbol{L = \frac{1 - \varkappa^2}{2} \cdot \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} \cdot (c_1 - c_2)^2} \quad \ldots\ldots \quad \textbf{(265b)}$$

Spezialisierung:

a) für den vollkommen elastischen Stoß ist $\varkappa = 1$, daher $L = 0$;

b) für den vollkommen unelastischen Stoß ist $\varkappa = 0$, daher $L = \frac{1}{2} \cdot \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \cdot (c_1 - c_2)^2$.

L wird um so größer, je größer $(c_1 - c_2)$ und je kleiner $\varkappa$ ist.

8. Der schiefe Zentralstoß.

Die vertikalen Komponenten der Geschwindigkeiten c_1 und c_2 werden durch den Stoß nicht beeinflußt, wohl aber die horizontalen, Fig. 210. Man

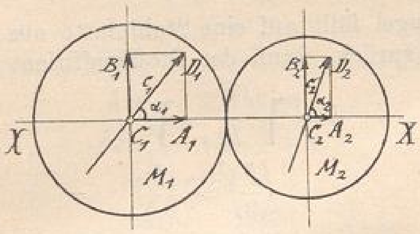

Fig. 210.

erhält die Geschwindigkeiten nach dem Stoße, indem man die geänderten Horizontalgeschwindigkeiten mit den Vertikalgeschwindigkeiten zusammensetzt. Vor dem Stoße sind die ersteren

$$\overline{C_1 A_1} = c_1 \cdot \cos \alpha_1 \text{ und}$$
$$\overline{C_2 A_2} = c_2 \cdot \cos \alpha_2$$

nach dem Stoße

$$v_1 = c_1 \cos \alpha_1 - \frac{(1 + \varkappa) M_2}{M_1 + M_2} (c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cdot \cos \alpha_2)$$

$$v_2 = c_2 \cdot \cos \alpha_2 + \frac{(1 + \varkappa) M_1}{M_1 + M_2} (c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2)$$

Da $\overline{C_1 B_1} = c_1 \sin \alpha_1$ und $\overline{C_2 B_2} = c_2 \cdot \sin \alpha_2$ sind, folgt

$$\boldsymbol{w_1 = \sqrt{v_1^2 + (c_1 \cdot \sin \alpha_1)^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(266a)}$$

$$\boldsymbol{w_2 = \sqrt{v_2^2 + (c_2 \cdot \sin \alpha_2)^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(266b)}$$

Die Winkel, unter welchen w_1 und w_2 zur Achse $\overline{XX}$ geneigt sind, bestimmen sich aus

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_1 \cdot \sin \alpha_1}{v_1} \quad \text{(267a)}$$

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_2 \cdot \sin \alpha_2}{v_2} \quad \text{(267b)}$$

Beispiele.

246. Ein Körper trifft mit der Geschwindigkeit c in geradem, unvollkommen elastischem Stoße einen ruhenden von gleicher Masse. Wie groß sind die Geschwindigkeiten nach dem Stoße, wenn der Stoßkoeffizient $\varkappa$ ist?

Auflösung:

$$v_1 = c - (1 + \varkappa) \cdot \frac{M \cdot c}{2 M}$$

$$v_1 = c - \frac{c}{2}(1 + \varkappa)$$

$$v_1 = c - \frac{c}{2} - \frac{c}{2}\varkappa = \frac{c}{2} - \frac{c}{2}\varkappa$$

$$\boldsymbol{v_1 = \frac{c}{2}(1 - \varkappa)}$$

$$v_2 = 0 + (1 + \varkappa) \cdot \frac{M c}{2 M}$$

$$\boldsymbol{v_2 = \frac{c}{2}(1 + \varkappa)}$$

247. Eine Stahlkugel fällt auf eine Stahlplatte aus einer Höhe von 0,5 m. Wie hoch springt sie zurück, wenn der Stoßkoeffizient $\varkappa = \frac{5}{9}$ ist?

Auflösung:

$$k = \sqrt{\frac{h}{H}} = \sqrt{\frac{h}{0,5}}$$

$$\left(\frac{5}{9}\right)^2 = \frac{h}{0,5}$$

$$h = \left(\frac{5}{9}\right)^2 \cdot 0,5 = \frac{12,5}{81} \text{ Meter}$$

$$\boldsymbol{h \sim 154,5 \text{ mm}}$$

248. Unter welchen Umständen wird die Stoßwirkung beim Schmieden des Eisens eine große?

Auflösung: Der Verlust beim Stoße

$$L = \frac{1 - \varkappa^2}{2} \cdot \frac{G_1 G_2}{g_1 + g_2} (c_1 - c_2)^2,$$

welcher zur Deformation des Eisens nötig ist, wird um so kleiner, je kleiner c_2 und je kleiner x sind, ferner, da auch geschrieben werden kann

$$L = \frac{1 - \varkappa^2}{2} \cdot \frac{G_1}{\frac{G_1}{G_2} + 1} (c_1 - c_2)^2$$

je größer G_2 wird. Man erreicht dies dadurch, daß man die Unterlage (Chabotte) außerordentlich groß macht (sie auf einem großen Fundament befestigt, mit welchem sie zusammen als unendlich groß gegenüber G_1 angesehen werden kann), daß man ihr ferner die Geschwindigkeit $c_2 = 0$ gibt und endlich dadurch, daß man Bär und Chabotte aus Stahl herstellt.

249. Welche Geschwindigkeit muß ein 2 kg schwerer Körper haben, um im unelastischen Stoße einem 5 kg schweren, 8 m/sek. Geschwindigkeit besitzenden Körper eine Geschwindigkeitsvergrößerung von 3 m zu erteilen?

Auflösung:
$$v = \frac{M_1 c_1 + M_2 c_2}{M_1 + M_2} = \frac{2 c_1 + 5 \cdot 8}{7} = 11$$
$$2 c_1 = 77 - 40 = 37$$
$$\mathbf{c_1 = 18{,}5\ m}$$

250. Eine 3 kg schwere Kugel stößt schief mit 3 m Geschwindigkeit auf eine 12 kg schwere, ruhende Kugel. Der Winkel der Stoßrichtung der ersten Kugel mit der Zentrale ist 60°. — Mit welchen Geschwindigkeiten w_1 und w_2 und unter welchen Winkeln β_1 und β_2 zur Zentrale gehen die beiden Kugeln nach dem Stoße weiter, wenn derselbe als vollkommen unelastisch angesehen wird?

Auflösung:
$$c_1 \sin \alpha_1 = 3 \cdot \sin 60^0 = 0{,}866 \cdot 3 = 2{,}598\ \text{m}$$
$$c_1 \cos \alpha_1 = 3 \cdot \cos 60^0 = 1{,}5\ \text{m}$$
$$c_2 \sin \alpha_2 = 0$$
$$c_2 \cos \alpha_2 = 0$$
$$v_1 = \frac{M_1 \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1 + M_2 \cdot 0}{M_1 + M_2} = \frac{3 \cdot 1{,}5}{15} = 0{,}3\ \text{m}$$
$$v_2 = v_1 = v$$
$$w_1 = \sqrt{0{,}09 + 2{,}598^2} = \sqrt{0{,}09 + 6{,}7} = \sqrt{6{,}79}$$
$$\mathbf{w_1 \sim 2{,}615\ m}$$
$$w_2 = \sqrt{0{,}09 + 0}$$
$$\mathbf{w_2 = 0{,}3\ m}$$
$$\operatorname{tg} \beta_1 = c_1 \cdot \frac{\sin \alpha_1}{v_1} = \frac{2{,}598}{0{,}3} = 0{,}866$$
$$\mathbf{\beta_1 = 83^0\, 25'}$$
$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_2 \sin \alpha_2}{v_2} = \frac{0}{v_2} = 0$$
$$\mathbf{\beta_2 = 0}$$

§ 66. Das technische und das absolute Maßsystem.

Geometrische, mechanische, magnetische und elektrische Einzelheiten werden bezogen

a) im **technischen Maßsystem** auf Meter (*M*), auf die Kilogrammmasse (*K*) und auf die Sekunde (*Sek*),

b) im **absoluten Maßsystem** auf Zentimeter (*cm*), auf die Grammmasse (*g*) und auf die Sekunde (*sek*).

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN