



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Resultate zu den Aufgaben aus der Arithmetik und Algebra

Hartl, Hans

Reichenberg, 1894

[Text]

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77472](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77472)

Addition und Subtraction.

S. 1

Addition und Subtraction allgemeiner Zahlen.

1. $20a$ 2. $10x$ 3. $20y$ 4. $10z$ 5. b 6. $5c$ 7. $20m$
 8. $20p$ 9. $15a$ 10. $8x + 6y$ 11. $8a + 8x$ 12. $20m + 20$
 13. $20a + 10b + 15c$ 14. $9x + 10y + 17z$ 15. $50m + 60n + 70p$
 16. 1692 kg 17. 1884 kg 18. $8a + b$ 19. $7x + 7y$
 20. $10x + 10a$ 21. $10a + 8m$ 22. $15x + 10y$ 23. $10a + 10b$
 24. $5x + 15y + 10z$ 25. $10r + 15s + 20$ 26. $13a + 14b + 15c + 16d$
 27. $5a$ 28. b 29. $4c$ 30. $17x$ 31. $3y$
 32. $4\cdot5m$ 33. $1\frac{1}{2}u$ 34. $4a$ 35. $3\cdot8x + 1\cdot4y$ 36. $10a$

Addition algebraischer Zahlen.

S. 2

1. $+15$ 2. $+5$ 3. $+2$ 4. -12 5. $+10x$ 6. $+4y$
 7. $-11n$ 8. $-8p$ 9. $-4a$ 10. $+6m$ 11. $-14s$ 12. $+5x$
 13. $-6a$ 14. $-b$ 15. $+m$ 16. $+2x - 2y$ 17. $+x - 1$
 18. $+3a - 3b$ 19. $+x - 2y$ 20. $+10n$ 21. $+a$
 22. $+a - 1$ 23. $+5P$ 24. $+2\cdot16908$ 25. $+3a - 2c - 1$
 26. $+5x - 4y + 3z - 2u + 1$ 27. $-10P$ 28. $+0\cdot40798$

Subtraction algebraischer Zahlen.

S. 3

1. $+5$ 2. $+18$ 3. -12 4. $+3$ 5. $+4a$
 6. $+5x$ 7. $-3y$ 8. $+b$ 9. $+7a$ 10. $+9m$
 11. $+3a + 3x$ 12. $+5a + 1$ 13. $+3P - 3Q$ 14. $+a + 1\cdot6b$

Addition und Subtraction von Polynomen.

1. $2a + b$ 2. $2y$ 3. $a + b + c$ 4. $3x - 3y - 3z$
 5. $\alpha) S_1 = -x + 9y + z$ 5. $\beta) S_1 = -2\cdot35305$
 $S_2 = 3x + y - 2z$ $S_2 = +6\cdot03708$
 $S_3 = 11x - 8y + 6z$ $S_3 = +5\cdot32150$
 $S_4 = 5x - 5y + 4z$ $S_4 = +4\cdot79486$
 6. $3a - 3b$ 7. $5x + 5m$ 8. $x - 1$ 9. $6b$ S. 4
 10. $+3\cdot25922$ 11. $+4\cdot85868$ 12. $+4\cdot37888$
 13. $+3\cdot08846$ 14. $+2\cdot14242$ 15. $-1\cdot83547$

- S. 4** 16. $\alpha)$ $S_1 = 4x + 4y + 6z$ 16. $\beta)$ $S_1 = -2.81479$
 $S_2 = 2x - 8y + 4z$ $S_2 = +0.08637$
 $S_3 = +6y$ $S_3 = -1.57369$
 17. $a + b + c$ 18. $a - x$ 19. $a - c$ 20. $x - y + z$

Das Wegschaffen (Auflösen) mehrerer sich umschließender Additions- und Subtractionsklammern.

- S. 5** 1. $a + b$ 2. $-3x$ 3. $m - 1$ 4. $p - 1$ 5. $-x$
 6. $P - Q$ 7. 1 8. 0 9. $a + 1$ 10. $a - 6b$
 11. $a - 10y - 14$ 12. $2a + c$ 13. $10z$ 14. $v + w$
 15. y 16. $a - c$ 17. $11x$ 18. $45a - 30$
 19. $\alpha)$ $13x + 7y$ $\beta)$ $-5x - y$ $\gamma)$ $-5x - y$ 20. 1000
S. 6 21. $5x - 5y + 5z$ 22. $-5a + 3b - c$ 23. $3m + 5n - 7$
 24. $\alpha)$ $2n - 2$ $\beta)$ $2n$ $\gamma)$ $2n + 2$ $\delta)$ $5n - 3$ $\epsilon)$ n
 25. $\alpha)$ $3n - 4$ $\beta)$ $3n + 4$ $\gamma)$ $2n - 1$ $\delta)$ $2n - 6$ $\epsilon)$ $n + 6$
 26. $\alpha)$ 2 $\beta)$ 8 $\gamma)$ n $\delta)$ $n + 4$ $\epsilon)$ $-n + 8$

1. Übung.

1. $a + c$ 2. $-2x$ 3. $5m - 5$ 4. $a - b$ 5. $20x + 20$

2. Übung.

1. y 2. $r + s - 1$ 3. $a + b + c$ 4. $3x - 3$ 5. 0

3. Übung.

- S. 7** 1. $29c$ 2. $r + s + t$ 3. $3a + 3b$ 4. $a + 1$ 5. $x + y$

Die Multiplication.

Multiplication mit absoluten Zahlen. — Potenzen.

1. $10ax$ 2. $105abc$ 3. $168a^2b$ 4. $110a^3$ 5. a^8 6. x^{10}
 7. $90y^{10}$ 8. $15a^5b^5$ 9. $42a^5x^5y^5$ 10. $84a^{10}x^{10}y^{10}$ 11. a^{2n-1}
 12. $6x^{2n}$ 13. $15m^{a+2}$ 14. $8x^a$ 15. $(a + b)^5$ 16. $(a + b)^2$
 17. $45(x - y)$ 18. $105a^{10}x^{10}$ 19. $33a^x(m - n)^x$

Multiplication mit algebraischen Zahlen.

1. $+35$ 2. -33 3. -78 4. $+56$ 5. $-ab$ 6. $+mn$
 7. $-6xy$ 8. $+20r^5$ 9. $+28a^5b^5x^5$ 10. $-24a$
S. 8 11. $+44a^{10}x^{a+1}$ 12. $+8.8a^5x^8$ 13. $-9x^{2r+1}$ 14. $+2a^{x+2}x^6$
 15. $+165$ 16. -504 17. -17 18. $+462$ 19. $+35abc$
 20. $-30xyz$ 21. $+84a^3b^5$ 22. $-6.16x^{10}y^{10}$ 23. $-2x^3$

Die reducierten Ausdrücke lauten:

S. 8

1. $3a^3$ 2. $4a^5x + 2a^3$ 3. $x^2 - a^2$ 4. $8x^2 - 2xy - 7y^2$
 5. $a^3 - x^2$ 6. $5a^3 - 3x^7$ 7. $x^3 - y^3$ 8. $a^3 + a^2$
 9. $x^2 + x$ 10. $x^2 + y^2$ 11. $a^2b - ab^2$ 12. $6a^2 + a - 1$
 13. $x^2 + y^2$ 14. $a^3 - x^3$ 15. $m + 2$ 16. $x^2 + xy + y^2$
 17. $a^3 - x^3$ 18. a^x 19. $a^2x - ax^2$

S. 9

Multiplication eines Polynoms mit einem Monom.

1. $5a - 5b + 5c$ 2. $xy + 2y^2$ 3. $x^3 + 3x^2 - 5x$
 4. $49a - 21b + 14c$ 5. $5x^2 - 30x - 55$ 6. $-20a + 12b + 8c$
 7. $a^2 - 3a + 5$ 8. $x^3 - 7x^2 + 3x$ 9. $3y^4 - 2y^3 + y^2 + 5y$
 10. $15y^3 - 20y^2 + 35y$ 11. $3x^5 - 15x^4 + 21x^3 - 33x^2$
 12. $8x^3y - 16x^2y^2 + 24xy^3$ 13. $a^8 + a^x + a^{x+3}$ 14. $x^3 - 3x^2 + 5x$
 15. $5a - b$ 16. $x + y$ 17. $6n$ 18. xy 19. $7b^3$ 20. 0
 21. $0.59291 - 5 = -4.40709$ 22. 5.39794

1. $3a^3 - 15a^2 + 3a$ 2. $3a^6 + 3a^5 - 6a^4$ 3. $4x^4 + 8x^2$
 4. $5a^5 - 45a^3b^2$ 5. $-3x$ 6. $x^7 + 64x^2y^5 + 128y^7$ S. 10
 7. $125a^{3n-3} - a^{10-n}$ 8. $x^{4a+12} + 3x^{4a+9} - 3x^{4a+7} - 81x^{4a-8}$

Multiplication eines Polynoms mit einem Polynom.

1. $am + bm + an + bn$ 2. $ax - bx + ay - by$
 3. $mx + nx - my - ny$ 4. $ar - br - as + bs$
 5. $a^2 + 8a + 15$ 6. $x^2 - 5x - 14$
 7. $n^2 + 2n - 3$ 8. $p^2 - 13p + 42$
 9. $5ac + 3bc - 5ad - 3bd$ 10. $21ax - 15ay - 14bx + 10by$
 11. $6r^2 - 19r - 7$ 12. $3a^2 + 2ab - 5b^2$
 13. $6a^2 - 5ax - 6x^2$ 14. $10x^2 + 28.25xy - 12y^2$
 16. $3x^4 - 14x^2 + 8$ 15. $12a^3 + 4a^2 - 15a - 5$
 17. $10a^4 - 14a^3x - 15a^2x^2 + 21ax^3$ 18. $10a^3 + 21a^2 + 5a - 6$
 19. $y^3 + 27$ 20. $x^4 - 9$ 21. $x^3 - y^3$ 22. $125m^3 + x^3$
 23. $4x^5 - x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x + 1$ 24. $y^5 + 32$
 25. $y^5 - 243a^5$ 26. $a^{3n+3} - 125a^{3n-3}$ 27. $y^{4r-20} - y^{28-4r}$
 28. $x^{3a} + 3x^{a+3} + x^{15} + 3x^{6-a} + x^{9-3a}$ 29. 40 30. $2x - 50$
 31. $63y^2 - 90y + 54$ 32. $a^6 + 2a^5 + 3a^4 + 3a^3 + 2a^2 + a - 72$ S. 11
 33. $\alpha) 5a + 5b$ $\beta) 35ab$ $\gamma) 6x^2y^2$ $\delta) n^2 - 1$ $\epsilon) a^3 + 27$
 $\zeta) 16x^4 - 625y^4$ 34. $\alpha) 21a$ $\beta) 22x^2y^2$ $\gamma) 22.36a^3b^3$
 $\delta) x^2 + x - 6$ $\epsilon) x^3 - a^3$ $\zeta) a^4 - 2a^3 - 7a^2 - 16a + 15$

S. 11

1. Übung.

1. $a + 1$ 2. $120 a^{10} b^{10} x^{10} y^{10}$ 3. $2a$ 4. $x - 1$ 5. $a^5 x + 4ax$

2. Übung.

1. $x^a - a^x$ 2. $-165 a^{2m} b^{10} x$ 3. 0 4. $90y^2 + 110y$
5. $x^9 + 3x^7 - x^6 + 3x^5 - 3x^4 + x^3 - 3x^2 - 1$

S. 12

3. Übung.

1. $3a^3 - 15a^2 + 3a$ 2. $-0.48xyz^3$ 3. $2y^9$ 4. $8a + 1$
5. $3m^2x^3 + 12mx^4$

4. Übung.

1. $2a^{3x+12}$ 2. $69x^2$ 3. $63x^2 - 112x - 14a - 98$
4. $64y^4 + 24y^3 - 238y^2 + 155y - 25$ 5. $x^{12} - 4096y^{12}$

Potenzierung eines Productes und einer Potenz.

1. $a^2 b^2$ 2. $x^3 y^3$ 3. $8a^3$ 4. $25x^2$ 5. $49y^2$ 6. $100a^2 x^2$
7. $729m^3 n^3$ 8. $125a^3 b^3 c^3$ 9. $6 \cdot 25a^2$ 10. $0 \cdot 001x^3$ 11. a^{15}
12. x^4 13. y^6 14. m^{21} 15. n^9 16. $27a^6$ 17. $25a^{2p}$
18. $49x^6 y^{10}$ 19. $512a^3 x^6 y^9$ 20. $(a + b)^6$

Potenzierung algebraischer Zahlen.

1. $+81$ 2. $+16$ 3. $+49$ 4. $+25$ 5. $+8$ 6. -343
S. 13 7. $+1$ 8. -1 9. $+32$ 10. -32 11. $+9a^2$ 12. $+25x^2$
13. $+49x^6$ 14. $+121x^2 y^4$ 15. $+512m^3$ 16. $-125a^6$
17. $+0.008x^9$ 18. $-4.096a^6 y^{15}$ 19. $+32a^{10} b^{15}$ 20. $-243x^5 y^{15}$

Quadrierung eines Binoms und Polynoms.

1. $m^2 + 2mn + n^2$ 2. $x^2 - 2xy + y^2$ 3. $x^2 - 2ax + a^2$
4. $a^2 + 2ab + b^2$ 5. $a^2 + 10a + 25$ 6. $x^2 - 6a + 9$
7. $4x^2 + 4x + 1$ 8. $9x^2 - 30x + 25$ 9. $a^2 - 20a + 100$
10. $m^2 + 26m + 169$ 11. $25p^2 - 110pq + 121q^2$
12. $a^4 + 14a^3 + 49a^2$ 13. $x^6 - 14x^3 + 49$
14. $25x^6 - 60x^5 + 36x^4$ 15. $12 \cdot 25x^2 - 28xy + 16y^2$
16. $6 \cdot 25a^2 - 8ab + 2 \cdot 56b^2$ 17. $2a + 9$ 18. $5a^2 + 45$
19. $x^2 - 12x$ 20. -4 21. $x^4 - 24x^2 + 144$
22. $100x^2 + 80x + 16$ 23. 117 24. $196a^4 + 224a^2 b^2 + 64b^4$
25. $x^{2a+2} + 2x^{2a} + x^{2a-2}$ 26. $9a^{6x-2y} - 12a^x + 4a^{2y-4x}$

- S. 13**
1. $a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$
 2. $m^2 + 2mn + n^2 - 2mp - 2np + p^2$
 3. $x^2 - 2xy + y^2 + 2xz - 2yz + z^2$
 4. $a^2 + 6ab + 9b^2 + 10ac + 30bc + 25c^2$
 5. $a^4 + 2a^3 + 3a^2 + 2a + 1$
 6. $y^4 - 2y^3 - y^2 + 2y + 1$
 7. $9a^4 + 12a^3 + 34a^2 + 20a + 25$
 8. $a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 + 2ad + 2bd + 2cd + d^2$
 9. $m^2 - 2mn + n^2 + 2mp - 2np + p^2 - 2mq + 2nq - 2pq + q^2$
 10. $4x^2 + 12xy + 9y^2 + 4xz + 6yz + z^2 - 4xw - 6yw - 2zw + w^2$
 11. $b^6 + 2b^5 + 3b^4 + 4b^3 + 3b^2 + 2b + 1$
 12. $x^6 + 6x^5 + 19x^4 + 32x^3 + 31x^2 + 10x + 1$
 13. $y^6 - 4y^5z + 2y^4z^2 + 6y^3z^3 - 3y^2z^4 - 2yz^5 + z^6$
 14. $49a^6 - 28a^5x + 74a^4x^2 - 34a^3x^3 + 29a^2x^4 - 10ax^5 + x^6$
 15. $a^8 - 4a^7 + 10a^6 - 20a^5 + 35a^4 - 44a^3 + 46a^2 - 40a + 25$

Die Quadrierung der Zahlen ergibt:

1. 2809 2. 729 3. 7225 4. 5929 5. 7921 6. 20·25
7. 0·5041 8. 0·001521 9. 262144 10. 525625 11. 167281
12. 13·8384 13. 9623·61 14. 0·143641 15. 17935 225
16. 5029·6464 17. 212797·69 18. 0·0020403289
19. 3999930025 20. 794326·5625 21. 55286660·25
22. 0·1644708025 23. 0·00006269630761

$$(A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2$$

1. $x^2 - y^2$ 2. $a^2 - m^2$ 3. $a^2 - x^2$ 4. $n^2 - 25$
5. $a^4 - 49$ 6. $9x^2 - 1$ 7. $4a^2 - 81$ 8. $9x^2 - 16$
9. $49x^2 - 121y^2$ 10. $25a^4 - 9b^6$ 11. $121x^{10} - 0·0529$
12. $a^4 + a^2 + 25$ 13. $9x^8 + 2x^4 + 1$ 14. $4y^4 + 1$
15. $m^4 + m^2 + 1$ 16. $a^6 + a^4 + 3a^2 - 1$
17. $9x^6 - x^4y^2 - 9x^2y^4 + y^6$ 18. $25x^4 - 109x^2y^2 + 100y^4$
19. $x^{12} - 4x^6 + 12x^3 - 9$ 20. $9a^6 - 4a^4 - 18a^3 - 9a^2 + 25$
21. $16y^6 - 28y^4 - 11y^2 - 25$ 22. $x^8 - 4x^6 - x^4 + 4x^2$

$$M^2 - N^2 = (M + N) \cdot (M - N)$$

1. 32225 2. 392 3. 3568 4. 113785 5. 63954 6. 410·0097
7. $4x^3 - 4x^2 + 8x - 8$ 8. $5a^4 + 24a^3 - 51a^2 + 4a + 9$
9. $-60y^7 + 40y^6 - 12y^3 + 8y^2$



- S. 14** 10. $16m^6 - 24m^5 + 40m^4 - 68m^3 - 20m$ 11. $-24a - 12$
S. 15 12. $-63y^2 - 2$ 13. $9x^2 + 6x - 8$ 14. $4a^4 - 64$
 15. $25y^4 - 19y^2 + 9$
 16. a) 425 cm^2 b) 244 cm^2 c) $49 \cdot 5 \text{ cm}^2$
 d) 550 mm^2 e) $722 \cdot 568 \text{ cm}^2$ f) $2010 \cdot 624 \text{ mm}^2$
 g) $1884 \cdot 96 \text{ mm}^2$ h) $219 \cdot 912 \text{ cm}^2$

$$A^2 \pm 2AB + B^2 = (A \pm B)^2$$

1. $49x^2$ 2. $a^2 - 2ab + b^2$ 3. $16y^4 - 8y^2 + 1$
 4. $a^2 + 4ax + 4x^2$ 5. $x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x + 1$

Die Ausdrücke ergeben:

1. $30x^3$ 2. $5a$ 3. $a^2 - 1$ 4. $9x^2 - 49y^2$ 5. $9a^4 - a^2 + 16$
S. 16 6. $x^4 - 36x^2 + 24x - 4$ 7. $3y^4 - 3$ 8. $-x^2 + 2xy - y^2$ 9. $4a^2 - 9b^2$

1. Übung.

1. $18ax$ 2. $23a - 21$ 3. $16r + 8$ 4. $987 \cdot 5$
 5. $5a^4 + 10a^3 + 34a^2 + 70a - 7$

2. Übung.

1. 0 2. $36x^2 - 72x + 36$ 3. $-8a^5 - 22a^4 - 66a^3 - 59a^2 - 28a - 147$
 4. 0 5. $x^2 - 4x + 4$

3. Übung.

1. $9a^4$ 2. $2704y^4$ 3. $441a^8 + 1302a^6x^2 + 961a^4x^4$
 4. 0 5. Um $4y^6 + 4y^2$

S. 17

4. Übung.

1. $21 - 5x^4$ 2. $a^6 - 108a^3b^3 - 729a^2b^4 + 2916b^6$
 3. $a^8 - 343a^4x^4 + 81x^8$ 4. $x^4 + 2x^3y + 3x^2y^2 + 2xy^3 + y^4$
 5. $(a^4 - x^4)^2$ 6. $25a^4 - 4a^2$

Cubierung eines Binoms.

1. $a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3$ 2. $y^3 + 15y^2 + 75y + 125$
 3. $8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$ 4. $m^3 + 9m^2n + 27mn^2 + 27n^3$
 5. $x^3 - 3x^2a + 3xa^2 - a^3$ 6. $a^3 - 12a^2 + 48a - 64$
 7. $8r^3 - 12r^2s + 6rs^2 - s^3$ 8. $-a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3$
 9. $-x^3 + 21x^2 - 147x + 343$ 10. $-a^3 - 3a^2b - 3ab^2 - b^3$
 11. $8a^3 + 60a^2c + 150ac^2 + 125c^3$ 12. $64x^3 - 240x^2 + 300x - 125$
 13. $27a^3 - 189a^2b + 441ab^2 - 343b^3$

14. $-8x^3 - 36x^2y - 54xy^2 - 27y^3$

S. 17

15. $27a^6 - 27a^4b + 9a^2b^2 - b^3$

16. $125x^9 - 150x^6y^2 + 60x^3y^4 - 8y^6$

17. $343x^6 - 441x^5y + 189x^4y^2 - 27x^3y^3$

Cubierung eines Polynoms.

1. $m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3 + 3m^2p + 6mnp + 3n^2p + 3mp^2 + 3np^2 + p^3$

2. $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3a^2c - 6abc + 3b^2c + 3ac^2 - 3bc^2 + c^3$

3. $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 3x^2z - 6xyz - 3y^2z + 3xz^2 + 3yz^2 - z^3$

4. $p^3 - 3p^2q + 3pq^2 - q^3 - 3p^2r + 6pqr - 3q^2r + 3pr^2 - 3qr^2 - r^3$

5. $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 15a^2 - 30ab + 15b^2 + 75a - 75b + 125$

6. $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 - 21x^2 + 42xy - 21y^2 + 147x - 147y - 343$

7. $27a^3 - 27a^2b + 9ab^2 - b^3 + 27a^2c - 18abc + 3b^2c + 9ac^2 - 3bc^2 + c^3$

8. $8x^3 - 60x^2y + 150xy^2 - 125y^3 + 12x^2z - 60xyz + 75y^2z + 6xz^2 - 15yz^2 + z^3$

9. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - 3a^2c - 6abc - 3b^2c + 3ac^2 + 3bc^2 - c^3 + 3a^2d + 6abd + 3b^2d - 6acd - 6bcd + 3c^2d + 3ad^2 + 3bd^2 - 3cd^2 + d^3$

10. $m^3 - 6m^2n + 12mn^2 - 8n^3 + 3m^2p - 12mnp + 12n^2p + 3mp^2 - 6np^2 + p^3 - 15m^2q + 60mnq - 60n^2q - 30mpq + 60npq - 15p^2q + 75mq^2 - 150nq^2 + 75pq^2 - 125q^3$

11. $27x^3 - 135x^2y + 225xy^2 - 125y^3 + 54x^2z - 180xyz + 150y^2z + 36xz^2 - 60yz^2 + 8z^3 - 27x^2 + 90xy - 75y^2 - 36xz + 60yz - 12z^2 + 9x - 15y + 6z - 1$

12. $a^6 + 3a^5 + 6a^4 + 7a^3 + 6a^2 + 3a + 1$

13. $y^{12} - 9y^{10} + 33y^8 - 63y^6 + 66y^4 - 36y^2 + 8$

14. $8a^6 + 36a^5 - 6a^4 - 153a^3 + 15a^2 + 225a - 125$

15. $x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6$

16. $8x^9 - 36x^8 + 102x^7 - 231x^6 + 384x^5 - 519x^4 + 574x^3 - 465x^2 + 300x - 125$

17. $a^6 - 6a^5x + 15a^4x^2 - 20a^3x^3 + 15a^2x^4 - 6ax^5 + x^6$

S. 17 18. $a^9 + 9a^8b + 36a^7b^2 + 84a^6b^3 + 126a^5b^4 + 126a^4b^5$
 $+ 84a^3b^6 + 36a^2b^7 + 9ab^8 + b^9$

19. $729a^6 - 2916a^5x + 4860a^4x^2 - 4320a^3x^3 + 2160a^2x^4$
 $- 576ax^5 + 64x^6$

S. 18

Die vereinfachten Ausdrücke lauten:

1. $20x^3 + 63x^2 + 33x + 8$ 2. $a(a^2 - 61ab + b^2)$ 3. 0 4. 0 5. 0

Die Cubierung ergibt:

1. 132 651 2. 79 507 3. 421 875 4. 287 496 5. 912 673
 6. 30 371 328 7. 149 721 291 8. 41 781 923 9. 80 677 568 161
 10. 189 415 · 907 407 11. 124 · 027 532 803 12. 45 239 · 791 955 968
 13. 0 · 188 132 517 14. 0 · 000 946 966 168 15. 138 511 817 · 362 809 827
 16. 0 · 347 503 063 622 625

$$A^3 \pm 3A^2B + 3AB^2 \pm B^3 = (A \pm B)^3$$

1. $(2a + b)^3 = 8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$

2. $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ 3. 8 4. $x^6 - 6x^4 + 12x^2 - 8$

Begriff der Wurzel.

1. $7 = \sqrt[2]{49}$, $5 = \sqrt[3]{125}$, $2 = \sqrt[5]{32}$, $3 = \sqrt[7]{2187}$

2. $a = \sqrt[10]{m}$, $b = \sqrt[15]{r}$, $c = \sqrt[n]{p}$

3. $\sqrt[n]{r}$ ist jene Zahl, deren nte Potenz = r ist. 4. a, b, r

S. 19 5. $\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$ 6. 5, 11, 3, 10, 3, 5, 2, 3, 10, 1 7. a, b, r

8. Der Satz lautet: Potenzieren und Radizieren gleichen Grades heben sich auf.

1. Übung.

1. 0 2. $144a + 341$ 3. $x^5 + x^4 - 3x^3 - 4x^2 - 9x - 8$ 4. $(5a - x)^3$

2. Übung.

1. $x^4 - 1880x + 3620$ 2. $24x(5x^2 - 2x + 2)$
 3. $11mx(19x^2 + 15x + 3)$ 4. $2a^4 - 27a^2 - 27$

3. Übung.

1. $9a^4 - 25a^2 + 20a - 4$ 2. $5x^2 - 21y^2$ 3. a
 4. $x^2 - 10x + 25$ 5. $6028568a^3 - 993720a^2 + 54600a - 1000$

4. Übung.

1. $-105a^n(a+b)^2$ 2. $9x^2 - 4y^2$ 3. $256x^4 - 128x^2 + 16$ S. 20
 4. $20y^4 + 29y^3 - 18y^2 - 25y + 4$ 5. $a^2 + 188a$

5. Übung.

1. $-30a(x+y)$ 2. $-25a^3b^2 + 25ab^4$ 3. $x^{2a-6} - 4x^{4a-2}$
 $-x^{6a+2} + 4x^{8a+6}$ 4. $11y - 12$ 5. $87a^2 + 297a + 1919$

Die Division.

Division eines Monoms durch ein Monom.

1. 1 2. 1 3. 1 4. a^3 5. x^4 6. $5a$ 7. $(x+y)^2$ 8. a^{n-3}
 9. y^n 10. z^r 11. x 12. y^5 13. a^4 14. $5a$ 15. 4 16. $3a^3$
 17. $9x^2$ 18. $5xy$ 19. $2a$ 20. $3x$ 21. $3a^3x$ 22. $6m^2n^2$
 23. $3ax^2y$ 24. $4ab:c$ 25. $6a:x$ 26. $7m^2:p^2$ 27. $3ab(x-y)$
 28. $2x^5y^5(x+y)^5$ 29. xy 30. $2m^4n^4$ 31. $4a^2yb$
 32. $a^3x^5:y^9$ 33. $2axy$ 34. $+1$ 35. $+1$

Division algebraischer Zahlen.

S. 21

1. $+4$ 2. -3 3. -3 4. $+7$ 5. $+a$ 6. $-x^2$ 7. $-y^3$
 8. $+b^6$ 9. $+3a^3$ 10. $-4xyz^2$ 11. $-3m(a-x)$
 12. $+11m^2n^2(p-q)^2$ 13. $+5a(x^2-y^2)$ 14. $-x^{4ab}$
 15. $2a^2b^2(m+n)^{6r-2s+4}$ 16. $3a^2e^2$ 17. -1 18. $3b^{2n}$

Division eines Polynoms durch ein Monom.

1. $(a+b)^2$ 2. $(x-y)^2$ 3. $m+n$ 4. $a^2 - b^2$
 5. $xy + yz + xz$ 6. $(x-1)^3$ 7. $xy^2 - 3yz^2 + 5x^2z$
 8. $(m-n)^3$ 9. $(a+b+x^2)^2$ 10. 0 11. $5m^3$

Die Quotienten lauten:

S. 22

1. $0.50743 - 1$ 2. $0.78389 - 1$ 3. $0.41670 - 1$ 4. $0.26313 - 1$
 5. $0.80879 - 2$ 6. $0.32184 - 2$ 7. $0.52512 - 2$ 8. $0.95109 - 3$
 9. $0.91356 - 5$ 10. $0.45630 - 1$ 11. $0.53664 - 1$

1. $5(a-b+c)$ 2. $x(x \pm y)$ 3. $3a(b-c)$ 4. $-5a(7a-5b)$
 5. $7a^2(a-b)^2$ 6. $11a^3b^2(3a^2-1)^2$ 7. $a^{n+3}(a^4+a^2+1)$
 8. $-3xy(x-5y)^2$ 9. $-5x^{10}(x-1)^3$ 10. $7x^{n-1}(2-x)^3$

S. 22

Division eines Polynoms durch ein Polynom.

1. $5x$ 2. $11ax$ 3. $7x^3$ 4. $15a^2x^3$ 5. $x-3$ 6. $a+3x$
 7. $x-3y$ 8. $5m-2n$ 9. $a-n$ 10. n^2-4 11. $y+1$
 S. 23 12. $2x^2+3x-4$ 13. a^2-a+1 14. $2x^2+3x+5$ 15. $2m^2-5$
 16. $2x^2-3x+4$ 17. $2a^2-3ab+3b^2$ 18. $2a-3x$
 19. $8a^2-5ay-y^2$ 20. $r^4-2r^3s-3r^2s^2+4rs^3+4s^4$
 21. $3a^2-2a+3$ 22. $5x^3+7x^2y-3xy^2-5y^3$
 23. $3x^2-2ax+a^2$ 24. $4x^3-2x^2y-7xy^2+5y^3$
 25. $x^3+2x^2yz^2+3xy^2z^4-5y^3z^6$ 26. $7a-3x-5$
 27. $2x-3y+5$ 28. $a+b-3c$ 29. $3x-2y+z$ 30. $a+3$
 31. $3y^2-2y+1$ 32. $x-3$ 33. $a^6+2a^4b^2+3a^2b^4-b^6$
 34. $6a^2+29ax+35x^2$ 35. $3y^{n+3}+2y^n+y^{n-3}$
 36. $5m^7-3m^5+2m^3$ 37. $2a^{x+5}+3a^x+5a^{x-5}$
 38. $x^{2a}+3x^ay^b+5y^{2b}$

S. 24

1. $a-b$ 2. $x+y$ 3. a^2-ab+b^2 4. m^2+mn+n^2
 5. $5a-3y$ 6. $9x^2-3xy+y^2$ 7. $4a^2+10ax+25x^2$
 8. $a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4$ 9. $a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4$
 10. $m^3-m^2n+mn^2-n^3$ 11. $r^3+r^2s+rs^2+s^3$
 12. $a^6-a^5b+a^4b^2-a^3b^3+a^2b^4-ab^5+b^6$
 13. $m^8+m^7n+m^6n^2+m^5n^3+m^4n^4+m^3n^5+m^2n^6+mn^7+n^8$
 14. $x^5+x^4y+x^3y^2+x^2y^3+xy^4+y^5$
 15. $c^7-c^6d+c^5d^2-c^4d^3+c^3d^4-c^2d^5+cd^6-d^7$
 16. $16r^4+8r^3s+4r^2s^2+2rs^3+s^4$ 17. $25x^2-35xy+49y^2$
 18. $16a^4+4a^2b^3+b^6$ 19. $8m^3-12m^2n+18mn^2-27n^3$
 20. $125a^6-100a^4b^3+80a^2b^6-64b^9$

Die Binome sind theilbar durch:

1. $(a \pm b)$, $(a^2 - b^2)$, $(a^3 \pm b^3)$ 2. $(a + x)$, $(a^3 + x^3)$, $(a^5 + x^5)$
 3. $(x \pm y)$, $(x^2 \pm y^2)$, $(x^3 \pm y^3)$, $(x^4 - y^4)$, $(x^6 \pm y^6)$
 4. $(m \pm n)$, $(m^2 - n^2)$, $(m^3 \pm n^3)$, $(m^6 - n^6)$, $(m^9 \pm n^9)$
 5. $(r + s)$, $(r^3 + s^3)$

Die Polynome sind folgenden Quotienten gleich:

1. $(x^3 + y^3):(x + y)$ 2. $(m^3 - n^3):(m - n)$ 3. $(a^4 - b^4):(a - b)$
 4. $(r^4 - s^4):(r + s)$ 5. $(a^5 + x^5):(a + x)$ 6. $(x^6 - y^6):(x - y)$
 7. $(8x^3 - a^3):(2x - a)$ 8. $(a^8 - y^4):(a^2 - y)$
 9. $(x^{12} - y^8):(x^3 - y^2)$ 10. $(81x^8 - a^{12}):(3x^2 + a^3)$

Die Producte sind gleich:

S. 24

1. $a^3 + x^3$ 2. $x^4 - 16y^4$ 3. $32a^5 + b^{10}$

1. Übung.

1. $a^2 b^2 c^2$ 2. 0 3. $8a^2 + 9a - 3$ 4. $3z^2 - 7z + 1$ 5. $a + 1$

2. Übung.

S. 25

1. $x^a y^n$ 2. $x^4 - x^3 + 6x^2 - 4x + 24$ 3. $5a^2 + 8a + 3$
4. $7x - 5a + 3$ 5. $a - 3$

3. Übung.

1. $\frac{5}{4}$ 2. $x^2 - 2x + 2$ 3. $a^{3n+5} + 2a^{4n+1} + a^{5n-3}$
4. $x^{a+1} - 4x^a + 8x^{a-1}$ 5. $a^2 - 5a + 67$

4. Übung.

1. $4x^2 - 4xy + y^2$ 2. $a + 2b - 3c$ 3. $a^{2n+5} + 5a^{n+3} + a$
4. $5a^{2x-2} - 3a^{x+4} + 3a^{10}$ 5. $a^4 - a^3 + 39a^2 - 127a + 109$

Theilbarkeit dekadischer Zahlen.

1. Absolute Primzahlen sind nur durch sich selbst und durch die Einheit theilbar. Zusammengesetzte Zahlen sind auch noch durch andere Zahlen theilbar.

2. und 3. Eine Zahl ist durch 2 (5) theilbar, wenn ihre Einer-Ziffer durch 2 (5) theilbar ist.

Eine Zahl ist durch 4 (25) theilbar, wenn die aus der Zehner- und Einer-Ziffer gebildete Zahl durch 4 (25) theilbar ist.

Eine Zahl ist durch 8 (125) theilbar, wenn die aus der Hundert-, Zehner- und Einer-Ziffer gebildete Zahl durch 8 (125) theilbar ist.

4. Eine Zahl ist durch 3 (9) theilbar, wenn ihre Ziffersumme durch 3 (9) theilbar ist.

5. Eine Zahl ist durch 11 theilbar, wenn die Summe der geradstelligen Ziffern, vermindert um die Summe der ungeradstelligen Ziffern, eine durch 11 theilbare Zahl oder Null ergibt.

6.	120	ist	theilbar	durch	2,	4,	8,	5,	3
	450	"	"	"	2,	5,	25,	3,	9
	792	"	"	"	2,	4,	8,	3,	9, 11
	2925	"	"	"	5,	25,	3,	9	
	4356	"	"	"	2,	4,	3,	9,	11
	122760	"	"	"	2,	4,	8,	5,	3, 9, 11

S. 25 7. Relative Primzahlen sind solche, welche außer der Einheit kein gemeinschaftliches Maß besitzen.

S. 26 8. Durch $ab, ac, ad, bc, bd, cd, abc, abd, acd, bed$ und $abcd$
9. Ja. 10. Jene Factoren der Zahl, welche absolute Primzahlen sind.

Zerlegung in Primfactoren.

- | | | | |
|--|--|--|-------------------------------------|
| 1. $7 \cdot 2 \cdot 3^2$ | 2. $7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2$ | 3. $11 \cdot 7 \cdot 3^2 \cdot 2^2$ | 4. $17 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 2$ |
| 5. $11 \cdot 5^3 \cdot 3^2$ | 6. $37 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 3$ | 7. $43 \cdot 11^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2$ | 8. $113 \cdot 11 \cdot 5^3 \cdot 3$ |
| 9. $73 \cdot 11^2 \cdot 5 \cdot 3$ | 10. $(a+x)(a-x)$ | 11. $(x+3)(x-3)$ | |
| 12. $(2x+y)(2x-y)$ | 13. $(5a+3b)(5a-3b)$ | | |
| 14. $(m^2+n^2)(m+n)(m-n)$ | 15. $(a^2+4)(a+2)(a-2)$ | | |
| 16. $(y^2+9)(y+3)(y-3)$ | 17. $(ab+c^2)(ab-c^2)$ | | |
| 18. $(x+a)^2$ | 19. $m(m+4)$ | 20. $(2a-3)^2$ | |
| 21. $(x+3)(x+2)$ | 22. $(y+4)(y+3)$ | 23. $(n-5)(n+2)$ | |
| 24. $(a-3)(a-2)$ | 25. $(y+4)(y-3)$ | 26. $(b-5)(b+1)$ | |
| 27. $(2a+7)(a+5)$ | 28. $(3x-4)(x+9)$ | 29. $(3n+7)(2n-5)$ | |
| 30. $(5a-4)(3a+2)$ | 31. $(4y-7)(3y+5)$ | | |
| 32. $3 \cdot 5^2 \cdot a^2 \cdot x \cdot (a+b)(a-b)$ | 33. $11 \cdot 2^4 \cdot x^3 \cdot (m-n)(m^2+mn+n^2)$ | | |
| 34. $3 \cdot 2 \cdot m(m+n)(m-n)$ | 35. $5ax(x+a)(x-a)$ | | |
| 36. $2a(a+4)(a+2)$ | 37. $x^2(x+3)(x-1)$ | | |
| 38. $(x+a+b)(x+a-b)$ | 39. $(x+y+3)(x-y+3)$ | | |
| 40. $(y+2z+5)(y-2z+5)$ | | | |

Vom größten gemeinschaftlichen Maße und dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen.

I. Das größte gemeinschaftliche Maß ist:

- a) 1. 15 2. 253 3. 11715 4. 15 5. 44 6. $35a^2b$
7. $33ax^{a-5}$ 8. $25x^3(y+3)$

- b) 1. 37 2. 117 3. 713 4. 538 5. 3487 6. 41 7. $x-2$
S. 27 8. $2y-3$ 9. x^3-3x^2+4 10. $5a^2+3ax-x^2$
11. p^2-3p+3 12. $3a+5b$ 13. y^2+y+1
14. m^2-m+5 15. $2n+3$ 16. 136 17. 353 18. 113
19. 713 20. 37 21. $(a+3)^2$ 22. $3b+5$ 23. $2n+3$

II. Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache ist:

- a) 1. 525 2. 231 3. 210 4. 90 5. 3850 6. $90a^3b^3$
7. $36a^7x^7y^7$ 8. $a^2x^2(a-b)^3$ 9. $30(a-b)(a+b)^2$

10. $(x^2 - a^2)(x^2 + ax + a^2)$ 11. $(a^2 - 9)(a + 5)$ S. 27
 12. $(y - 5)(y^2 - 49)$ 13. $(m - 3)(m - 4)(m - 5)$
 14. $(a^2 - 25)(a^2 - 1)$
 b) 1. 642631 2. 2939613 3. 750249 4. 27413927439 5. 60439782
 6. 349755 7. 937365 8. $12x^4 + 32x^3 + 43x^2 + 45x + 18$ S. 28
 9. $(a^2 + a - 1)(a^3 + 1)$ 10. $(3x - 5)(x^4 - 7x^2 + 1)$
 11. $(b^4 - 2b^2 + 1)(b^2 - 2b - 1)$ 12. $(a + 5)(a^2 - 3a + 5)^2$
 13. $9b^5 - 9b^4 + 5b^3 + 17b^2 - 61b - 15$ 14. $x^6 - x^5 - x^3 - x - 1$

Übung.

1. $M = 63$ $V = 19845$
 2. $M = a^2 + 2a - 3$ $V = a^4 - 10a^2 + 9$
 3. $M = 881$ $V = 78432787$
 4. $M = 3x^2 - x - 3$ $V = (3x^2 - x - 3)(3x - 5)(x - 1)$
 5. $M = 3b + 1$ $V = (3b + 1)(3b^2 - 2b + 2)(2b^2 + 5b - 1)$
 6. $M = 139$ $V = 41387945$
 7. $M = 3x - 1$ $V = (3x - 1)(x^4 - 9)(2x^2 - 5)$

Von den gemeinen Brüchen.

Die vereinfachten Brüche lauten:

1. $\frac{3}{5}$ 2. $\frac{m}{n}$ 3. $\frac{a^2}{b^2}$ 4. $\frac{1}{x^2y}$ 5. $\frac{3b}{5c}$ 6. a^3 7. x^4 8. $\frac{5ac}{3b}$
 9. $\frac{3a}{7(a+b)}$ 10. $m + n$ 11. $\frac{1}{a-b}$ 12. $\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}$
 13. $\frac{a-3}{a^2-3a+9}$ 14. $\frac{m^2+n^2}{m^4-m^2n^2+n^4}$ 15. $a-b+c$ S. 29
 16. $5x - 7y + 3z$ 17. $3a - 5b + 4c$ 18. $x - a$ 19. $\frac{1}{2x-5y}$
 20. $\frac{a+3}{a+5}$ 21. $\frac{(3a-2b)^2}{(2a+3b)^2}$ 22. $\frac{x-7}{x-6}$ 23. $\frac{x+3}{x+5}$ 24. $\frac{n-1}{n-4}$
 25. $\frac{a+7x}{a-4x}$ 26. $\frac{x-y^2}{x+y^2}$

Der wahre Wert des Bruches ist:

1. $2a$ 2. $-\frac{1}{2b}$ 3. $3n^2$ 4. $\frac{1}{3m^2}$ 5. $4a^3$ 6. $-\frac{1}{108}$ 7. $\frac{3r}{2}$

- S. 29** 8. $7\frac{5}{5}$ 9. 15 10. $\frac{2}{9}$ 11. $\frac{5a}{3}$ 12. $\frac{3}{5}$
 13. $\frac{2}{3}$ 14. 3 15. 4 16. 0 17. ∞

S. 30

Addition und Subtraction der Brüche.

a) Gleichnamige Brüche.

1. 1 2. 30 3. $2a$ 4. $15x$ 5. 2 6. $a - 4$ 7. -2 8. 2
 9. 1 10. $\frac{2x+3y}{2x-3y}$ 11. 22 12. $1-x$ 13. $5\sqrt{2}$ 14. $\frac{9x+1}{15x^2}$

b) Ungleichnamige Brüche.

- S. 31** 1. $1\frac{5}{12}$ 2. $1\frac{7}{30}$ 3. $2\frac{5}{6}$ 4. $4\frac{1}{12}$ 5. $6\frac{29}{30}$ 6. 42 7. 46 8. $76\frac{109}{132}$
 9. $\frac{8a}{15}$ 10. $-\frac{3x}{28}$ 11. $\frac{19n}{30}$ 12. $\frac{5a}{3}$ 13. $\frac{15x+7}{6}$ 14. $\frac{y}{12}$
 15. $\frac{7a-10}{30}$ 16. $\frac{3a-134}{105}$ 17. $\frac{a^2-b^2}{b^3}$ 18. $\frac{(x+a)^2}{x^3}$
 19. $\frac{a^2+9}{3a}$ 20. $\frac{a^2-x^2}{ax}$ 21. $\frac{(3a-1)^2}{18a^3}$ 22. $\frac{2a^2-9}{12a}$ 23. 0
 24. $\frac{x+1}{x}$ 25. $\frac{a-b}{a}$ 26. $\frac{x+1}{x}$ 27. $-\frac{5}{a}$ 28. $\frac{1}{x}$ 29. $\frac{2a}{a+b}$
 30. $\frac{2a^2}{a-x}$ 31. $\frac{18}{x+3}$ 32. $\frac{(a-1)^2}{a^2}$ 33. $\frac{(x+y)^3}{3x^2y}$ 34. 0
S. 32 35. $\frac{4}{(x+1)^2}$ 36. $\frac{25}{(y+3)^2}$ 37. $\frac{x^2+a^2}{x^2-a^2}$ 38. $-\frac{6y}{y^2-9}$ 39. 1
 40. $\frac{5}{x-1}$ 41. $\frac{1}{x-1}$ 42. $\frac{1}{a^2+5a+6}$ 43. $\frac{1}{a^2+12a+35}$
 44. $\frac{1}{p^3+2p^2-p-2}$ 45. $\frac{-8}{(x+3)(x+5)(x+7)}$ 46. 0
 47. $\frac{a+23}{(a-7)(a^2-9)(a-2)}$ 48. $\frac{1}{(n+3)(n+4)(n+5)}$
 49. $\frac{4(a+3)}{7(4a-5)(5a-2)}$ 50. $\frac{1}{x(x+2)}$ 51. $\frac{4}{(2y-1)(3y+1)}$
 52. $\frac{1}{(5m-3)(3m-2)}$ 53. $\frac{1}{527}$ 54. $\frac{1}{221}$ 55. $\frac{4}{437}$ 56. $\frac{2}{2773}$

$$57. \frac{3}{1729} \quad 58. -\frac{2}{19019} \quad 59. \frac{1}{a^2 - 2a - 15} \quad 60. \frac{1}{6x^2 + 7x - 3} \quad \text{S. 33}$$

$$61. \frac{1}{a^2 - 1} \quad 62. \frac{1}{y^3 - 3y^2 + 5y - 15} \quad 63. \frac{1}{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}$$

Multiplication und Division der Brüche.

$$1. \frac{6}{7} \quad 2. \frac{5}{2} \quad 3. \frac{a^2}{n^2} \quad 4. \frac{a}{x} \quad 5. \frac{6a}{5x} \quad 6. \frac{5a}{3x} \quad 7. \frac{8a^4}{5b^4} \quad 8. \frac{a^2 - b^2}{n}$$

$$9. \frac{z}{a - x} \quad 10. 0 \cdot 789 \quad 11. 0 \cdot 184 \quad 12. 0 \cdot 704 \quad 13. 16 \quad 14. 21a$$

$$15. a + 4 \quad 16. \frac{6bx}{ay} \quad 17. b \pm a \quad 18. 2m; -2n \quad 19. \frac{x \pm 1}{y} \quad \text{S. 34}$$

$$20. \frac{x - y}{x + y} \quad 21. a + b \quad 22. (a - b)^2 \quad 23. (x - 5y)^2 \quad 24. \frac{a^2 - b^2}{ab}$$

$$25. \frac{(x - 3)(x^2 - 9)}{x^3} \quad 26. \frac{x^4 - 16y^4}{xy^3} \quad 27. \frac{(x - 2y)^3 + 1}{x^2y^2}$$

$$A \cdot \frac{z}{n} = \frac{A \cdot z}{n} = \frac{A}{n} \cdot z$$

$$1. \frac{6}{5} \quad 2. 9 \quad 3. 595 \quad 4. 4 \cdot 71 \quad 5. 1155 \quad 6. \frac{a^3}{b} \quad 7. ab \quad 8. 8x$$

$$9. \frac{15x}{4} \quad 10. 15ay \quad 11. 6a^2b^2 \quad 12. \frac{10x^2}{3y^2} \quad 13. \frac{18a^2b^2xz^2}{y} \quad 14. a^4x^4$$

$$15. \frac{x^{2n}}{a^n} \quad 16. \frac{x^2 - y^2}{xy} \quad 17. \frac{a^3 + 125}{5a} \quad 18. \frac{y^4 - z^4}{yz} \quad 19. \frac{x^3 + (1 - y)^3}{xy}$$

20. Es wiegt das Glas $92\frac{1}{2} g$, das Gufseisen $828 g$, das Quecksilber $5780 g$, das Benzin $2 \cdot 125 kg$, das Bier $77 \cdot 5 kg$, der Theer $41 \cdot 4 kg$.

21. $U = 44 cm (157\frac{1}{7} mm) [23\frac{4}{7} m]$; $F = 154 cm^2 (1964\frac{2}{7} mm^2) [44\frac{11}{56} m^2]$ S. 35

22. a) $75\frac{3}{7} cm^2$ b) $2907\frac{1}{7} mm^2$ c) $6\frac{7}{8} m^2$

$$\frac{Z}{N} : a = \frac{Z : a}{N} = \frac{Z}{N \cdot a}$$

$$1. \frac{3}{11} \quad 2. \frac{17}{33} \quad 3. \frac{4}{5} \quad 4. \frac{5}{6} \quad 5. \frac{a}{b} \quad 6. \frac{a^2}{b^2} \quad 7. \frac{5x^2}{a^2} \quad 8. \frac{3a^3}{10b^3}$$

$$9. \frac{4x^5}{3y^5} \quad 10. \frac{3x^2y^2}{4z^6} \quad 11. \frac{7ab}{2c^2} \quad 12. \frac{a + x}{n} \quad 13. a + b \quad 14. a + 4$$

- S. 35 15. $\frac{x-3}{x+3}$ 16. $\frac{a}{3bc} + \frac{b}{5ac} + \frac{c}{6ab}$ 17. 3 18. $2\frac{5}{8} K$
 19. Messing: $8\frac{2}{5}$ Marmor: $2\frac{3}{4}$ Bronze: $8\frac{1}{3}$ 20. $\frac{3}{4} kg$ ($\frac{18}{25} kg$)
 S. 36 21. Der Festigkeitsmodul des geglähten Drahtes ist $32\frac{1}{2}$ ($35\frac{3}{4}$) [$23\frac{4}{5}$] *kg*,
 der des ungeglähten $59\frac{1}{2}$ ($69\frac{1}{4}$) [$40\frac{2}{5}$] *kg*.

$$\frac{Z}{N} \cdot \frac{a}{b} = \frac{Z \cdot a}{N \cdot b}$$

1. $\frac{16}{45}$ 2. $\frac{2}{5}$ 3. $\frac{ax}{by}$ 4. $\frac{x}{y}$ 5. 1 6. 6 7. $\frac{2a}{3}$ 8. a^2y^2
 9. $\frac{2a^4x}{3y^3}$ 10. a^2x^2 11. $\frac{a^2-b^2}{m^2-n^2}$ 12. $(m-n)(x-y)$
 13. $\frac{1}{(a-b)(x+y)}$ 14. $\frac{y(a^2-b^2)}{x}$ 15. $\frac{1}{3}$ 16. $5\frac{1}{3}$ 17. 1
 18. $\frac{a}{x}$ 19. $\frac{xy}{c}$ 20. $\frac{a}{x^{2m-2}}$ 21. $\frac{x}{a+x}$ 22. $\frac{1}{ax}$ 23. 1 24. 1
 S. 37 25. $(a-x)^2$ 26. $18a^2 + 8a^2; -24ax$ 27. $\frac{a^8}{81} - \frac{16}{a^4}$ 28. $\frac{a^{10}x^5}{1024} + \frac{32x^{10}}{a^{15}}$
 29. $U = 28 cm$ ($29\frac{1}{3} cm$) [$52\frac{4}{5} dm$] $F = 62\frac{4}{11} cm^2$ ($68\frac{4}{9} cm^2$) [$221\frac{19}{25} dm^2$]
 30. 1) $29\frac{1}{3} m^2$ 2) $52\frac{4}{5} dm^2$ 3) $40 m^2$

$$\left(\frac{Z}{N}\right)^r = \frac{Z^r}{N^r}$$

1. $\frac{4}{9}$ 2. $\frac{125}{343}$ 3. $+\frac{1}{16}$ 4. $-\frac{64}{125}$ 5. $5\frac{4}{9}$ 6. $-3\frac{3}{8}$ 7. $\frac{4a^6}{25}$
 8. $\frac{512a^6x^3}{125y^9}$ 9. $\frac{a^2+2ax+x^2}{a^2-2ax+x^2}$ 10. $\frac{-1}{x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}$
 11. $\frac{a^2}{b^2} - \frac{c^2}{d^2}$ 12. $\frac{x^4}{9} - \frac{x^2}{25}$ 13. $\frac{12x+19}{36}$ 14. $\frac{a^2}{b^2} + \frac{2a}{b} + 1$
 15. $\frac{a^2}{x^2} \pm 2 + \frac{x^2}{a^2}$ 16. $\frac{4x^2}{9y^2} - \frac{8}{5} + \frac{36y^2}{25x^2}$ 17. $x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$
 18. $\frac{a^3}{n^3} - \frac{3a}{n} + \frac{3n}{a} - \frac{n^3}{a^3}$ 19. $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{4a^2}$ 20. $\frac{a^6}{4x^2} + \frac{1}{a^2x^2}$
 S. 38 21. $\frac{4a^2}{x^2} + \frac{x^2}{a^2}$ 22. 0 23. $\frac{8a^2}{x^2} - \frac{17x^2}{y^2}$ 24. $\frac{12n^2}{a^2} - \frac{24n}{a} + 76$

$$A : \frac{z}{n} = A \cdot \frac{n}{z}$$

1. 20 2. $11\frac{2}{3}$ 3. 24 4. 21 5. 9 6. 20 7. $34\cdot3$ 8. $3\cdot3$ **S. 38**
 9. $0\cdot828$ 10. $4\cdot2225$ 11. $4a$ 12. $15x$ 13. $19\frac{1}{2}y$ 14. $\frac{5ab}{3}$
 15. ab 16. x^2y^2 17. $2ax$ 18. $\frac{15x^2y^2}{z^2}$ 19. $\frac{15abx}{2y}$
 20. $(x+y)^2$ 21. $(a-5)^2$ 22. $(y+1)^2$ 23. a^2-4 24. $(x+1)^2$
 25. $xy-y^2$ 26. $a^2b-2ab^2+3b^3$ 27. $5a^3x-3ax^3$
 28. Quecksilber: $13\cdot6$, Salzsäure: $1\cdot2017$, Milch: $1\cdot0298$, Alkohol: $0\cdot792$
 29. $7\cdot91 dm$ ($2\cdot73 m$) [$11\cdot225 cm$]

$$\frac{a}{b} : \frac{z}{n} = \frac{a:z}{b:n} = \frac{a}{b} \cdot \frac{n}{z}$$

S. 39

1. $1\frac{1}{3}$ 2. $\frac{2}{3}$ 3. $\frac{3}{5}$ 4. $2\frac{1}{2}$ 5. $1\frac{13}{15}$ 6. $1\frac{3}{7}$ 7. $\frac{7}{10}$ 8. $\frac{3}{7}$ 9. $\frac{10}{11}$
 10. $\frac{a^2}{b^2}$ 11. $\frac{3x}{4b}$ 12. $\frac{2a^2}{3x^2}$ 13. $\frac{3x^2}{2y^2}$ 14. $\frac{7a^2x^2}{4z^2}$ 15. 3 16. 1
 17. a 18. $\frac{x}{a}$ 19. $\frac{a^2-1}{a^2-4}$ 20. $\frac{a+3}{x+3}$ 21. $\frac{x-7}{x+7}$ 22. 1 23. 1
 24. $\frac{x^3+y^3}{x^3-y^3}$ 25. $\frac{x^2+3x+9}{x^2-2x+4}$ 26. $\frac{n-3}{n+3}$ 27. a^5-3b^5
 28. $(a+b)^2$ 29. $\left(\frac{a}{3}-x\right)^2$ 30. $\frac{a^2}{b} + \frac{6ab}{x} + \frac{9b^3}{x^2}$ 31. $\frac{5a}{b}$
 32. $\frac{3a}{x^5}$ 33. $\frac{-2y^3}{xz}$ 34. $\frac{2a}{b} + \frac{5b}{a}$ 35. $\frac{a^2}{b} - \frac{ab}{c} - \frac{bc}{a^2}$ **S. 40**
 36. $\frac{a^2}{n^2} + \frac{x}{n} + \frac{x^2}{a^2}$ 37. $\frac{a}{x} - 3 + \frac{2x}{a}$ 38. $\frac{3a}{2b} + 2b^2 - \frac{5a}{b^2}$
 39. $\frac{4x^2}{a^2} + \frac{6x}{a} + 5$ 40. $\frac{a^2}{2y^4} - \frac{5a}{3y^2} + \frac{2}{3}$ 41. $\frac{2a^2}{x} - \frac{a}{x^3} + \frac{3}{x^5}$
 42. $\frac{3a^3}{x^2} - \frac{5a}{xy} + \frac{1}{ay^2}$ 43. $\frac{a}{x^2} - \frac{2}{x} - \frac{3}{a}$ 44. $a^3 - \frac{2a^2}{b} + \frac{3a}{b^2} - \frac{4}{b^3}$ **S. 41**

S. 41 Der Quotient lautet:

$$1. 1 + \frac{2}{a} + \frac{2}{a^2} + \frac{2}{a^3} + \frac{2}{a^4} + \dots$$

$$2. 1 + \frac{2b}{a} + \frac{2b^2}{a^2} + \frac{2b^3}{a^3} + \frac{2b^4}{a^4} + \dots$$

$$3. 1 + \frac{3}{a} + \frac{9}{a^2} + \frac{27}{a^3} + \frac{81}{a^4} + \dots$$

$$4. 1 + \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} + \frac{y^3}{x^3} + \frac{y^4}{x^4} + \dots$$

$$5. 1 + \frac{6}{a} + \frac{6}{a^2} + \frac{6}{a^3} + \frac{6}{a^4} + \dots$$

$$6. 1 - \frac{n}{m} + \frac{n^2}{m^2} - \frac{n^3}{m^3} + \frac{n^4}{m^4} - \dots$$

$$7. 1 - \frac{2y}{x} + \frac{2y^2}{x^2} - \frac{2y^3}{x^3} + \frac{2y^4}{x^4} - \dots$$

1. Übung.

$$1. 2y \quad 2. x \mp 5; \quad \frac{a+4}{a-4} \quad 3. ax \quad 4. \frac{8a^9}{x^6} + \frac{a^3}{27x^{15}} \quad 5. x^2 + 2x - 3$$

2. Übung.

$$1. 0 \quad 2. \frac{4}{(a+1)(a+2)(a+3)} \quad 3. \frac{2b}{x} \quad 4. \frac{y^2}{2x^2} - 6 \quad 5. b + 5$$

S. 42

3. Übung.

$$1. 1 \quad 2. \frac{a^4}{4m^2} + \frac{81m^2}{a^2} \quad 3. \frac{x^2}{3y} \quad 4. \frac{a^2}{4x^2} + 3 + \frac{27x^2}{a^2}$$

$$5. \frac{1}{y^2 - 5y + 6}$$

4. Übung.

$$1. \frac{a-1}{a+1}, \frac{n}{n^2-1}, \frac{x-1}{x+1} \quad 2. \frac{2y}{y^2-16} \quad 3. \frac{9a^2}{b^2} + \frac{4b^2}{9a^2}$$

$$4. 0 \quad 5. \frac{3}{x^3} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} + 3$$

5. Übung.

S. 43 1. y 2. ax²y 3. $\frac{a}{b}$ 4. $\frac{36b^6}{a^6} + \frac{a^2}{9b^2}$ 5. $\frac{2x^2}{am} - \frac{a^2}{2n^2}$

$$6. x - a, \quad a, \quad \frac{x}{x+1}$$

Decimalbrüche.

S. 43

Begriff und Eintheilung der Decimalbrüche. Verwandlungen.

1. $5 \cdot 371905$. 2. Der Bruch wird 10, 100, 1000, 10000 . . . mal so groß (klein). 3. 10, 100, 1000 mal so groß.
 4. Der Decimalbruch heißt unvollständig, wenn er außer den angeschriebenen Ziffern noch weitere Ziffern besitzt. Ist dies nicht der Fall, so heißt er vollständig.

Ein periodischer Decimalbruch zeigt eine ins Unendliche fortgesetzte Wiederholung einer Ziffer oder einer Zifferngruppe (Periode). Beginnt die Periode unmittelbar nach dem Decimalpunkte, so heißt der Decimalbruch rein periodisch, andernfalls unrein periodisch.

5. $3 \cdot 14$, $3 \cdot 1416$, $3 \cdot 141593$, $3 \cdot 14159265$, $3 \cdot 1415926536$, $3 \cdot 141592653590$.
 6. α) $0 \cdot 75$, $4 \cdot 375$, $5 \cdot 68$, $9 \cdot 1875$, $0 \cdot 0125$, $1 \cdot 0048$.
 β) $0 \cdot 6$, $1 \cdot 5$, $3 \cdot 571428$, $5 \cdot 27$, $8 \cdot 153846$, $9 \cdot 06$, $3 \cdot 0095121$.
 γ) $0 \cdot 318$, $3 \cdot 73$, $0 \cdot 7538461$, $3 \cdot 2571428$, $0 \cdot 37523$.
 7. α) $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{72}{125}$, $\frac{311}{80}$, $7 \frac{13}{15625}$, β) $\frac{7}{9}$, $\frac{1}{33}$, $\frac{26}{37}$, $9 \frac{335}{1111}$, $5 \frac{19}{333}$, $4 \frac{791}{11111}$, S. 44
 γ) $3 \frac{7}{15}$, $\frac{26}{45}$, $1 \frac{293}{900}$, $2 \frac{37}{99}$, $1 \frac{163}{825}$, $2 \frac{11}{35}$, $1 \frac{9}{14}$.

Addition und Subtraction der Decimalbrüche.

1. α) $S_1 = 4 \cdot 734$ $S_2 = 2 \cdot 722$ $S_3 = 9 \cdot 583$
 $S_4 = 46 \cdot 60697$ $S_5 = 47 \cdot 9578$ $S_6 = 263 \cdot 35197$
 β) $a - b = 2 \cdot 766$ $b - c = -0 \cdot 754$ $c - d = -3 \cdot 5491$
 $d - e = 1 \cdot 1921$ $e - f = -5 \cdot 94487$ $f - g = 9 \cdot 03404$
 $g - h = -26 \cdot 52417$ $h - i = -187 \cdot 477$
 γ) $N_1 = +7 \cdot 2991$ $N_2 = -3 \cdot 8941$ $N_3 = +196 \cdot 18787$
 d) $M_1 = 222 \cdot 85$ $M_2 = 7 \cdot 3$ $M_3 = -204 \cdot 99$
 2. Um $165 \cdot 5$ m 3. $245 \cdot 8$ m 4. Um $3201 \cdot 41$ m²
 5. Um 20^m $23 \cdot 424^s$ 6. $S_1 = -8 \cdot 3945$ $S_2 = +18 \cdot 25925$ S. 45
 $S_3 = -10 \cdot 61875$ $S_4 = +49 \cdot 77675$

Multiplikation und Potenzierung der Decimalbrüche.

1. a) 5711 b) $228 \cdot 0608$ c) $0 \cdot 137445$ d) $14 \cdot 15198$ e) $203 \cdot 84$
 f) $5 \cdot 64$ g) $36 \cdot 0542$ h) $102 \cdot 564$ i) $14 \cdot 1008$ j) $0 \cdot 774081$
 2. a) $45 \cdot 26$ b) $708 \cdot 44$ c) $18149 \cdot 33$ d) $38 \cdot 419$ e) $3 \cdot 390$
 f) $1 \cdot 395$ g) $36 \cdot 714$ h) $288 \cdot 964$ i) $296 \cdot 9338$ j) $18 \cdot 15146$
 3. Messing: $316 \cdot 2$ g Marmor: $598 \cdot 1$ g Kork: $32 \cdot 5$ g Leinöl: $687 \cdot 8$ g
 4. α) $25 \cdot 74$ m² β) $5756 \cdot 81$ dm² γ) $26664 \cdot 26$ cm²

- S. 45** 5. a) -22.845 b) $+30.765$ c) -150.594 d) $+80.354$
S. 46 6. a) 32.49 b) 0.5329 c) 45.0241 d) 0.094249 e) 25.120144
 f) 20.25 g) 0.0361 h) 9.5481 i) 4.032064 j) 50.481025
 k) 13.824 l) 357.911 m) 0.091125 n) 8.365427
 o) 51.271550875 p) -0.729 q) -3.375 r) -456.533
 s) -0.029791 t) -0.130323843
 7. α) $U = 1115 \text{ mm}$ $F = 98980 \text{ mm}^2$ $V = 23425274 \text{ mm}^3$
 β) $U = 542 \text{ mm}$ $F = 23371 \text{ mm}^2$ $V = 2687614 \text{ mm}^3$
 γ) $U = 255 \text{ mm}$ $F = 5185 \text{ mm}^2$ $V = 280847 \text{ mm}^3$

Division der Decimalbrüche.

1. $2.3229 \dots$ 2. $0.0515 \dots$ 3. $5.4321 \dots$ 4. $433.396 \dots$
 5. $0.0975 \dots$ 6. $3.1130 \dots$ 7. 0.7337 8. $0.01234 \dots$
 9. 531.35 10. 123.45 11. 8.642 12. 233.1 13. a) 0.14285
 b) 0.76923 c) 0.017543 d) 2.6315 e) 66.666 f) 128.20
 14. a) 7.8963 b) 1881.76 c) 2898.551 d) 0.074
 15. α) $d = 8.75 \text{ cm}$ β) $d = 0.685 \text{ m}$ γ) $d = 0.339 \text{ m}$
S. 47 16. α) 8.78 β) 7.603 γ) 2.56 δ) 2.551 ϵ) 2.755 ζ) 1.885

Das arithmetische Mittel zweier oder mehrerer Zahlen.

1. 5 2. 20 3. 7 4. $5\frac{1}{2}$ 5. $3\frac{5}{36}$ 6. $10\frac{13}{60}$
 7. $2a - b$ 8. $7x - 2y$ 9. 9 10. 15 11. 11
 12. 10 13. $4a + b$ 14. $3a$ 15. $a + 2$
 16. a) $Z = 59.5 \text{ kg}$ b) $Z = 89.533 \text{ kg}$; Festigkeitsmodul $= 4.561 \text{ kg}$
S. 48 c) $\varphi = 0.19$ d) $\alpha = 0.00123$ e) $W = 8335.5 \text{ c}$
 f) $L = 600 \text{ NK}$ g) $l = 44.68 \text{ NK}$ h) $n = 1.635$
 i) $P = 7 \text{ atm.}$ k) $s = 8.55$ l) $s = 5.62$
 17. α) $b = 731.7 \text{ mm}$ β) $b = 734.6 \text{ mm}$ γ) $b = 727.9 \text{ mm}$

Von den geometrischen Verhältnissen.

1. $1\frac{2}{3}$ 2. $\frac{3}{4}$ 3. 7 4. $0.6a$ 5. 2
 6. 3 7. $\frac{1}{3}$ 8. $\frac{x}{2}$ 9. $2\frac{2}{9}$ 10. $\frac{2x}{3}$
S. 49 Die vereinfachten Verhältnisse lauten:
 1. $9:11$ 2. $13:17$ 3. $23:240$ 4. $7:8$ 5. $3:2$ 6. $5:6$
 7. $15:14$ 8. $9:14$ 9. $14:27$ 10. $m:n$ 11. $a:n$ 12. $5b:7a$
 13. $(m-n):(m+n)$ 14. $13:8, 7:11, 2:3, 11:9, 12:13, 9:7$

15. $5:8, 55:27, 8:7, 18:55, 21:11, 11:10$ S. 49
 16. Die Seitenverhältnisse sind: $5:7, 9:5, 7:9$;
 die Flächenverhältnisse sind: $25:49, 81:25, 49:81$.
 17. $r:R = 3:4; f:F = 9:16$
 18. $r:R = 3:4; o:O = 9:16, v:V = 27:64$
 19. $G_1:G_2 = 576:1375; G_2:G_3 = 625:3296; G_3:G_1 = 1133:90$.

Von den geometrischen Proportionen.

S. 50

1. Die Proportionen sind richtig. 2. $an = bm$
3. Man kann die äußeren (oder die inneren) Glieder untereinander vertauschen.
4. $a:b = d:c$ $a:b = \alpha:\beta$ $a:t = t:b$
 $\alpha:h = h:\beta$ $m_1:m_2 = g_2:g_1$ $P_1:P_2 = s_2:s_1$
 $c_1:c_2 = t_2:t_1$ $P:Q = r:R$ $P:Q = h:l$
 $P:Q = r:s$ $L:l = T^2:t^2$ $t_1:t_2 = \sqrt{g_2}:\sqrt{g_1}$
 $M:M_1 = v_1^2:v^2$
5. a) $a = b$ b) $x = y$ c) $x = a^2$
6. Es ist gestattet:
 - a) ein inneres und ein äußeres Glied mit derselben Zahl zu multiplizieren oder zu dividieren;
 - b) alle Glieder mit derselben Zahl zu multiplizieren, zu dividieren, zu potenzieren oder zu radizieren.

Die vereinfachten Proportionen lauten:

1. $a:b = 7:11$ 2. $x:y = 9:4$ 3. $x:a = 19:21$
4. $a:8 = 1:11$ 5. $4x:3a = 3a:2b$ 6. $(x-a):1 = (m+n):1$
7. $x:a = 2:3$ 8. $x:a = 9:4$ 9. $a:b = 5:7$ 10. $x:n = 5:9$

Ein unbekanntes äußeres (inneres) Glied wird gefunden, indem man das Product der inneren (äußeren) Glieder durch das bekannte äußere (innere) Glied dividiert.

Die Unbekannte x ist gleich:

S. 51

1. $\frac{am}{n}$ 2. $\frac{bl}{a}$ 3. al 4. $\frac{wT}{t}$ 5. 21 6. 16:5 7. 259 8. $929\frac{10}{13}$
9. 1 10. $\frac{1}{6}$ 11. n 12. $a^2 - 4$ 13. $\frac{(a^2 + b^2)^2}{2a^2b^2}$

Die vierte geometrische Proportionale ist:

1. $\frac{bm}{a}$ 2. 70 3. 4 4. $5a$ 5. $a^2 + 4a + 3$ 6. $a^2 - 4$
7. 197·12 g, 1436·5 g, 169·4 g, 3·42 g, 10·2025 kg 8. 47·17 K

- S. 51** 9. α) 57 kg β) 33 kg γ) 32 kg 10. α) 159.5 kg β) 185 kg γ) 98.8 kg
- S. 52** 11. α) 3.69 kg β) 1296 kg γ) 2856.49 kg
12. α) 3.6 kg β) $976\frac{32}{3}$ kg γ) 2709 kg
13. α) 3411 kg β) 5542 kg γ) 4487 kg 14. α) 101.75 m und 138.01 m
 β) 156.24 m und 231.26 m γ) 47.88 m und 52.25 m
15. α) m = 13.957 m n = 10.693 m β) m = 638 m n = 345.95 m
 γ) m = 106.73 m n = 150.8 m
- S. 53** 16. α) Z = 405 kg D = 562.5 kg β) Z = 1295 kg D = 1785 kg
17. α) Z = 1309 kg D = 1435 kg β) Z = 2821.5 kg D = 3253.5 kg
18. 147.18 g oder 102.92 l
19. $5\frac{1}{13}$ g oder 56.66 l Wasserstoff. $248\frac{10}{13}$ g Schwefelsäure.
- S. 54** 20. 5096 g Zink und 21952 g 35% ige Schwefelsäure.
21. 4.8262 l Chlor. 22. 12.443 kg Phosphor.
23. 12.16 Härtegrade. 24. 33.768 m. Die Abplattung des Globus
müßte 3.416 mm für den Halbmesser betragen.
25. 5.24692 m, 5.2459 m, 5.24548 m, 5.24428 m, 5.24374 m
26. 3.75137 m, 3.75065 m, 3.75034 m, 3.7495 m, 3.7491 m
- S. 55** 27. $n' = 1759.1$ (1311.7) [2623.3] 28. 40.0725 HP
29. 60.11% 30. 64.92%, 47.93%, 77.45%
31. 52.7275%. Das Geschütz wiegt 27 Tonnen. 32. 27.5%
33. 76.097 Gewichtsprocente Stickstoff, 22.96 Gewichtsprocente Sauerstoff.
34. α) $h_b = 33\frac{3}{5}$ cm β) $h_b = 4\frac{32}{85}$ dm γ) $h_b = 18\frac{120}{173}$ cm
 $h_c = 38\frac{10}{13}$ cm $h_c = 2\frac{94}{325}$ dm $h_c = 14\frac{56}{73}$ cm
- S. 56** 35. $72\frac{1}{4}$ Minuten. 36. $48\frac{1}{23}$ Umdrehungen.
37. 105 Umdrehungen. 38. 75 Zähne
39. 773.15 dm³ 1808 dm³ (1004.4 dm³) [573.26 dm³] { 373.07 dm³}
40. 9.735 atm (14.531 atm) { 4.339 atm}
 87187 cm³ (50628 cm³) { 18080 cm³}
41. 0.0632255 m, 0.072449 m, 0.0476255 m

Stetige geometrische Proportion und geometrisches Mittel.

Sind in einer Proportion die beiden inneren (oder äußeren) Glieder einander gleich, so heißt die Proportion eine stetige. Jedes der beiden gleichen Glieder ist das geometrische Mittel der beiden anderen Glieder und ist gleich der Quadratwurzel aus dem Producte dieser Glieder.

- S. 57** 1. 12 2. 28 3. 7.2 4. $\frac{4a^2}{3}$ 5. $a + n$ 6. $a + 1$

Das geometrische Mittel ist:

S. 57

1. 24 2. 288 3. 272 4. 252 5. $15\cdot2$ 6. $\frac{45b^2}{14a^2}$ 7. $\frac{3(a-b)}{2}$
 8. $a+3$ 9. $\alpha) 44\text{ cm}$ $\beta) 67\cdot2\text{ cm}$ $\gamma) 30\cdot8\text{ mm}$ 10. $\alpha) 64\cdot4\text{ cm}$
 $\beta) 60\cdot8\text{ cm}$ $\gamma) 572\text{ mm}$ 11. $\alpha) 34\text{ cm}$ $\beta) 468\text{ mm}$ $\gamma) 62\cdot4\text{ mm}$
 12. $\alpha) 15\cdot3\text{ cm}$ $\beta) 252\text{ mm}$ $\gamma) 575\text{ mm}$ 13. $\alpha) 6\cdot22498\text{ m}$, $1\cdot8\text{ m}$
 $\beta) 39\cdot1\text{ cm}$, $35\cdot631\text{ cm}$ $\gamma) 681\cdot346\text{ mm}$, 493 mm .

Die umgewandelten Proportionen lauten:

S. 58

1. $a:x=11:6 \dots x=\frac{6a}{11}$ 2. $a:x=2:5 \dots x=\frac{5a}{2}$
 3. $3n:x=3:7 \dots x=7n$ 4. $x:1\frac{1}{3}=15:4 \dots x=5$
 5. $x:2\frac{2}{5}=9:1 \dots x=21\frac{3}{5}$ 6. $2x:2a=5:1 \dots x=5a$
 7. $10x:4a=5:1 \dots x=2a$

1. $x=15$ 2. $x=35$ 3. $x=91$ 4. $x=55$ 5. $x=a^2+4a+3$
 $y=18$ $y=21$ $y=65$ $y=33$ $y=a^2+2a-3$
 6. $\alpha) a) ma=29\cdot4\text{ cm}$ $b) ma=29\cdot337\text{ cm}$ $c) ma=0\cdot78\text{ m}$
 6. $\beta) a) ma=49\text{ cm}$ $b) ma=121\cdot26\text{ cm}$ $c) ma=2\cdot68125\text{ m}$
 7. $\alpha) a) P=24\cdot435\text{ kg}$ $b) P=105\text{ kg}$ $c) P=900\text{ kg}$ S. 59
 $Q=55\cdot965\text{ kg}$ $Q=405\text{ kg}$ $Q=1350\text{ kg}$
 7. $\beta) a) P=-62\cdot31\text{ kg}$ $b) P=-178\cdot5\text{ kg}$ $c) P=-4500\text{ kg}$
 $Q=142\cdot71\text{ kg}$ $Q=688\cdot5\text{ kg}$ $Q=6750\text{ kg}$

1. $x=35$ 2. $x=187$ 3. $x=65$
 $y=21$ $y=119$ $y=143$
 $z=14$ $z=85$ $z=247$
 4. $x=465$ 5. $x=63$ 6. $x=187$
 $y=255$ $y=35$ $y=143$
 $z=165$ $z=56$ $z=99$
 $u=21$ $u=55$
 7. $68^\circ, 52^\circ, 60^\circ, (100^\circ, 95^\circ, 85^\circ, 80^\circ) [160^\circ, 110^\circ, 100^\circ, 90^\circ, 80^\circ]$
 8. $13\cdot86\text{ m}$, $19\cdot575\text{ m}$, $23\cdot985\text{ m}$.

Die vereinfachten Proportionen lauten:

1. $a:b:c:d=3:5:7:9$ 2. $x:y:z=3:11:2$
 3. $3x:4y:z=4:3:1$ 4. $x:y:z:u=4:6:3:2$
 5. $x:y:z=bc:ac:ab$ 6. $x:y:z=8:27:24$

- S. 59** 7. $m : n : p = 11 : 13 : 15$ $h_m : h_n : h_p = 195 : 165 : 143$
- S. 60** 8. $\alpha) a = 28$ $\beta) a = 2 \cdot 08$ $\gamma) b = 39 \cdot 6$
 $b = 42$ $c = 4 \cdot 16$ $c = 52 \cdot 8$
9. $\alpha) a = 134 \cdot 85 \text{ m}$ $\beta) b = 10 \cdot 472 \text{ m}$ $\gamma) a = 28 \cdot 275 \text{ m}$
 $b = 95 \cdot 48 \text{ m}$ $c = 18 \cdot 122 \text{ m}$ $c = 34 \cdot 645 \text{ m}$
10. $h_2 = 46 \cdot 813 \text{ cm}$ $h_3 = 131 \cdot 8 \text{ cm}$
11. Die Abschnitte der Seite a sind 14, 26, 22 und 8 cm, jene der Seite b sind 21, 39, 33 und 12 cm lang.

Die neue Proportion lautet $ace : bdf = mpr : nqs$

1. $x : y = 1 : 2$ 2. $x : y = 2 : 3$ 3. $x : y = 1 : 1$ 4. $x : y = 2 : 1$

- S. 61** 1. $P : Q = m_1 p_1 : m_2 p_2$ 2. $P : Q = r_1 r_2 : R_1 R_2$
 3. $P : Q = r h : 2 \pi l R$ 4. $P : Q = r_1 r_2 r_3 : R_1 R_2 R_3$

Proportionalität einer Größe mit mehreren anderen Größen.

1. $F : f = 15 : 11$ 2. $L : l = 14 : 5$ 3. $V : v = 15 : 18$ 4. $1 \cdot 925 \text{ K}$
 5. Bei $89 \cdot 67 \text{ kg}$. 6. 11502 Ziegeln. 7. 1450 Umdrehungen.
- S. 62** 8. 216 Umdrehungen 9. $\frac{kpn}{100}$ Kronen. 10. Um $74 \cdot 50 \text{ K}$
11. Am 1. September 1894 12. $\frac{2}{3} \%$ 13. $\frac{100 \text{ K}}{100 + np}$
14. 16000 K 15. $\alpha) 2500 \text{ K}$ $\beta) 8000 \text{ K}$ $\gamma) 1650 \text{ K}$
16. ad 14) $15994 \cdot 38 \text{ K}$ ad 15) $\alpha) 2498 \cdot 56 \text{ K}$ $\beta) 7990 \cdot 2 \text{ K}$ $\gamma) 1647 \cdot 36 \text{ K}$

Harmonische Proportionen.

Wenn $a - b : c - d = a : d$ ist.

- S. 63** 1—4. Die vier Größen sind harmonisch proportioniert.

Die vierte harmonische Proportionale ist:

1. $\frac{ac}{2a - b}$ 2. $10\frac{1}{2}$ 3. 75 4. $3\frac{2}{3}$.

Die Proportion heißt eine stetige harmonische, und $m = \frac{2ab}{a + b}$ heißt das harmonische Mittel von a und b.

Das gesuchte harmonische Mittel ist:

1. $\frac{2xy}{x + y}$ 2. $3\frac{3}{4}$ 3. $7\frac{7}{8}$ 4. 36 5. $41\frac{1}{4}$

Das harmonische Mittel zweier Zahlen findet man, indem man das Quadrat ihres geometrischen Mittels durch ihr arithmetisches Mittel dividiert.

1. Übung.

S. 63

1. 122·27 kg und 24·91 kg 2. $x = 5$ 3. a) 4 b) 5 4. $P = 4\frac{10}{11}$ kg
 5. 85%, 10% und 5%

2. Übung.

S. 64

1. $x = 3$ 2. $\frac{3}{35}$ 3. Meridian = 40007·8 km $r = 6367·4$ km
 4. a) $Z = 385$ kg b) $Z = 2704$ kg 5. $x = 714$
 $D = 511$ kg $D = 3029$ kg $y = 518$

3. Übung.

1. 37·5, 30, 24 2. $x = 77$, $y = 91$, $z = 105$, $u = 119$
 3. $F_3 = 0·25167$ m² $F_7 = 2·1119$ m² $F_4 = 0·58122$ m²
 4. 224·69 Erdentage 5. 3·4 m

Potenzen mit negativen Exponenten.

S. 65

1. $6x^{-3}$ 2. $a^2 - a^{-2}$ 3. $n^{-3} + n^{-5}$ 4. $x^2 - a^{-2}$ 5. $2x^2y^{-3}$

1. $\frac{3}{x^5}$ 2. $\frac{4x^2}{y^3}$ 3. $\frac{2a^2c^4}{b^3}$ 4. $\frac{5a^2x^3}{b^5y^4}$ 5. $\frac{1}{a+b}$ 6. $\frac{1}{(2a-3b)^2}$

7. $\frac{1}{(x+y)^3}$ 8. $\frac{a-c}{a+c}$ 9. $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^3}$ 10. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ 11. ax^3

12. $5bc$ 13. $\frac{3x^2y^2}{ab}$ 14. $a^2 - b^2$ 15. $3x^5$ 16. $\frac{b^2c^2}{a^2}$ 17. $\frac{x^3z^3}{y^7}$

18. $\frac{3a^3b^2}{5(a^2-x^2)}$ 19. $\frac{n}{a}$ 20. $\frac{y^2}{4x^2}$ 21. $\frac{125n^3}{27m^3}$ 22. $\left(\frac{a-x}{a+x}\right)^2$

23. $\left(\frac{a}{a^2+1}\right)^2$ 24. $\frac{ax}{x-a}$ 25. $\left(\frac{x}{x+1}\right)^3$ 26. $\left(\frac{ab}{b-a}\right)^4$ 27. $\left(\frac{a^2-1}{2a}\right)^2$

28. $\frac{a^2-y^2}{2y}$ 29. $\frac{xy}{x+y}$ 30. $\left(\frac{ab}{a^3-b^3}\right)^2$ 31. $\left(\frac{ab}{1+a^2b^2}\right)^3$

1. $\frac{1}{32}$ 2. + 1 3. + 25 4. + $\frac{1}{25}$ 5. + 25 6. + $\frac{1}{25}$

7. + 8 8. - 8 9. + $\frac{1}{8}$ 10. - $\frac{1}{8}$ 11. $\frac{1}{1000}$ 12. - $\frac{1}{4}$

13. + $\frac{1}{16}$ 14. + $\frac{4}{49}$ 15. + $\frac{25}{9}$ 16. $\frac{4}{3}$ 17. $\frac{9}{25}$ 18. $\frac{27}{8}$

19. + 625 20. + $\frac{169}{121}$ 21. + $\frac{9}{49}$ 22. $\frac{27}{125}$ 23. + $\frac{25}{144}$ 24. $\frac{32}{243}$



S. 66

Die Multiplicationen ergeben:

1. x^8 2. y^3 3. 1 4. z 5. n^{-12} 6. a^4 7. x^{-3} 8. $30ax$
 9. $\frac{+504m}{n}$ 10. $6a(x-a)$ 11. $(x-y)^2$
 12. $-5a^{-5}b^2 - 10a^{-2}b + 15a + 20a^4b^{-1}$ 13. $32a^{-10} - x^5$
 14. $x^5 - 32x^{-10}$ 15. $x^{-5} - 96x^{-2}y^{-6} + 61x^{-1}y^{-8} - 22y^{-10}$
 16. $729a^{-18}x^6 - 96a^{-3}x^{-9} + 96a^2x^{-9} - 64ax^{-12}$ 17. $37y^{-1}$

Die Divisionen ergeben:

1. a^4 2. a^{-10} 3. a^{10} 4. a^{-4} 5. a^3 6. $5x^{-10}$
 7. $7y^8$ 8. $7b^{-1}$ 9. $3n^5$ 10. $2x^{4a+1}$ 11. a^{r+s} 12. $5a^2b^2$
 13. $3xy^{-1}z$ 14. $-5x^2y^2z^{-2}$ 15. $-5ab$ 16. $(a-b)^2$
 17. $(x^3 - 5y^{-1})^2$ 18. $x^{-2} + 5x^{-1} - 1$ 19. $3y^{-2} - 5ay^{-1} + 7a^2$
 20. $5x^{-6} + 2x^{-4} - 17x^{-2} - 7$ 21. $a^{-3} - 3a^{-2}x^2 + 2a^{-1}x^4 - 5x^6$
 S. 67 22. $a^{-3} - 2a^{-2}y^2 - 3a^{-1}y^4 + 6y^6$ 23. $a^{-3} + 3a^{-1} + 5a$
 24. $x^{-5} + 5x^{-3} - 4x^{-1} + 7x$

Die Potenzen ergeben:

1. a^{+6} 2. a^{-6} 3. a^{-6} 4. a^{+6} 5. x 6. y^2
 7. z^3 8. $+1953125$ 9. $-\frac{1}{27}$ 10. $+16$ 11. $+\frac{1}{125}$
 12. $8a^{-3}$ 13. $a^{-3}x^3$ 14. $a^{-4}b^6$ 15. $a^{15}b^{-10}c^{25}$ 16. $-\frac{27}{a^6x^3}$
 17. $-\frac{a^{15}}{b^6}$ 18. $+\frac{x^4z^{10}}{49y^2}$ 19. $+\frac{a^4c^{12}}{16b^8}$ 20. $\frac{a^n}{b^n}$ 21. $\frac{b^n}{a^n}$
 22. $9x^4y^6$ 23. $\frac{x^{10}}{4y^6}$ 24. $\frac{a^6y^{15}}{b^9x^9}$ 25. $\frac{a^3b^{15}d^3}{c^9}$ 26. $\frac{9m^6n^{10}p^6}{4q^{14}}$

1. $a^{-4} + 6a^{-3} + 9a^{-2}$ 2. $4x^6 + 20 + 25x^{-6}$ 3. $49a^{-2} + 70 + 25a^2$
 4. $9b^{-4} - 30b + 25b^6$ 5. $25a^2 - 9a^{-2}$
 6. $49x^6 - 121a^{-4}$ 7. $x^6 - 10x^4 + 31x^2 - 30 + 9x^{-2}$
 8. $25a^4 - 30a^2 + 29 - 12a^{-2} + 4a^{-4}$
 9. $y^{-4} + 64$ 10. $a^{-6} - 4a^{-4}x^2 - a^{-2}x^4 + 4x^6$
 11. $x^{-4} - 17x^{-2} + 16$ 12. $4y^{-8} - y^{-4} + 4$
 13. $125y^{-3} \pm 150y^{-2} + 60y^{-1} \pm 8$ 14. $27x^{-3} \mp 135 + 225x^3 \mp 125x^6$
 15. $64x^{-6} + 144ax^{-5} + 348a^2x^{-4} + 387a^3x^{-3} + 435a^4x^{-2}$
 $+ 225a^5x^{-1} + 125a^6$ 16. $-60a^{-5} - 81a^{-3} + 236a^{-2} + a^{-1} + 127$

Die vereinfachten Ausdrücke lauten:

S. 68

$$\begin{array}{lllll}
 1. \frac{x+2}{x-5} & 2. \frac{a-1}{a+2} & 3. \frac{y-1}{y-7} & 4. \frac{a}{x} & 5. \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2 \\
 6. \frac{b+3a}{b-3a} & 7. \left(\frac{y+x}{y-x}\right)^2 & 8. (2x-1)^3 & 9. -\frac{a^2+25}{10a} &
 \end{array}$$

1. Übung.

$$1. 29\frac{3}{4} \quad 2. 4x^{-6} - 9y^{-4} \quad 3. r^{-2} - r^{-1} + 3 \quad 4. 2 \quad 5. 1$$

2. Übung.

$$1. 33 \quad 2. n^{-4} + 3n^{-5} + 5n^{-6} \quad 3. 1 \quad 4. x \quad 5. 20(3x^{-3} + 7x^{-1})$$

3. Übung.

$$1. x^{-6} - 1 \quad 2. a^3 + a^2x^{-1} - ax^2 - x^3 \quad 3. 8a^{-3} - 6\cdot 75$$

$$4. \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2} \quad 5. 4n^{-8} + 1$$

S. 69

Wurzelgrößen.

$$\begin{array}{llllllllll}
 1. 5 & 2. 10 & 3. 3 & 4. 5 & 5. 3 & 6. 2 & 7. 7 & 8. a & 9. 13 & 10. 17 \\
 11. \sqrt[3]{19} & 12. 1 & 13. 1 & 14. 1 & 15. ab & 16. x+y & 17. 0 & 18. 0 \\
 19. 15 & 20. 21 & 21. 14 & 22. -125 & 23. -20 & 24. -1 & 25. 0
 \end{array}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a \quad \sqrt[r]{a^r} = a$$

$$\begin{array}{llllllll}
 1. m & 2. 2 & 3. 3\cdot 75 & 4. \frac{a}{m} & 5. a-b & 6. -5x & 7. 1+\sqrt{2} \\
 8. 2+\sqrt{3} & 9. a & 10. y & 11. 7 & 12. 5a & 13. a-b \\
 14. \frac{1}{x^3} & 15. a+\frac{1}{a} & 16. a+b & 17. x-1 & 18. a+1 & &
 \end{array}$$

S. 70

$$\sqrt[n]{r^na} \pm \sqrt[n]{s^na} = (r \pm s)\sqrt[n]{a}$$

$$\begin{array}{llllll}
 1. 9\sqrt[3]{2} & 2. 2\sqrt[3]{a} & 3. 2\sqrt{5} & 4. \sqrt{a} + \sqrt{x} & 5. \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} \\
 6. \sqrt{5} - \sqrt[3]{5} & 7. \sqrt{a} + \sqrt{b} & 8. \sqrt{a-1} + \sqrt{a+1} \\
 9. 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} & 10. \sqrt{7} - \sqrt[3]{7} & 11. \sqrt{7} - \sqrt{5}
 \end{array}$$

- S. 70** $\sqrt[n]{abc} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} \sqrt[n]{c}$ $\sqrt[r]{m} \cdot \sqrt[r]{n} \cdot \sqrt[r]{p} = \sqrt[r]{mnp}$
- | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|-----------|-----------|
| 1. 35 | 2. 15 | 3. 4 | 4. 3 | 5. 72 | 6. 56 |
| 7. 3 | 8. 2 | 9. 585 | 10. 8 a | 11. a | 12. 2 y |
| 13. 126 | 14. 2 a | 15. 6 x | 16. a | 17. 7 x y | 18. 5 a c |
- S. 71** 19. 2 a x 20. 2 a (x — y) 21. x 22. 15√6 23. 60
- | | | | | |
|--------------------|-------------------------|----------|-----------|-----------|
| 24. $\sqrt[3]{25}$ | 25. — 42 | 26. + 20 | 27. + 210 | 28. 40 ab |
| 29. 3 a (a — 1) | 30. x ⁴ — 25 | 31. 2 | 32. 3 | 33. 5 |
| 34. 3 | 35. 0·6 a b | | | |

Die Kathete a ist:

- | | | | | |
|-----------|-----------|----------|-----------|----------|
| 1. 45 cm | 2. 55 cm | 3. 40 cm | 4. 70 cm | 5. 66 dm |
| 6. 108 cm | 7. 104 mm | 8. 5·2 m | 9. 84 cm. | |
-
- | | | | | |
|----------|--------|-------|----------|---------|
| 1. 105 | 2. 693 | 3. 30 | 4. 21 | 5. 165 |
| 6. 2 a x | 7. a b | 8. a | 9. x + 1 | 10. a b |

- S. 72** $\sqrt[n]{a^n b} = a \sqrt[n]{b}$ $x \sqrt[r]{y} = \sqrt[r]{x^r y}$
- | | | | | | |
|-------------------------|-------------------------|----------------------|-----------------------|---|-----------------------|
| 1. 3√a | 2. a√b | 3. 5√x | 4. √12 | 5. √50 | 6. $\sqrt[3]{24}$ |
| 7. $\sqrt[3]{m}$ | 8. 2x $\sqrt[3]{y}$ | 9. a $\sqrt[5]{a^2}$ | 10. $\sqrt[3]{a^5}$ | 11. √2a | 12. y $\sqrt[5]{y^3}$ |
| 13. 3x $\sqrt[3]{x^2}$ | 14. 3ab $\sqrt[4]{b^3}$ | 15. √3x | 16. $\sqrt[5]{x^6}$ | 17. 20a ⁴ x $\sqrt[5]{ax^2}$ | |
| 18. √a ² — 1 | 19. 2 $\sqrt[3]{2}$ | 20. 2 $\sqrt[3]{5}$ | 21. 5√7 | 22. 5√2 | |
| 23. 2 $\sqrt[3]{7}$ | 24. 7√3 | 25. 5√7 | 26. x $\sqrt[n]{x^3}$ | 27. x $\sqrt[a]{x}$ | |
| 28. a $\sqrt[r+2]{a^3}$ | 29. xy $\sqrt[n]{xy^3}$ | | | | |

Die vereinfachten Ausdrücke lauten:

- | | | | | | |
|--------|--------------------|--------------------------------------|---------|------------------|--------------------|
| 1. 2√3 | 2. 3 $\sqrt[3]{2}$ | 3. 4√5 | 4. 0 | 5. $\sqrt[3]{3}$ | 6. — $\sqrt[3]{5}$ |
| 7. 5√2 | 8. √5 + √2 | 9. 8 $\sqrt[3]{2}$ — 2 $\sqrt[3]{3}$ | 10. 3√a | 11. —√2x | |
- S. 73** 12. 0 13. 2 a 14. 3 a 15. 5 a x 16. 3 x y

Der Flächeninhalt des Dreieckes ist:

- | | | |
|--------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1. 84 cm ² | 2. 200√59 cm ² | 3. 144√19 cm ² |
| 4. 420√70 m ² | 5. 168√6 m ² | 6. 72000 m ² |

1. $2 + \sqrt{2}$ 2. $4\sqrt{3} - 6$ 3. $3\sqrt[3]{5} - 5$ 4. $17 + 8\sqrt{2}$ S. 73
 5. $13 + 7\sqrt{6}$ 6. $a - b$ 7. 2 8. $3 + 2\sqrt{2}$
 9. $12 + 2\sqrt{35}$ 10. $16 - 2\sqrt{55}$ 11. $6 - 5\sqrt{x^2 - x}$
 12. $2b$ 13. $30 + 12\sqrt{6}$ 14. $4\sqrt{a}$ 15. $24\sqrt{xy}$
 16. $12(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ 17. $16 + 6\sqrt{2} - 6\sqrt{5} - 2\sqrt{10}$ 18. $2\sqrt{15}$
 19. 3 20. 1 21. 2 22. 3 23. 2 24. 6 25. 2 26. 26 S. 74
 27. $2(\sqrt{7} + \sqrt{15})$ 28. 4 29. $12 + 4\sqrt{5} - 4\sqrt{3} - 2\sqrt{15}$
 30. $27 + 28\sqrt{6} - 6\sqrt{21} - 2\sqrt{14}$ 31. 6 32. $\sqrt[3]{23}$ 33. 1 34. 1
 35. 1 36. 1 37. 2 38. $2\sqrt[3]{b}$ 39. $2y$ 40. $x - a$ 41. 2

$$\sqrt[r]{\frac{Z}{N}} = \frac{\sqrt[r]{Z}}{\sqrt[r]{N}}$$

1. $\frac{2}{3}$ 2. $\frac{1}{7}$ 3. $\frac{2}{3}$ 4. $\frac{5}{7}$ 5. $\frac{2}{3}$ 6. $\frac{a}{n}$ 7. $\frac{x}{y}$
 8. $\frac{xy}{z}$ 9. $\frac{2x}{5y}$ 10. $\frac{6ab}{7c}$ 11. $\frac{2x}{yz}$ 12. $\frac{2a}{3n}$ 13. $\frac{1}{z}$ 14. $2\frac{1}{2}$ S. 75
 15. $1\frac{2}{3}$ 16. $1\frac{1}{2}$ 17. $\frac{a-1}{5b}$ 18. $\frac{x+5}{x-5}$ 19. $\frac{\sqrt{7}}{3}$ 20. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
 21. $\frac{\sqrt[3]{5}}{2}$ 22. $\frac{4}{7}\sqrt{a}$ 23. $\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$ 24. $\frac{1}{60}\sqrt{a}$ 25. $\frac{11}{42}\sqrt[3]{x^2}$

$$\sqrt[r]{a} : \sqrt[r]{b} = \sqrt[r]{a:b}$$

1. 3 2. 2 3. 2 4. a 5. a 6. x 7. 5a 8. 5xy 9. $\frac{2a}{b}$
 10. $\frac{2y}{xz}$ 11. $\frac{2ac}{b}$ 12. $\frac{3mn}{5p}$ 13. $\frac{x+5}{x-4}$ 14. $a + b$ 15. 1

$$\left(\sqrt[r]{a}\right)^p = \sqrt[r]{a^p}$$

1. $\sqrt[3]{25}$ 2. $\sqrt[5]{a^3}$ 3. $\sqrt{27}$ 4. $\sqrt[3]{4x^2}$ 5. $8\sqrt[3]{2}$ 6. $250\sqrt{2}$
 7. $\sqrt{32}$ 8. $\sqrt[3]{81}$ 9. $\sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}}$ 10. $\sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}}$ S. 76
 11. $26 + 15\sqrt{3}$ 12. $45 - 29\sqrt{2}$ 13. $530 - 306\sqrt{3}$
 14. $17\sqrt{2} + 11\sqrt{5}$ 15. $22\sqrt{7} - 26\sqrt{5}$ 16. $162\sqrt{2} - 132\sqrt{3}$

S. 76

$$\sqrt[r]{a^p} = \left(\sqrt[r]{a}\right)^p$$

1. 32 2. 729 3. 9 4. $49a^2$ 5. 8 6. $\frac{8}{125}$ 7. $\frac{343x^3}{729}$ 8. $\frac{49}{25}$
 9. $81x^2$ 10. $(a+x)^3$ 11. $(a+1)^2$ 12. $\left(\frac{a-3}{a+3}\right)^3$ 13. $\left(\frac{6a}{a-1}\right)^2$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$$

1. $\sqrt[3]{3}$ 2. $\sqrt[3]{10}$ 3. $\sqrt[3]{7}$ 4. $\sqrt[3]{12}$ 5. $\sqrt[3]{2}$ 6. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 7. $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$
 8. $\sqrt[3]{3a}$ 9. $\sqrt[3]{x+1}$ 10. $\sqrt{\frac{3x}{y}}$ 11. $\sqrt[5]{\frac{2a}{3b}}$ 12. $\sqrt{x-y}$
 13. $\sqrt[3]{x}$ 14. \sqrt{y} 15. $\sqrt[3]{m}$ 16. \sqrt{x} 17. $\sqrt[3]{a}$ 18. $\sqrt[5]{a}$

S. 77

$$\sqrt[r]{\sqrt[s]{a}} = \sqrt[rs]{a}$$

1. $\sqrt[15]{x}$ 2. $\sqrt[9]{y}$ 3. $\sqrt[6]{a}$ 4. $\sqrt[6]{m}$ 5. $\sqrt[4]{p}$ 6. $\sqrt[12]{5}$ 7. $\sqrt[16]{a+1}$
 8. $\sqrt[24]{x}$ 9. $\sqrt[8]{a}$ 10. x 11. x 12. $x\sqrt{x}$ 13. $x\sqrt[2]{x}$

$$\sqrt[mn]{a} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$$

1. $\sqrt[5]{5}$ 2. $\sqrt[3]{13}$ 3. $\sqrt[3]{7}$ 4. $\sqrt[2]{2}$ 5. $\sqrt[3]{3}$ 6. $\sqrt[3]{10}$ 7. $\sqrt[4]{5}$
 8. $\sqrt[4]{11}$ 9. $x\sqrt{10}$ 10. $\sqrt{5a}$ 11. $\sqrt{\frac{3x}{5y}}$ 12. $\sqrt[3]{y+1}$

$$\sqrt[r]{a^p} = \sqrt[r:m]{a^{p:m}}$$

1. $\sqrt[3]{a^2}$ 2. $\sqrt[5]{x^4}$ 3. $\sqrt[3]{y^2}$ 4. $\sqrt[3]{m^5}$ 5. $\sqrt[2]{n^3}$
 6. $\sqrt{x^n}$ 7. $\sqrt[3]{y^n}$ 8. $\sqrt{a^3b^5}$ 9. $\sqrt{x^5y^3}$ 10. $c\sqrt{a^5b^3}$

$$\sqrt[r]{a^p} = \left(\sqrt[r]{a}\right)^p = a^{\frac{p}{r}}$$

1. a^2 2. x^5 3. a^2 4. y^3 5. x^2 6. $2x^2$ 7. $2ay^2$ 8. $11a^3b^2$
 S. 78 9. $2x^2y^3z^5$ 10. $2a^2b^5$ 11. $\frac{2a^2}{3b^3}$ 12. x^{a-1} 13. x^2y^3
 14. a^2 15. $9y^2$ 16. $8a^3x^3$ 17. $\frac{x^3y^n}{z^5}$ 18. $a^6b^4c^3$

$$\left(\sqrt[r]{a}\right)^p = \sqrt[r]{a^p} = \sqrt[r:p]{a}$$

S. 78

1. \sqrt{a} 2. $\sqrt[5]{x}$ 3. $\sqrt[3]{y}$ 4. $2\sqrt{x}$ 5. $\sqrt[3]{a^2b^2}$ 6. \sqrt{x} 7. $\sqrt[3]{a}$
 8. $\sqrt{a+b}$ 9. $\sqrt[n-1]{a}$ 10. $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y}$ 11. $32\sqrt{a} \sqrt[3]{b} \sqrt[4]{c}$

$$\sqrt[r]{a^p} = \sqrt[rn]{a^{pn}}$$

1. $\sqrt[12]{a^6}, \sqrt[12]{a^4}, \sqrt[12]{a^3}$ 2. $\sqrt[6]{8}, \sqrt[6]{4}$ 3. $\sqrt[30]{x^6}, \sqrt[30]{x^{10}}, \sqrt[30]{y^5}$
 4. $\sqrt[12]{x^8}, \sqrt[12]{x^9}, \sqrt[12]{x^2}$ 5. $\sqrt[12a^2]{x^{4a}}, \sqrt[12a^2]{x^{5a^2}}, \sqrt[12a^2]{y^{36a}}$ 6. $\sqrt[a^2-1]{y^{a-1}}, \sqrt[a^2-1]{y^{a+1}}$

Die Ausdrücke haben folgende Werte:

1. $\sqrt[6]{x^5}$ 2. $\sqrt[15]{a^{13}}$ 3. $\sqrt[12]{y^{11}}$ 4. $\sqrt[6]{243a^2}$ 5. $\sqrt[12]{432a^{13}}$ 6. x^2
 7. $\sqrt[12]{41472}$ 8. a 9. $(a-x)^2$ 10. $\sqrt[6]{a}$ 11. $\sqrt[12]{n}$ 12. $\sqrt[12]{\frac{x}{2}}$
 13. $\sqrt[18]{3ax}$ 14. $\sqrt[15]{a+b}$ 15. \sqrt{x} 16. $\sqrt{5}$ 17. $\sqrt[3]{y^2}$ 18. $3\sqrt[5]{z^2}$ S. 79
 19. $\sqrt{2}$ 20. $\sqrt[n]{a^3}$ 21. $\sqrt{a-x}$ 22. $\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ 23. $\sqrt{7}$ 24. 2
 25. 3 26. $\sqrt{2}$ 27. 22 28. $2y$ 29. $\sqrt{2}$ 30. $\frac{a}{b}$ 31. $\frac{a}{x}$

Das Rationalmachen des Nenners (des Divisors).

1. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ 2. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ 3. $\frac{3}{5}\sqrt{5}$ 4. $\frac{1}{14}\sqrt{7}$ 5. $\frac{a}{b}\sqrt{b}$ 6. \sqrt{x}
 7. $\frac{\sqrt{ax}}{x}$ 8. $\frac{1}{5}\sqrt{15}$ 9. $\frac{1}{3}\sqrt{6}$ 10. $\frac{1}{7}\sqrt{35}$ 11. $\frac{\sqrt{mn}}{n}$ 12. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$
 13. $\frac{1}{5}\sqrt{55}$ 14. $\sqrt{7}$ 15. $\frac{5}{3}\sqrt{3}$ 16. $\frac{2}{3}\sqrt{6}$ 17. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ 18. $\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}$
 19. $\frac{3}{5}\sqrt[3]{25}$ 20. $\frac{5}{21}\sqrt[3]{49}$ 21. $\frac{\sqrt[3]{a}}{a}$ 22. $\sqrt[3]{2}$ 23. $\sqrt[3]{5}$ 24. $\frac{1}{2}\sqrt[3]{4a}$
 25. $\sqrt[3]{7x^2}$ 26. $\sqrt[4]{a}$ 27. $\frac{1}{5}\sqrt[4]{5}$ 28. $3\sqrt[4]{2}$ 29. $2\sqrt[5]{8}$ 30. $\sqrt[5]{x^2}$
 31. $\frac{1}{5}\sqrt[3]{75}$ 32. $\frac{1}{2}\sqrt[3]{2}$ 33. $\frac{1}{5}\sqrt[3]{15}$ 34. $\frac{1}{7}\sqrt[3]{35}$ 35. $\frac{\sqrt[3]{6ab}}{3b}$ S. 80



S. 80 36. $\frac{\sqrt[3]{7xy^2}}{7y}$ 37. $2\sqrt[3]{25}$ 38. $2\sqrt[3]{7}$ 39. $3\sqrt[4]{5}$ 40. $3\sqrt[5]{2a^2}$
 41. $\frac{\sqrt{a+1}}{a+1}$ 42. $\frac{\sqrt{a^2-9}}{a+3}$ 43. $\frac{\sqrt{x^2-y^2}}{x+y}$ 44. $\frac{\sqrt[3]{x+5}}{x+5}$
 45. $\frac{\sqrt[4]{x+1}}{x+1}$ 46. $\frac{\sqrt[n]{a^3}}{a}$ 47. $\sqrt[a]{x}$ 48. $\frac{\sqrt[n]{y^r}}{y}$

1. $2 + \sqrt{3}$ 2. $\frac{1}{4}(3 - \sqrt{5})$ 3. $\frac{1}{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ 4. $\frac{1}{2}(5 + \sqrt{13})$

5. $\frac{a - \sqrt{b}}{a^2 - b}$ 6. $\frac{\sqrt{m} + \sqrt{n}}{m - n}$ 7. $\frac{a - 2\sqrt{ax} + x}{a - x}$ 8. $\frac{a + 2 + 2\sqrt{a+1}}{a}$

9. $2(3 + \sqrt{3})$ 10. $4 - \sqrt{11}$ 11. $\sqrt{20} + \sqrt{13}$ 12. $2(\sqrt{17} - \sqrt{13})$

13. $3 - 2\sqrt{2}$ 14. $3(5 + 2\sqrt{6})$ 15. $7 + 2\sqrt{5}$ 16. $5\sqrt{3} - 2\sqrt{7}$

17. $-3 + 2\sqrt{2}$ 18. $4 + \sqrt{15}$ 19. $19 + 6\sqrt{10}$ 20. $49 - 20\sqrt{6}$

S. 81 21. $\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1}$ 22. $\frac{1}{2}(\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b})$ 23. $\frac{1}{3}(a + \sqrt{a^2-9})$

24. $\frac{1}{4}(\sqrt{\sqrt{5}+2} + \sqrt{\sqrt{5}-2})$ 25. $\sqrt{3}$ 26. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ 27. $\frac{1}{7}(1 + 2\sqrt{2})$

28. $\frac{1}{2}(3 + \sqrt{35})$ 29. $\frac{1}{5}(-2 + 3\sqrt{6})$ 30. $\frac{1}{3}(9 + 2\sqrt{21})$

31. $a + 1 - \sqrt{a^2 + a - 6}$ 32. $\frac{1}{2}(1 + 5\sqrt{5})$ 33. $\frac{1490 + 298\sqrt{6}}{2831}$

34. $\frac{\sqrt[3]{9 \pm \sqrt{6}} + \sqrt[3]{4}}{3 \mp 2}$ 35. $\frac{1 \mp \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{25}}{1 \pm 5}$ 36. $\frac{1}{2}(\sqrt[4]{7 \mp \sqrt{5}})(\sqrt{7} + \sqrt{5})$

1. $\frac{1}{12}(3 + \sqrt{12} - \sqrt{21})$ 2. $\frac{1}{3}(\sqrt{75} + \sqrt{45} + \sqrt{120})^*$

3. $\frac{1}{2}(2 + \sqrt{18} + \sqrt{22})$ 4. $\frac{1}{7}(\sqrt{98} + \sqrt{28} - \sqrt{126})$ 5. $\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{7}$

6. $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{3} - \sqrt{2})$ 7. $\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1} + \sqrt{2a}$

8. $\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} + \sqrt{a}$ 9. $2(\sqrt{a+2b} + \sqrt{a+b} - \sqrt{3b})$

10. $\sqrt{2+\sqrt{2}} + \sqrt{2-\sqrt{2}} - \sqrt{3+\sqrt{2}}$

S. 82 11. $\frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})(\sqrt{1+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}})$

12. $\sqrt{a+\sqrt{b}} + \sqrt{a-\sqrt{b}} - \sqrt{a+\sqrt{a^2-b}}$

*) Für die Ausrechnung der numerischen Werte mittels Tabellen ist es zweckmäßiger, $\sqrt{12}$, $\sqrt{75}$... statt $2\sqrt{3}$, $5\sqrt{3}$... zu schreiben.

1. $\sqrt{4 - \sqrt{7}}$ 2. $\sqrt{6 + \sqrt{11}}$ 3. $\sqrt{5 - \sqrt{24}}$ 4. $\sqrt[3]{\sqrt{13} + \sqrt{5}}$ S. 82
 5. $\sqrt[3]{3 + \sqrt{8}}$ 6. $2\sqrt[3]{13 + \sqrt{44}}$ 7. $\sqrt[3]{19 - \sqrt{18}}$ 8. $5\sqrt[4]{6 - \sqrt{20}}$
 9. $\sqrt{\sqrt{a+2} - \sqrt{a-2}}$ 10. $2\sqrt[3]{\sqrt{x+32} + \sqrt{x-32}}$
 11. $\sqrt[3]{x^2(\sqrt{a+\sqrt{a-x}})}$ 12. $\sqrt[3]{6 - \sqrt{20}}$ 13. $3\sqrt[3]{\sqrt{192} - \sqrt{160}}$
 14. $\sqrt{5(\sqrt{32} + \sqrt{27})}$ 15. $\sqrt[3]{4 - \sqrt{15}}$ 16. $\frac{1}{5}(\sqrt{245} - \sqrt{220})$

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{a + b \pm 2\sqrt{ab}}$$

1. $\sqrt{6}$ 2. 2 3. $2\sqrt{10}$ 4. 6 5. $\sqrt{2a \mp 2\sqrt{a^2 - b}}$
 6. $4a, 2\sqrt{a}$ 7. $\sqrt{2(\sqrt{a+1} + \sqrt{2})}$ 8. $2\sqrt{a+3}$

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{1}{2}(a + \sqrt{a^2 - b})} \pm \sqrt{\frac{1}{2}(a - \sqrt{a^2 - b})} \quad \text{S. 83}$$

1. $1 + \sqrt{6}$ 2. $\sqrt{12} - 1$ 3. $\frac{1}{2}(\sqrt{10} \pm \sqrt{2})$
 4. $\frac{1}{2}(\sqrt{14} \pm \sqrt{2})$ 5. $\sqrt{11} \pm 2$ 6. $\sqrt{107} \pm \sqrt{8}$

1. Übung.

1. 0 2. 26 3. $2a$ 4. $8 - \sqrt{63}$ 5. $\frac{3}{2}\sqrt[6]{a^5}$

2. Übung.

1. 2 2. 20 3. $a + 1$ 4. $4\sqrt{30}$ 5. $\sqrt{22}$

3. Übung.

1. 49 2. $-325 - 132\sqrt{7}$ 3. $\frac{a-1}{a+1}$ 4. $2\sqrt[3]{12 + \sqrt{19}}$
 5. $\frac{1}{2}\sqrt[6]{288}$ 6. $50(18 + \sqrt{8} - \sqrt{27} - \sqrt{216})$

Ausziehen der Quadratwurzel aus dekadischen Zahlen und aus Polynomen. S. 84

1. 85 2. 1·9 3. 0·38 4. 739 5. 431 6. 17·8 7. 2·21
 8. 0·251 9. 0·0464 10. 607 11. 7005 12. 3009
 13. 32·63 14. 4·057 15. 0·9004 16. 731·25 17. 5·83056
 1. 5·91608 2. 28·5832 3. 0·842615 4. 0·264575
 5. 1·53297 6. 2·34521 7. 1·32288 8. 2·80891
 9. 2·30217 10. 3·11448 11. 0·243516 12. 0·277489
 13. 3·01846 14. 3·69965 15. 0·0223607 16. 0·0259808
 17. 0·0202485 18. 0·00331662

S. 84 Das verkürzte Verfahren liefert mittels der Potenzentafeln:

- a) 1. 563·61 2. 71·125 3. 0·48972 4. 5·1308 . . 5. 7·7777
 6. 3·9844 7. 5·4341 8. 0·89162 9. 2·7114
 b) 10. 2712·537 004 11. 58·736 700 62 12. 9·682 458 365
 13. 26·702 059 84 14. 1·732 050 807 15. 3·162 277 660
 c) 16. 1·495 35 17. 0·924 337 18. 1·174 05 19. 1·067 79

1. Die Quadratseite mißt 7·85 m (20·916 m) [0·60909 m]

2. $r = 307 \text{ dm}$ (11·25 m) [5·55 m]

S. 85 3. $c = 673 \text{ mm}$ (6·97 m) [86·35 m]

4. $t = 1·663$ (1·165) [0·889] Sekunden.

5. 7742 (18560) [8·325]

6. $F = 10·2 \text{ m}^2$ (9·66 m^2) [338·1 m^2]

1. $3a - 7$

2. $7x - 11y^2$ 3. $a^2 - 5a + 3$

4. $5x^2 + 7x - 11$

5. $9y^4 - 5y^2 - 4$

6. $3x^3 + 2x^2y^2 - xy^4 - 5y^6$ 7. $2x^3 - 5x + 7$

8. $a^3 + 5a^2 - 7a + 9$

9. $1 \pm \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} \pm \frac{x^3}{16} - \dots$

Ausziehen der Cubikwurzel aus dekadischen Zahlen und Polynomen.

1. 21

2. 44

3. 65

4. 8·8

5. 0·39

S. 86 6. 144

7. 3·84

8. 4·07

9. 5137

10. 73·05

11. 500·798 . .

12. 70·10700 . .

13. $35\sqrt[3]{5}$

14. 27·3

Die Wurzelentafeln ergeben:

1. 4·21716

2. 6·76790

3. 0·449794

4. 0·144225

5. 0·968697

6. 0·793701

7. 0·717905

8. 0·054175

9. 0·0809267

10. 0·0271442

11. 0·00777498

12. 0·00887904

Mittels der Potenzentafeln erhält man:

a) 1. 418·97

2. 80·220

3. 3·3486

4. 3·3303

5. 0·38552

6. 0·88828

7. 1·3942

8. 2·0723

b) 9. 38·56788

10. 15·49601

11. 2·154434

12. 0·7717764

13. 2·270188

c) 14. 1·8859

15. 0·948899

16. 1·9354

17. 0·72879

1. $7a + 5b$ 2. $11x - 8y$ 3. $a^2 - 5a + 7$ 4. $y^4 + y^2 - 1$ S. 87
 5. $x^2 - 5x + 1$ 6. $a^4 + 3a^2 - 5$ 7. $1 \pm \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} \dots \dots$

1. Die Würfelseite mißt 63.2 mm (4.99 cm) [0.92579 dm]
 2. a) 2.143 dm b) 2.619 cm c) 6.599 cm d) $14.28 \dots \text{ mm}$
 e) 0.6009 dm 3. $\alpha) a = 17.5 \text{ cm}$ $\beta) a = 8.5 \text{ cm}$ $\gamma) a = 4.5 \text{ cm}$

Vorzeichen der Wurzeln.

1. $+2$ 2. -5 3. $+7$ 4. -10 5. $+2$ 6. $-2a$
 7. -1 8. $-a^2$ 9. $-\frac{2a}{3b^2}$ 10. $-\sqrt[3]{5}$ 11. $-\frac{1}{3}\sqrt[3]{3}$ S. 88
 12. $-1\frac{1}{2}$ 13. -3 14. -2 15. -1 16. ± 7 17. $\pm 10ab^2$
 18. $\pm \frac{3}{5}$ 19. $\pm \frac{2}{3}$ 20. $\pm \frac{5a^2}{7x}$ 21. ± 1.73205 22. $\pm 2\frac{1}{2}$
 23. $\pm(a-1)$ 24. $\pm(a+b)$

Imaginäre Zahlen.

1. $i, -1, -i, +1, -i, +i, -1, +1$
 2. $2i$ 3. i 4. -3 5. $-a$ 6. $-x$ 7. $-n$
 8. $-b$ 9. $-a$ 10. -4 11. -30 12. $-6a$ 13. -70
 14. $-5i$ 15. $4\frac{1}{2}$ 16. 2 17. $\sqrt{15}$ 18. $4a$ 19. $\frac{9}{8}\sqrt{2}$
 20. $4 + 6i\sqrt{5}$ 21. $-1 + 2i\sqrt{2}$ 22. $-8 - 2\sqrt{15}$ S. 89
 23. $8 - 6i\sqrt{7}$ 24. $-30 - 12\sqrt{6}$ 25. $-120 + 30\sqrt{15}$
 26. -5 27. $27 + i\sqrt{2}$ 28. $2i\sqrt{6}$ 29. $-2\sqrt{15}$
 30. $2(i-1)$ 31. $2(i+1)$ 32. $-11 - 2i$ 33. -8
 34. -8 35. -4 36. $-119 + 120i$ 37. $-117 + 44i$

1. $-i\sqrt{3}$ 2. $-\frac{i}{3}\sqrt{5}$ 3. $-\frac{i}{5}$ 4. $-\frac{2}{3}i$ 5. $-\frac{2}{3}i\sqrt{6}$
 6. $2-i$ 7. $\frac{1}{4}(5 + i\sqrt{3})$ 8. $2(7+i)$ 9. $i(\sqrt{7} - \sqrt{10})$
 10. $\frac{1}{6}(3 + \sqrt{6} - i\sqrt{3})$ 11. $\frac{1}{2}(8 - \sqrt{14} + 5i\sqrt{2})$
 12. $-\frac{i}{4}(2 + \sqrt{3} - \sqrt{7})$ 13. $\frac{1}{7}(2 + 3i\sqrt{5})$ 14. $4(2 - i\sqrt{21})$
 15. $\frac{a + 2\sqrt{ab} + b}{a - b}$ 16. $-i\sqrt{10}$ 17. $-4i\sqrt{3}$
 18. $3(1 + i\sqrt{5})$ 19. $\frac{1}{14}(11 + 5i\sqrt{3})$ 20. $19 + 6\sqrt{10}$

S. 90

Mehrfache Werte höherer Wurzeln.

$$\sqrt[3]{+1} = \begin{cases} = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3}) \\ = +1 \\ = \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3}) \end{cases}$$

Setzt man $\frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3}) = w_1$ und $\frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3}) = w_2$, so ist:

$$1. \sqrt[3]{8} = \begin{cases} = 2w_1 \\ = 2 \\ = 2w_2 \end{cases}$$

$$2. \sqrt[3]{a^3} = \begin{cases} = aw_1 \\ = a \\ = aw_2 \end{cases}$$

$$3. \sqrt[3]{125x^3} = \begin{cases} = 5xw_1 \\ = 5x \\ = 5xw_2 \end{cases}$$

$$4. \sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \begin{cases} = \frac{2}{5}w_1 \\ = \frac{2}{5} \\ = \frac{2}{5}w_2 \end{cases}$$

$$5. \sqrt[3]{-1} = \begin{cases} = -w_1 \\ = -1 \\ = -w_2 \end{cases}$$

$$6. \sqrt[3]{-27} = \begin{cases} = -3w_1 \\ = -3 \\ = -3w_2 \end{cases}$$

$$\sqrt[4]{+1} = \begin{cases} \pm 1 \\ \pm i \end{cases}$$

$$1. \sqrt[4]{16} = \begin{cases} \pm 2 \\ \pm 2i \end{cases}$$

$$2. \sqrt[4]{10000} = \begin{cases} \pm 10 \\ \pm 10i \end{cases}$$

$$3. \sqrt[4]{625y^4} = \begin{cases} \pm 5y \\ \pm 5yi \end{cases}$$

$$4. \sqrt[4]{\frac{81}{n^4}} = \begin{cases} \pm \frac{3}{n} \\ \pm \frac{3i}{n} \end{cases}$$

$$5. \sqrt[4]{49} = \begin{cases} \pm \sqrt{7} \\ \pm i\sqrt{7} \end{cases}$$

$$6. \sqrt[4]{0.0001} = \begin{cases} \pm 0.1 \\ \pm 0.1i \end{cases}$$

Gebrochene positive und negative Potenz- und Wurzel-Exponenten.

1. 729 2. 125 3. 2197 4. 49 5. 5625

6. $27 \cdot 9841$ 7. $\sqrt[3]{3}$ 8. $\sqrt[3]{25}$ 9. $10 \sqrt[3]{100}$ 10. 8

11. 243 12. 2 13. $\frac{1}{27}$ 14. $\frac{5a}{x^2}$ 15. 1

16. $\sqrt[r]{\frac{1}{z^p}}$ 17. $\sqrt[n]{\frac{b^m}{a^m}}$ 18. $\frac{1}{2}$ 19. $\frac{1}{8}$ 20. $\frac{1}{49y^2}$

S. 91 21. $\frac{17}{9}$ 22. $\frac{729x^3}{125a^6}$ 23. $\sqrt{125}$ 24. 32 25. 16

26. $10\sqrt[9]{10}$ 27. $\frac{1}{11}$ 28. $\frac{1}{2}\sqrt[3]{2}$ 29. $\frac{1}{7}\sqrt[45]{2401}$ 30. 27000 S. 91
 31. 512 32. 125 33. $1\frac{61}{64}$ 34. $\frac{243a^5}{x^{10}}$ 35. 100
 36. $2\sqrt[3]{2}$ 37. $243a^5$ 38. — 1 39. 3125 40. $\frac{8}{27}$
 41. $\frac{8a^3}{x^9}$ 42. $\frac{1}{a}\sqrt[3]{a^2}$ 43. $\frac{1}{10}$ 44. $\frac{1}{4a^2}$ 45. $\frac{3}{x}$
 46. 2 47. $\frac{1}{3}$ 48. $\frac{1}{a}\sqrt{ax}$ 49. $\frac{y^2}{10}$ 50. $\frac{91x^6}{55a^2}$
 51. $\frac{1}{64}$ 52. $3\frac{302}{343}$ 53. $\frac{6}{125}\sqrt[6]{6}$ 54. $\frac{1}{81}$

1. a 2. $\frac{1}{3}\sqrt[3]{3}$ 3. $\frac{2}{5}$ 4. $\frac{2}{3}$ 5. $\frac{2xy^2}{3a}$ 6. $\sqrt{a^3}$ 7. 2 8. a^2

1. 2154·43 2. 177·828 3. 35·938 4. 5·6234 5. 1
 6. 0·464159 7. 0·031623 8. 0·0013335 9. 0·0005994

1. Übung.

1. $\frac{157}{360}$ 2. 1 3. \sqrt{x} 4. $2a^n x$ 5. 20 S. 92

2. Übung.

1. $3\frac{61}{72}$ 2. $x^{-2} - 3x^{-1} - 1$ 3. $10\sqrt{7}$ 4. $\frac{2ab}{3c}$ 5. 8

3. Übung.

1. — 1 2. $\frac{x+1}{x-1}$ 3. $96\sqrt{7}$ 4. $\frac{2ax}{3b}$ 5. $\sqrt[3]{13}$

4. Übung.

1. — 3 2. $\sqrt[3]{10} + \sqrt{10}$ 3. $2(x-a)$ 4. 0 5. 2

5. Übung.

S. 93

1. 0 2. $\frac{3a}{x}$ 3. $3\sqrt{a} + 2\sqrt{b}$ 4. $\sqrt{2}$ 5. $a + 5$

6. Übung.

1. $\frac{a^2}{b}$ 2. $\sqrt[3]{76}$ 3. 18 4. $\sqrt{24}$ 5. $\frac{x}{2}\sqrt[5]{4}$

S. 93

7. Übung.

S. 94 1. $2ax^{-1}$ 2. $2 + \sqrt{3} - \sqrt{6 + 4\sqrt{3}}$ 3. 1346 4. 5 5. 8 6. 1

8. Übung.

1. 3 2. 94·09 3. 2197 4. $\frac{x}{a} + \frac{a}{b} + \frac{b}{x}$ 5. 41·25

9. Übung.

1. $1\frac{2}{3}$ 2. -3 3. 1 4. $\frac{3y^2}{2x}$ 5. 581

10. Übung.

1. 13 2. 2·5 3. $2\frac{93}{125}$ 4. $-7\frac{19}{32}$ 5. $\frac{i}{59049}$

S. 95 Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten.

1. 5 2. 10 3. $a - b$ 4. $m + n$ 5. 2 6. $r - s$
 7. 10 8. $a - b$ 9. 4 10. a 11. 10 12. $a - b$
 13. $\frac{1}{3}$ 14. 2 15. $\frac{1}{3}$ 16. $-\frac{1}{6}$ 17. $\frac{13}{15}$ 18. $5\frac{3}{5}$
 19. $\frac{1}{3}a$ 20. $\frac{1}{2}m$ 21. $\frac{3}{4}a$ 22. b 23. $2m + n$ 24. $\frac{1}{6}(a + 1)$
 25. 5 26. 5 27. 2 28. 3·5 29. $a - b$ 30. -4
 31. 8 32. $a + b$ 33. $\frac{m-n}{2}$ 34. $\frac{3a + m}{2}$ 35. 7
 36. $\frac{a}{3}$ 37. $\frac{a+b}{2}$ 38. $\frac{4}{a}$ 39. m 40. $\frac{1}{5}$ 41. -4
 42. $a + b$ 43. $5a$ 44. $-4b^2$ 45. $a - b$ 46. $m + n$
 S. 96 47. 9 48. 15 49. 7 50. $5a$ 51. $\frac{n}{6}$ 52. $\frac{5p^2}{7}$
 53. $m^2 + mn + n^2$ 54. $-\frac{1}{6}$ 55. 35 56. 0·31
 57. mn 58. a^2 59. $\frac{-n}{2m}$ 60. $\frac{5}{3}$ 61. $p^2 - q^2$
 62. 10·8 63. 8 64. 3 65. 4 66. 2
 67. 2 68. 14 69. 7 70. 3 71. 5 72. 0·9
 73. $a - b$ 74. $m - a$ 75. $a - b$ 76. $a - 7$
 77. 5 78. 3 79. 4 80. 10 81. 11 82. 8

83. $a - b$	84. $2a + b$	85. $a + 3$	86. $m + 1$	87. $4 \cdot 5$	<i>S. 96</i>
88. $2 \cdot 5$	89. a	90. 1	91. 7	92. $m + n$	<i>S. 97</i>
93. 1	94. $3a$	95. $a + m$	96. 5	97. 3	
98. 2	99. $\frac{3}{a}$	100. 4	101. 1	102. 13	
103. $\frac{1}{2}$	104. 5	105. $4\frac{1}{2}$	106. 15	107. 3	
108. $2 \cdot 7$	109. 24	110. $1\frac{1}{8}$	111. 12	112. 9	
113. 4	114. 7	115. 10	116. 10	117. 12	<i>S. 98</i>
118. 12	119. 12	120. 11	121. 5	122. 5	
123. 4	124. $3a^2$	125. $3ab$	126. m^2n^2	127. 5	
128. 11	129. $2a$	130. 10	131. 7	132. $a - b$	
133. $2a - 3b$		134. $m - 3n$		135. 5	
136. 11	137. 17	138. -4	139. -10	140. $a + b$	
141. $3m - 2n$		142. $a - 1$	143. $7\frac{1}{2}$	144. $2\frac{2}{3}$	<i>S. 99</i>
145. 6	146. 9	147. 3	148. 7	149. 3	
150. 1	151. 3	152. $a + b$	153. $3a + 5$	154. 11	
155. 9	156. -1	157. 2	158. 5	159. a	
160. 5	161. $\frac{1}{4}$	162. 2	163. 12	164. 30	
165. 4	166. $a - 2b$	167. 15	168. $\frac{3}{4}$	169. $2a - 5$	
170. $2a + 3b$		171. 5	172. $a - b$	173. $a - b$	<i>S. 100</i>
174. $m + n$		175. $a + b$	176. $n + 1$	177. $3a + 1$	
178. $2a + c$		179. $2a + b$	180. $-5 \cdot 2$	181. $\frac{a}{4}$	
182. 5	183. $a + 2b$	184. $\frac{an - bm}{b - n}$		185. 4	
186. 2	187. 10	188. 10	189. 3	190. $1\frac{11}{23}$	
191. $a + b + c$		192. $3 \cdot 5$	193. 5	194. $1\frac{4}{25}$	<i>S. 101</i>
195. 4	196. 7	197. 6	198. 5	199. 7	
200. 4	201. 6	202. $9\frac{2}{3}$	203. $3\frac{4}{7}$	204. 10	
205. -5	206. 2	207. $7\frac{4}{7}$	208. 1	209. 2	
210. $a + b$	211. $a + b$	212. $a - b - c$	213. $a + b + c$		<i>S. 102</i>
214. $2a$	215. $0 \cdot 35a$	216. $\frac{n}{5m}$	217. $0 \cdot 7375$	218. $3 \cdot 2$	
219. $3 \cdot 1$	220. $5 \cdot 3$	221. $3 \cdot 6$	222. $4 \cdot 5$	223. $2 \cdot 5$	
224. $7 \cdot 5$	225. 1	226. 1	227. 3	228. $\frac{5}{3}$	
229. $\frac{1}{3}$	230. $\frac{3}{4}$	231. $1 \cdot 2$	232. $\frac{3}{5}$	233. $a^2 - b^2$	
234. a^2	235. 5	236. 3	237. 2	238. $5 \cdot 25$	<i>S. 103</i>

<i>S. 103</i>	239. 1	240. 10	241. 6	242. 15	243. $\frac{ar}{an - bm}$
	244. 1	245. 1	246. 1	247. $a + b$	248. $\frac{a + b}{3}$
<i>S. 104</i>	249. 4	250. 5	251. $2\frac{1}{2}$	252. 12	253. 10
	254. a^2	255. 5	256. 9	257. 5	258. 2
	259. 3	260. 3	261. 7	262. 4	263. 5
	264. 5	265. 3	266. 36	267. $10m$	268. $5a$
	269. $18n$	270. $13a$	271. $\frac{2}{3}$	272. $m \left(\frac{m+n}{m-n} \right)^2$	
<i>S. 105</i>	273. $(b - a)^2$		274. 10	275. 10	276. 5
	277. $-\frac{313}{88}$	278. 26	279. $10n$	280. $8a$	281. $a + b$
	282. 3	283. 5	284. $4\frac{1}{24}$	285. $-4\frac{25}{56}$	286. 19
	287. 5	288. $2\frac{1}{2}$	289. 62	290. 13	291. 7
	292. 101	293. $\frac{5a^2 - b^2}{4a}$		294. 5	295. 2
<i>S. 106</i>	296. n	297. 3	298. $-2a$	299. $-\frac{a^2 + b^2}{ab}$	
	300. 10	301. $1\frac{1}{3}$	302. $1\frac{2}{5}$	303. 5	304. $a + b$
	305. $b - c$		306. $a - 2b$		307. $3m - 2n$
	308. $a^2 + 1$		309. $a^2 + b^2$		310. $a^2 - b^2 + c^2$
	311. $\frac{ac(a - c) - ab(a - b) + bc(b - c)}{2a(c - b)}$				312. $1\frac{1}{3}$
	313. $-1\frac{3}{5}$	314. $3\frac{1}{2}$	315. 7	316. 1	317. 10
<i>S. 107</i>	318. $-1\frac{7}{19}$		319. 6	320. 11	321. $-5\frac{10}{11}$
	322. $1\frac{23}{113}$	323. $-1\frac{5}{9}$	324. $-\frac{317}{3217}$	325. $3\frac{1}{4}$	326. 5
	327. $4\frac{1}{37}$	328. 13	329. -14	330. $\frac{1}{4}$	331. 4
	332. $-1\frac{3}{64}$		333. 125	334. $\sqrt{3} - \sqrt{2}$	
<i>S. 108</i>	335. $5 + \sqrt{5}$		336. $2 + \sqrt{3} + \sqrt{7}$	337. $7 - 4\sqrt{3}$	
	338. $12 + 2\sqrt{35}$		339. $23 + 6\sqrt{10}$	340. $7 + 2\sqrt{10}$	
	341. $71 + 12\sqrt{35}$		342. $4(3 + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6})$		

S. 114 74. 1260 K

75. 60 K

76. 24 l

78. Mercur = $\frac{1}{10^7}$ Mars = $\frac{3}{10^7}$ Venus = $\frac{24}{10^7}$ Erde = $\frac{31}{10^7}$ der Sonnenmasse.S. 115 79. α) 436, 545, 654, β) 436, 545, 654

80. 0.8

81. Mars besitzt 2, Jupiter 5,*) Saturn 8, Uranus 4, Neptun 1 Mond

82. 1300 m über dem Mondsee, 1315 m über dem Attersee und 1231 m über dem Abersee.

83. 300 m, 58 m, 116 m, 276 m

S. 116 84. Ems = 320 km, Elbe = 1200 km, Rhein = 1300 km, Donau = 2820 km.

85. Mont-Cenis = 12230 m, Arlberg = 10250 m, St. Gotthard = 14920 m.

86. Tiefe = 190 m, Meereshöhe des Seespiegels = 600 m, Meereshöhe der Berggipfel = 2700 m

87. 20 km, 3 km

88. Großglockner = 3800 m, Schneefoppe = 1600 m, Brocken = 1150 m, Beerberg = 1000 m.

89. 28, 10 90. 1975 m, 1850 m, 1800 m

S. 117 91. 7400000 ha Privat-, 1450000 ha Gemeinde- und 900000 ha Staatsforste.

92. 1110, 1230.

93. 230, 360, 130

94. 40, 35, 33, 34, 25, 24, 20, 14.

S. 118 95. Niederösterreich hatte 70, Oberösterreich 35, Tirol und Vorarlberg 15, Mähren 50, Salzburg 5, Krain 2, Küstenland 2, Dalmatien 2, Bukowina 1, Steiermark 48, Kärnten 9, Schlesien 18, Galizien 23 und Böhmen 117 Sparcassen.

96. 1887: 20504000 fl., 15483000 fl., 1888: 22682000 fl., 15487000 fl.

97. Nach 3 (4) {8} [1] Jahren. 98. Vor $8\frac{1}{4}$ ($6\frac{1}{7}$) { $3\frac{1}{4}$ } [1] Jahren.

99. 34, 9 Jahre.

100. 28, 4 Jahre; nach 8 Jahren.

101. 20 Jahre 102. 30, 15 Jahre; vor 5 (10) {12} [$12\frac{1}{2}$] Jahren.S. 119 103. α) 64, 34, 30 Jahre β) 50, 17, 23, 10 Jahre.104. Nach α) $3\frac{2}{3}$ β) $5\frac{2}{5}$ γ) $17\frac{1}{2}$ Wochen δ) 5 Wochen nach Eintritt des C

*) Der fünfte Mond des Jupiter wurde von Barnard im September 1892 auf der Lick-Sternwarte in Californien entdeckt.

105. α) 80 (40) Min. nach Abritt des R β) $25\frac{5}{11}$ (15) Min. nach Abritt des R **S. 119**
 γ) 30 Min. nach Abgang des A δ) 240 Min. nach Abritt des R .
106. 84 107. 72 (42) {81} 108. 51 (92) {92} 109. 73 (54) {85} **S. 120**
110. 18 (24) {15} 111. 301 112. 532 113. 25 (100) $\{n^2 + 2n + 1\}$
114. 9 (49) $\{a^2 - 2a + 1\}$ 115. 20 (6) $\left\{a^2 - \frac{1}{4}\right\}$
116. 7 cm, 10 cm, 8 cm, 9 cm 117. $100^\circ, 50^\circ, 30^\circ$ 118. $70^\circ, 50^\circ, 60^\circ$ **S. 121**
119. $130^\circ, 60^\circ$ 120. $27^\circ, 36^\circ, 48^\circ, 64^\circ$
121. 24 cm, 16 cm, 12 cm, 10 cm, 9 cm 122. 7 (10) {13} $[a + 1]$
123. 5 m, 3 m; (13 cm, 5 cm); {37 cm, 12 cm}; $[a + b, a - b]$
124. Der Schenkel ist 25 cm, die Basis ist 40 cm lang.
125. 10 m, 7 m; $\left(\frac{f - a(a - s)}{2a}, \frac{f - a(a + s)}{2a}\right)$
126. 39 cm, 52 cm, 65 cm 127. 51 cm, 68 cm, 85 cm; **S. 122**
 40 cm, 75 cm, 85 cm 128. 90 cm, 70 cm; 70 cm, 50 cm.
129. 8 m; 14 K, 30 K. (6 m; 8.40 K, 12.40 K)
130. $\frac{F + \pi d^2}{2\pi d}, \frac{F - \pi d^2}{2\pi d}$ (20 cm, 15 cm) 131. 4 cm, 3 cm
132. 4.2 m, 5.8 m, 6.53 m 133. 5 m, 8 m; 14 K, 24 K
134. 6 K, 6.60 K (7 K, 8 K) 135. 10 cm, 24 cm, 26 cm **S. 123**
136. 24 cm, 45 cm, 51 cm
137. 117 K 138. 8.8, 7.2 139. 2.7 g 11.34 g 140. 261, 435
141. 3796 m, 3577 m 142. 14 l 143. 9 l 144. 18 l, 6 l **S. 124**
145. 5 l 146. 50 cm, 30 cm; (51 cm, 39 cm)
147. 13 dm, 5 dm, 12 dm 148. 16 kg, 70 kg 149. 20 cm, 25 cm
150. 25 m, 30 m, 35 m 151. $518 \text{ cm}^2, 370 \text{ cm}^2$ 152. $125 \text{ cm}^2, 45 \text{ cm}^2$ **S. 125**
153. $\frac{35}{49}; \left(\frac{a^2 - 3a}{a^2 + 3a}\right)$ 154. $\frac{15}{35}$ 155. $\frac{66}{27}$ 156. $\frac{10}{4}$ 157. $\frac{5}{8}$
158. $\frac{20}{25}$ 159. $\frac{9}{12}$ 160. $\frac{6}{9}$ 161. $\frac{21}{5}$ 162. α) 10 β) 4 163. 8 **S. 126**
164. 100 cm, 70 cm 165. α) 100 cm, 60 cm β) 400 cm, 240 cm
166. α) 60 cm, 40 cm β) 300 cm, 200 cm 167. 78 cm, 52 cm
168. 10.5 kg, 5.25 kg 169. 8 kg, 10 kg 170. 80 g, 20 g **S. 127**
171. $1.686 \left(\frac{v_s + v, s}{v + v_1}\right)$ 172. $11\frac{17}{33} \text{ cm}^3$ 173. 7.8 174. $22\frac{2}{3} \text{ g}$
175. 1550 K, 2170 K, 3410 K im ersten, 2050 K, 2870 K, 4510 K im zweiten, 2250 K, 3150 K, 4950 K im dritten Jahre.

- S. 127** 176. $60^\circ, 75^\circ, 105^\circ, 120^\circ$ 177. $25.5 \text{ cm}, 28.9 \text{ cm}, 30.6 \text{ cm}, 32.3, 39.1 \text{ cm}$
S. 128 178. $75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ 179. $2.5 \text{ kg}, 0.625 \text{ kg}, 0.625 \text{ kg}$
 180. $1.778 \text{ kg}, 1.016 \text{ kg}, 0.508 \text{ kg}, 0.254 \text{ kg}$
 181. 435, 580, 725 Schwingungen.
 182. 1 kg 183. 0.625 kg 184. $68\frac{3}{4}\%$ 185. $75\frac{5}{7}\%$
 186. $\alpha) 112\frac{8}{11}$ Minuten $\beta) 120$ Minuten nach Öffnung der Röhre A
 $\gamma) 210\frac{1}{4}$ Minuten
S. 129 187. $\alpha) 5$ Minuten; $\frac{(a+b)t-n}{a}$ Minuten
 $\beta) 8$ Minuten; $\frac{(a+b)t-n}{b}$ Minuten
 188. $40 \text{ l}, 30 \text{ l}; 7000 \text{ l}$ 189. $30 \text{ Hl}, 40 \text{ Hl}; 30$ Stunden
 190. $10 \text{ l}, 15 \text{ l}, 54 \text{ l}$ 191. $\alpha) 6$ Minuten $\beta) 7\frac{4}{5}$ Minuten $\gamma) 9$ Minuten
S. 130 192. $\alpha) 1\frac{5}{7}$ Stunden $\beta) 1\frac{1}{3}$ Stunden $\gamma) 1\frac{1}{2}$ Stunden $\delta) 1$ Stunde
 193. $1\frac{7}{12}$ Stunden 194. 15 Tage 195. 120 Hl
 196. 420 Stunden, $38\frac{2}{11}$ Stunden, $46\frac{2}{3}$ Stunden 197. 560 Hl
 198. $\alpha) 105 \text{ Hl}$ $\beta) 1\frac{3}{4}$ Stunden
S. 131 199. $\alpha) \frac{abcd}{abc + abd + acd + bcd}$ Stunden
 $\beta) \frac{abt(c+d)}{abc + abd + acd + bcd}$ Stunden
 200. $\alpha) 11\frac{1}{9}$ Stunden $\beta) 5\frac{15}{17}$ Stunden $\gamma) 33\frac{1}{3}$ Stunden
 $\delta) 14\frac{2}{7}$ Stunden
 201. $\alpha) \frac{mt}{m-t}$ $\beta) \frac{nt}{n-t}$ $\gamma) \frac{mnt}{2mn-t(m+n)}$ Stunden
 202. $\alpha)$ Nach $12\frac{6}{17}$ Minuten $\beta)$ Nach $462\frac{6}{17}$ Minuten
S. 132 203. Nach $\frac{abr}{bm-an}$ Wochen; $\frac{b(ar-mt)}{bm-an}$ Wochen nach Beginn des
 gemeinsamen Sparens.
 204. $10 \text{ m}, 13 \text{ m}; 1430 \text{ m}$ 205. $5 \text{ m}, 4 \text{ m}; 12000 \text{ m}$
 206. $14920 \text{ m}; 746 \text{ m}, 960 \text{ m}$ 207. $7\frac{9}{13}$ Minuten; $(\frac{p}{n-m})$ Min.
 208. 24 Min. 209. $\alpha) 80$ Sec. $(\frac{nt}{m-n})$ Sec. $\beta) 13\frac{1}{3}$ Sec.
 $(\frac{nt}{2m-n})$ Sec. nach Loslassen des B.

210. Nach 200 Min.; $BC = 12400 \text{ m}$ 211. Nach 36, (85), **S. 133**
 $\left[\frac{nc}{C-c} \right]$ Minuten; 7560, (14025), $\left[\frac{nCc}{C-c} \right]$ Meter von A entfernt.
212. Um 65 Minuten. 213. 171 m 214. 128 m
215. α) 46 Min. 8280 m β) $43\frac{2}{9}$ Min. γ) $55\frac{7}{27}$ Min. nach
 Abgang des Wagens. 216. $2^h 45^m Nm$ 217. 75 m, 65 m **S. 134**
218. 40 m, 50 m; 12230 m (60 m, 50 m; 10250 m)
219. Um $8^h 34\frac{2}{7}^m$ 220. Um $10^h 45^m$ 221. α) Nach $\frac{mn}{m+n}$ Stunden
 β) Nach $\frac{mn}{2(m+n)}$ und nach $\frac{3mn}{2(m+n)}$ Stunden
 $\left[\text{Nach } \frac{(r-1)mn}{r(m+n)}$ und nach $\frac{(r+1)mn}{r(m+n)}$ Stunden $\right]$
222. α) 70 m, 75 m β) 80 m, 85 m
223. 3 Stunden 46 Min. nach Abgang des zweiten Wagens **S. 135**
224. 100 m, 120 (80) m; 2400 m
225. α) $17\frac{1}{2}$ β) $32\frac{1}{2}$ γ) $5\frac{1}{2}$ Minuten nach Abgang des ersten Wagens,
 von seinem Ausgangspunkte um α) 5250 m β) 9750 m γ) 1650 m
 entfernt. Das Resultat β ist auszudeuten, indem der Weg AB
 als geschlossene Linie angenommen wird.
226. Um 100 Min. 227. Um -25^m später, d. h.: um 25^m früher.
228. 70 m 229. 3 m, 2 m 230. 80 m, 100 m 231. 3000 m **S. 136**
232. A 2400 und B 2500 Schritte
233. $2\frac{4}{67}$; (3); $\left[\frac{a-c_2t}{c_1+c_2} \right]$ Stunden nach Abgang des A;
 $20\frac{40}{67}$; (16·2); $\left[\frac{c_1(a-c_2t)}{c_1+c_2} \right]$ km von M entfernt.
234. 10 Minuten früher (10 Minuten später) $\left[\frac{a-t(C+c)}{c} \right]$ Minuten früher
235. α) Nach 30 Min., 1800 m von B entfernt **S. 137**
 β) " $8\frac{4}{7}$ " $514\frac{2}{7}$ " " " "
 γ) " $58\frac{4}{7}$ " $3514\frac{2}{7}$ " " " "
 (Die Zeit ist vom Abgange des Fußgängers gerechnet.)
236. 120 m 237. 62 m 238. Um 10 Minuten.
239. Um $3^h 13^m$; um $2^h 11\frac{34}{47}^m$; um $4^h 14\frac{13}{47}^m$
240. Um $8^h 22^m$, 10200 m von A entfernt. **S. 138**

- S. 138** 241. Die Begegnung beider Züge, deren Geschwindigkeiten 900 m und 1150 m per Minute sind, findet in der Entfernung 18000 m von A statt. Der erste Zug erreicht, bezw. verläßt die Station B um $8^{\text{h}} 15^{\text{m}}$, $8^{\text{h}} 18^{\text{m}}$, C um $8^{\text{h}} 38\frac{1}{3}^{\text{m}}$, D um $8^{\text{h}} 49\frac{5}{6}^{\text{m}}$. Der zweite Zug erreicht C um $8^{\text{h}} 9^{\text{m}}$, verläßt C um $8^{\text{h}} 11^{\text{m}}$, kommt um $8^{\text{h}} 26\frac{21}{23}^{\text{m}}$ nach B und um $8^{\text{h}} 38\frac{15}{23}^{\text{m}}$ nach A.
 $AB = 13500\text{ m}$; $CD = 10350\text{ m}$.
242. Um $2^{\text{h}} 57\frac{9}{13}^{\text{m}}$ Nm. $34\frac{8}{13}\text{ km}$ von B entfernt.
- S. 139** 243. $70, 85\text{ m}$ 244. $AB = 18000\text{ m}$; $180, 225\text{ m}$
 245. $\alpha) 1\text{ Ml.}, 1\frac{1}{4}\text{ Ml.}$ $\beta) 1\frac{1}{9}\text{ Ml.}, 1\frac{13}{36}\text{ Ml.}$; $AB = 13\frac{2}{9}\text{ Ml.}$
 246. $360\text{ m}, 480\text{ m}$; die Fahrtlinie mißt 6000 m
 247. $80\text{ m}, 100\text{ m}$; 6000 m .
 248. Die Fahrstrecken sind $8\cdot 5$, bezw. 12 km lang; die Fahr-
 geschwindigkeiten per Minute sind $212\cdot 5$, bezw. 720 m
- S. 140** 249. Die Fahrgeschwindigkeiten betragen 3 und 4 Meilen per Stunde.
 $AB = 24\text{ Ml.}$ $AC = 30\text{ Ml.}$
 250. Die Raft betrug 20 Minuten. 251. $AB = 660\text{ m}$.
 252. Die Wege beider Körper betragen $\alpha) 225\text{ m}$, bezw. 135 m ;
 $\beta) 900\text{ m}$, bezw. 540 m .
 253. $AB = 1800\text{ m}$; die Boten legen per Minute 75 m , bezw. 50 m zurück.
- S. 141** 254. $AB = 6000\text{ m}$; der Reiter legt in jeder Minute 120 m , der Fuß-
 gänger 60 m zurück.
 255. $AB = 100\text{ m}$; die Geschwindigkeiten der Läufer sind 3 m und 2 m .
 256. $AB = 4500\text{ m}$; der erste Bote legt in jeder Minute 64 m , der
 zweite 56 m zurück.
 257. $AB = 3600\text{ m}$; die Geschwindigkeiten der Knaben sind $\frac{5}{12}\text{ m}$ und $\frac{7}{12}\text{ m}$
 258. Der Umfang beträgt 100 cm ; die Geschwindigkeiten sind 15 cm
 und 10 cm .
- S. 142** 259. Der Hund muß 150 Sprünge machen, um den Hasen einzuholen.
 260. Das Trittrad des N macht bis zur Einholung 500 Umdrehungen.
 261. Nach 900 Tagen.
 262. $\alpha)$ Nach $15, 20, 16\frac{2}{3}$ Sec. $\beta)$ Nach 10 Sec. $\gamma)$ Nach 16 Sec.
 $\delta)$ Nach $17\frac{1}{2}$ Sec. $\epsilon)$ $10\text{ m}, 2\text{ m}, 2\cdot 5\text{ m}$
 263. $\alpha)$ Nach $35\frac{5}{13}$ und nach $27\frac{1}{2}$ Minuten $\beta)$ Nach 20 Minuten
 $\gamma)$ Nach $23\frac{19}{27}$ Minuten $\delta)$ $ab = bw = 3000\text{ m}$;
 $ab = 3037\frac{1}{27}\text{ m}$ $bw = 1518\frac{14}{27}\text{ m}$

264. α) Nach $6\frac{2}{3}$ Min. β) Nach $8\frac{1}{7}$ Min. γ) Nach 30 Min. **S. 143**
 δ) Nach $5\frac{5}{11}$ Min. ϵ) Nach $7\frac{1}{2}$ Min. ζ) Nach 12 Min.
265. Nach 20 (50) [25] $\left\{ \frac{a - 2\sqrt{Rr}}{2\pi(mR + nr)} \right\}$ Secunden erfolgt der Zusammenstoß.
266. Der Zusammenstoß erfolgt 30 $\left(\text{allgemein } \frac{a - 2\sqrt{Rr} - 2\pi msR}{2\pi(mR + nr)} \right)$ Secunden nach Abgang der zweiten Kugel.
267. Nach 10 Sec.
268. α) Der zurückgelegte Weg beträgt 45 km β) Der Zug fährt um **S. 144**
 $11^h 15^m$ an dem Wanderer vorbei γ) Der Abgang von Bodenbach erfolgte um $7^h 15^m$ früh, die Ankunft in Pirna um $7^h 15^m$ abds.
269. Der Kahn fuhr um 8^h früh von Romanshorn ab und langte um $11^h 20^m$ Bm. in Friedrichshafen an. Der zurückgelegte Weg betrug 11600 m.
270. Die Geschwindigkeit der Radfahrer betrug 240 m, ihre gegenseitige Entfernung 4080 m.
271. Die Radfahrer legten in jeder Minute 300 m zurück. N fuhr um **S. 145**
 $8^h 5^m$ von A ab. In B langte M um $9^h 20^m$, N um $9^h 25^m$, der Wagen um $9^h 48\frac{1}{3}^m$, der Fußgänger um $11^h 11\frac{2}{3}^m$ an.
272. Zwischen beiden Einholungen liegt eine Frist von 30 Minuten. Der Radfahrer hat in jeder Minute 240 m, bis zur Einholung des Wagens 12000 m zurückgelegt.

1. Übung.

$$1. c = \frac{s}{t}; \quad t = \frac{s}{c} \quad 2. g = \frac{2s}{t^2} \quad 3. t = \frac{2s}{c+v}$$

$$c = \frac{2s}{t} - v; \quad v = \frac{2s}{t} - c \quad 4. c = \frac{2s - pt^2}{2t}; \quad p = \frac{2(s - ct)}{t^2}$$

$$5. Q = P \cdot \frac{2\pi r}{h}; \quad h = \frac{2\pi rP}{Q}; \quad r = \frac{hQ}{2\pi P} \quad 6. k = \frac{4T}{\pi d^2}$$

$$7. v = \frac{V}{1 + \alpha t}; \quad \alpha = \frac{V - v}{vt}; \quad t = \frac{V - v}{v\alpha} \quad 8. g = \frac{v^2}{2h}; \quad h = \frac{v^2}{2g}$$

$$9. G = \frac{2gL}{v^2}; \quad g = \frac{Gv^2}{2L} \quad 10. G = \frac{gt^2 F}{4\pi^2 r}; \quad r = \frac{gt^2 F}{4\pi^2 G}$$



S. 146 11. $l = \frac{gt^2}{\pi^2}; \quad g = \frac{\pi^2 l}{t^2}$ 12. $P = \frac{v^2 s}{2g}; \quad s = \frac{2Pg}{v^2}$

13. $\alpha = \frac{af}{a-f}; \quad a = \frac{\alpha f}{\alpha-f}; \quad f = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$ 14. $f = \frac{PR - Qr}{Qd}$

15. $Q = \frac{Pl}{h+bf}; \quad h = \frac{Pl - Qbf}{Q}; \quad b = \frac{Pl - Qh}{Qf}; \quad f = \frac{Pl - Qh}{Qb}$

2. Übung.

1. $\alpha) c = 2.5 \text{ m}$ $\beta) p = 9.8 \text{ m}$ 2. 20 3. 2 4. $\frac{5a^2 - b^2}{4a}$
 5. $\sphericalangle A = 105^\circ, \sphericalangle B = 95^\circ, \sphericalangle C = 85^\circ, \sphericalangle D = 75^\circ.$

3. Übung.

1. $a - 3$ 2. $a + b + c$ 3. 5 4. 6 5. A legt in jeder Minute 90 m, B 75 m zurück. $MN = 5700 \text{ m}.$

S. 147

4. Übung.

1. $a + b + c$ 2. 15 3. $-3\frac{6}{17}$ 4. 49 5. Der leere Behälter wird durch A und B in $2\frac{8}{11}$, durch A, B und C in 2, durch A, B, C und D in $1\frac{1}{4}$ Stunden gefüllt.

5. Übung.

1. $a) \alpha = 0.00002$ $b) t = 120^\circ$ 2. 5 3. 3 4. 5
 5. Die Geschwindigkeiten der Züge per Minute sind 640 m und 400 m. $AC = 96 \text{ km}, BC = 60 \text{ km}.$ Das Eintreffen in C erfolgt um $11^{\text{h}} 30^{\text{m}}.$

S. 148

6. Übung.

1. a 2. $\frac{11}{21}$ 3. 7 4. 2 5. 100

7. Übung.

1. 7 2. $1\frac{7}{8}$ 3. $5\frac{1}{3}$ 4. 4 5. Der Alkoholgehalt beider Sorten betrug 80% , bezw. 85% .

8. Übung.

1. 5 2. $a^2 - b^2 - 1$ 3. 14 4. $7\frac{2}{3}$ 5. Die Seiten des Dreieckes sind: $a = 65, b = 70, c = 75 \text{ mm}.$

Gleichungen des ersten Grades mit zwei und mehreren Unbekannten. S. 149

- | | | | | |
|--|---|---|--|--|
| 1. $x = 17$
$y = 11$ | 2. $x = 8$
$y = 5 \cdot 5$ | 3. $x = m + n$
$y = m - n$ | 4. $x = 1$
$y = a$ | 5. $x = 5$
$y = 7$ |
| 6. $x = 11$
$y = 7$ | 7. $x = 8$
$y = 5$ | 8. $x = 7$
$y = 3$ | 9. $x = 4$
$y = 2$ | 10. $x = 4$
$y = 3$ |
| 11. $x = 10$
$y = 7$ | 12. $x = 5$
$y = 8$ | 13. $x = 3$
$y = 4$ | 14. $x = 7$
$y = 3$ | 15. $x = -5$
$y = +5$ |
| 16. $x = -3$
$y = -2$ | 17. $x = 8$
$y = 5$ | 18. $x = 6$
$y = 11$ | 19. $x = \frac{2}{3}$
$y = \frac{3}{5}$ | 20. $x = a + 3$
$y = a - 5$ |
| 21. $x = 5n - 2$
$y = 4n - \frac{2}{5}$ | 22. $x = \frac{a}{7}$
$y = \frac{a}{88}$ | 23. $x = \frac{2}{3}$
$y = \frac{3}{4}$ | 24. $x = 5$
$y = 1$ | 25. $x = -4$
$y = -3$ |
| 26. $x = 5$
$y = 2$ | 27. $x = 10$
$y = 8$ | 28. $x = 5$
$y = 3$ | 29. $x = 4$
$y = 3$ | 30. $x = 5$
$y = 1$ S. 150 |
| 31. $x = 12$
$y = 7$ | 32. $x = 4$
$y = 3$ | 33. $x = 9$
$y = 10$ | 34. $x = 21$
$y = 20$ | 35. $x = 20$
$y = 18$ |
| 36. $x = 10$
$y = 16$ | 37. $x = 12$
$y = 40$ | 38. $x = 4$
$y = 3$ | 39. $x = 12$
$y = 20$ | 40. $x = 1\frac{13}{15}$
$y = \frac{10}{17}$ |
| 41. $x = 10$
$y = 14$ | 42. $x = 10$
$y = 5$ | 43. $x = 3$
$y = 5$ | 44. $x = 6$
$y = 5$ | 45. $x = 5$
$y = 3$ |
| 46. $x = 0 \cdot 47712$
$y = 0 \cdot 30203$ | 47. $x = 1$
$y = 0 \cdot 60206$ | 48. $x = 6$
$y = 7$ | 49. $x = 2$
$y = 1$ | 50. $x = 10$
$y = 4$ |
| 51. $x = a - 3$
$y = a + 3$ | 52. $x = 2a - 1$
$y = a - 2$ | 53. $x = b(a - b)$
$y = \frac{a^2 + b^2}{a}$ | 54. $x = a - b$
$y = a + b$ S. 151 | |
| 55. $x = \frac{a + b}{a}$
$y = \frac{a - b}{b}$ | 56. $x = a - b$
$y = a + b$ | 57. $x = m + n$
$y = m - n$ | 58. $x = \frac{a}{a + b}$
$y = \frac{b}{a - b}$ | |
| 59. $x = \frac{1}{2}(a + b)^2$
$y = \frac{1}{2}(a - b)^2$ | 60. $x = a - b + c$
$y = a + b - c$ | 61. $x = 17$
$y = 13$ | 62. $x = 17$
$y = 9$ | |
| 63. $x = +11$
$y = -3$ | 64. $x = a - 3b$
$y = 2a + b$ | 65. $x = a + 3b$
$y = 2a - b$ | | |

S. 151 66. $x = \frac{a^2 + b^2}{c}$ 67. $x = (a + b)(c + d)$ 68. $x = -a + b + c$
 $y = \frac{a^2 - b^2}{c}$ $y = (a - b)(c - d)$ $y = +a - b + c$

S. 152 69. $x = +a^2 - b^2 - c^2$ 70. $x = a$ 71. $x = n^4 - 1$
 $y = -a^2 + b^2 - c^2$ $y = b$ $y = n^2 - 1$

72. $x = 3n + 5$ 73. $x = 12$ 74. $x = 11$ 75. $x = 13$
 $y = n - 3$ $y = 9$ $y = 7$ $y = 12$

76. $x = 15$ 77. $x = 7$ 78. $x = a + b$ 79. $x = 11$
 $y = 10$ $y = 9$ $y = a - b$ $y = 8$

S. 153 80. $x = 3a - 2b$ 81. $x = a - 3b$ 82. $x = 5$ 83. $x = 7$
 $y = 2a + 3b$ $y = 2a + b$ $y = 7$ $y = 5$

84. $x = 4$ 85. $x = 7$ 86. $x = 5$ 87. $x = 2$ 88. $x = 3$
 $y = 3$ $y = 3$ $y = 3$ $y = 1$ $y = 2$

89. $x = 11$ 90. $x = 3$ 91. $x = 11$ 92. $x = 2a + 1$
 $y = 7$ $y = 5$ $y = 7$ $y = a - 1$

93. $x = 2$ 94. $x = 4$ 95. $x = 5$ 96. $x = 4$ 97. $x = 9$
 $y = 1$ $y = 3$ $y = 7$ $y = 3$ $y = 5$

S. 154 98. $x = 7$ 99. $x = a + b$ 100. $x = 9$ 101. $x = 1$
 $y = 4$ $y = a - b$ $y = 5$ $y = 2$

102. $x = 15$ 103. $x = 5$ 104. $x = 3$ 105. $x = 2$ 106. $x = 4$
 $y = 2$ $y = 9$ $y = 4$ $y = 1$ $y = 5$

107. $x = 9$ 108. $x = 9$ 109. $x = \frac{527}{882}$ 110. $x = 76$ 111. $x = 4$
 $y = 4$ $y = 7$ $y = 2\frac{599}{882}$ $y = 76$ $y = 25$

112. $x = \frac{3}{4}$ 113. $x = 37$ 114. $x = 5$ 115. $x = 1\frac{1}{4}$ 116. $x = 100$
 $y = \frac{7}{9}$ $y = 12$ $y = 2$ $y = 1$ $y = 49$

S. 155 117. $x = 5$ 118. $x = 9$ 119. $x = 99$ 120. $x = 7$
 $y = 3$ $y = 4$ $y = 63$ $y = 3$

121. $x = \frac{1}{2}(+a - b + c)$ 122. $x = 7$ 123. $x = 5$ 124. $x = 13$
 $y = \frac{1}{2}(+a + b - c)$ $y = 5$ $y = 7$ $y = 11$
 $z = \frac{1}{2}(-a + b + c)$ $z = 3$ $z = 9$ $z = 9$

125. $x = b - c$
 $y = c - a$
 $z = a - b$
126. $x = \frac{-a + b + c}{2bc}$
 $y = \frac{+a - b + c}{2ac}$
 $z = \frac{+a + b - c}{2ab}$
127. $x = 10$
 $y = 21$
 $z = 44$
- S. 155
128. $x = 1$
 $y = 5$
 $z = 10$
129. $x = 1$
 $y = 1$
 $z = 1$
130. $x = 1$
 $y = 2$
 $z = 3$
131. $x = 13$
 $y = 15$
 $z = 17$
132. $x = 2$
 $y = 3$
 $z = 4$
133. $x = 3$
 $y = 7$
 $z = 10$
134. $x = a + b$
 $y = a - b$
 $z = 2a$
135. $x = a + 3b$
 $y = -3a + b$
 $z = 2a - 4b$
136. $x = +a + b - c$
 $y = +a - b + c$
 $z = -a + b + c$
137. $x = 15$
 $y = 28$
 $z = 22$
138. $x = 6$
 $y = 10$
 $z = 21$
139. $x = 18$
 $y = 12$
 $z = 14$
140. $x = a(+ab - bc + ac)$
 $y = b(+ab + bc - ac)$
 $z = c(-ab + bc + ac)$
- S. 156
141. $x = ab$
 $y = bc$
 $z = ac$
142. $x = 3$
 $y = 2$
 $z = 3$
143. $x = 3$
 $y = 5$
 $z = 7$
144. $x = 10$
 $y = 15$
 $z = 20$
145. $x = 7$
 $y = 13$
 $z = 17$
146. $x = 5$
 $y = 7$
 $z = 9$
147. $x = 9$
 $y = 11$
 $z = 13$
148. $x = 35$
 $y = 49$
 $z = 77$
149. $x = 30$
 $y = 11$
 $z = 7$
150. $x = \frac{1}{10}$
 $y = \frac{1}{20}$
 $z = \frac{1}{30}$
151. $x = \frac{4a}{-a + b + c}$
 $y = \frac{4b}{a - b + c}$
 $z = \frac{4c}{a + b - c}$
152. $x = 1$
 $y = 2$
 $z = 3$
153. $x = \frac{1}{2}$
 $y = \frac{1}{3}$
 $z = \frac{1}{4}$
154. $x = 1$
 $y = 2$
 $z = 1$
- S. 157
155. $x = 1$
 $y = \frac{1}{3}$
 $z = \frac{1}{5}$
156. $x = 1$
 $y = 1$
 $z = 1$
157. $x = 2$
 $y = 3$
 $z = 4$
158. $x = 3$
 $y = 2$
 $z = 1$
159. $x = \frac{1}{3}$
 $y = \frac{1}{5}$
 $z = \frac{1}{3}$
160. $x = 1$
 $y = 1$
 $z = 1$
161. $x = 2$
 $y = 1$
 $z = 2$
162. $x = 3$
 $y = 5$
 $z = 7$
163. $x = 50$
 $y = 90$
 $z = 30$
164. $x = 1$
 $y = 7$
 $z = 25$
- S. 158
165. $x = a^2 + (b + c)^2$
 $y = b^2 + (c + a)^2$
 $z = c^2 + (a + b)^2$
166. $x = 30$
 $y = 10$
 $z = 5$
167. $x = 4$
 $y = 3$
 $z = 2$
168. $x = 2\frac{19}{25}$
 $y = \frac{16}{25}$
 $z = 4\frac{8}{25}$
- 4*

- | | | | | |
|---------------|---|--|--|---|
| S. 158 | 169. $x = 7$
$y = 5$
$z = 3$
$u = 1$ | 170. $x = 15$
$y = 11$
$z = 10$
$u = 2$ | 171. $x = 11$
$y = 15$
$z = 19$
$u = 27$ | 172. $x = 5$
$y = 4$
$z = 3$
$u = 2$ |
| S. 159 | 173. $x = 0$
$y = 1$
$z = 2$
$u = 3$ | 174. $x = 1$
$y = 2$
$z = 3$
$u = 4$ | 175. $x = 10$
$y = 25$
$z = 64$
$u = 81$ | 176. $x = 1$
$y = 2$
$z = 2$
$u = 1$ |
| | 177. $x = 51$
$y = 43$
$z = 35$
$u = 27$
$v = 19$ | 178. $x = 5$
$y = 7$
$z = 3$
$u = 4$
$v = 2$ | 179. $x = \frac{1}{3}$
$y = \frac{1}{4}$
$z = \frac{1}{5}$
$u = \frac{1}{6}$
$v = \frac{1}{7}$ | |

Exponentialgleichungen.

- S. 160**
- | | | | | | |
|-------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------|
| 1. $x = 1$
$y = 2$ | 2. $x = 3$
$y = 2$ | 3. $x = 5$
$y = 3$ | 4. $x = 8$
$y = 3$ | 5. $x = 7$
$y = 5$ | 6. $x = 3$
$y = 5$ |
| 7. $x = +3$
$y = -1$ | 8. $x = 6$
$y = 2$ | 9. $x = 11$
$y = 7$ | 10. $x = 5$
$y = 1$ | 11. $x = 10$
$y = 3$ | |
| 12. $x = 1$
$y = 2$ | 13. $x = 4$
$y = 1$ | 14. $x = 7$
$y = 3$ | 15. $x = 5$
$y = 3$
$z = 1$ | 16. $x = 3$
$y = 2$
$z = 1$ | |

Anwendung der Gleichungen des ersten Grades mit zwei und mehreren Unbekannten.

- | | |
|--|--|
| 1. 757 und 575; ($3a - b$ und $4b - a$) | 2. A hat 771, B 705 K |
| 3. 15·6 m lang und 8·7 m breit. | |
| 4. 420 400 q Steinsalz, 454 300 q Sudsalz. | |
| 5. 100 350 000 q Braunkohle, 37 150 000 q Steinkohle. | |
| S. 161 6. Die Geschwindigkeit des Wagens ist 3·6 m, die des Fußgängers 1·4 m. | |
| 7. $P = 55$ kg, $Q = 20$ kg. | 8. Niederösterreich hat 19 823 km ² ,
Oberösterreich 11 985 km ² Flächeninhalt. |
| 9. Die Dichte des Stahles ist 7·8, jene des Zinks 7. | |
| 10. Die erste Sorte hat 12 Nk., die zweite 16 Nk. Leuchtkraft. | |

11. 2 Knaben und 3 Mädchen. 12. A legt 2 cm, B 3 cm **S. 161**
 13. 0·5 m und 0·3 m. in jeder Secunde zurück.
14. Die Schallgeschwindigkeit ist 333 m, die Windgeschwindigkeit 9 m. **S. 162**
15. A enthält 8 l, B 6 l. 16. 7·5 und 1·5.
17. 213 und 17; $\left(\frac{qs+r}{q+1} \text{ und } \frac{s-r}{q+1}\right)$
18. $\frac{121}{12}$ und $\frac{11}{12}$; $\left(\frac{400}{21} \text{ und } \frac{20}{21}\right)$; $\left[\frac{s^2}{s+1} \text{ und } \frac{s}{s+1}\right]$
19. 4 und 2; $\left(11\frac{1}{9} \text{ und } 1\frac{1}{9}\right)$; $\left[\frac{d^2}{d-1} \text{ und } \frac{d}{d-1}\right]$
20. 6 und 2; $\left(\frac{a^2-b^2}{2(a-b-2)} \text{ und } \frac{a-b}{2}\right)$
21. $2\frac{9}{20}$ und $1\frac{3}{4}$; $\left(\frac{(mn+1)^2}{2n(mn-1)} \text{ und } \frac{mn+1}{2n}\right)$
22. A ist 27, B 9 Jahre alt. 23. A hat 540 K, B 300 K.
24. 4% und 5%. 25. Das Faß enthielt 115 l. 15 l Wein wurden **S. 163**
 demselben entnommen. 26. $\frac{5}{7}$ 27. $\frac{15}{14}$ 28. $\frac{1}{3}$ 29. $\frac{5}{8}$
30. 169 : 91 31. A hatte 28 K, B 21 K Wochenlohn. 32. 35 : 25
33. A legte in jeder Minute 80 m, B 70 m zurück.
34. Man muß 8 l 80% igen und 12 l 90% igen Spiritus mischen. **S. 164**
35. Der Feingehalt der ersten Sorte ist 0·85, der der zweiten 0·70.
36. 8 kg Kupfer, 2 kg Zink. 37. $15\frac{1}{8}$ Pfund Gold, $4\frac{7}{8}$ Pfund Silber.
38. 92 39. 5335 40. A hatte 5 K, B 3 K Taglohn.
41. A liefert in jeder Minute 5 l, B 3 l; die Füllung durch beide **S. 165**
 Röhren dauert $2^h 36\frac{1}{4}^m$.
42. A braucht zur Füllung 20 Min. $\left(\frac{a\beta-b\alpha}{\beta-b} \text{ Min.}\right)$
 B " " " $33\frac{1}{3}$ " $\left(\frac{b\alpha-a\beta}{\alpha-a} \text{ Min.}\right)$
 A und B brauchen " " $12\frac{1}{2}$ " $\left(\frac{a\beta-b\alpha}{a-b+\beta-a} \text{ Min.}\right)$
43. A füllt den Behälter in 20 Min., B entleert ihn in 25 Minuten.
44. 3630 und 1435 K.
45. Die Kapitalien betragen je 5700 K und wurden mit 4%, bezw.
 mit $3\frac{1}{2}\%$ verzinst.

- S. 165** 46. Jede Summe betrug 7500 K. Es wurde $\frac{1}{3}\%$ monatlicher Discout berechnet.
- S. 166** 47. A legte 65 m, B 75 m in jeder Minute zurück. Das Zusammentreffen erfolgte im ersten Falle 7800 m, im zweiten Falle 4875 m vom Ausgangspunkte des A entfernt. (A legte $\frac{s(n-m)}{an+bm}$, B ... $\frac{s(a+b+m-n)}{an+bm}$ Meter in jeder Minute zurück. Das Zusammentreffen erfolgte in einer Entfernung $\frac{s(n-m)(a+m)}{an+bm}$, bezw. $\frac{s(n-m)(n-b)}{an+bm}$ vom Ausgangspunkte des A.
48. Der Radfahrer legt in jeder Minute 320 m, der Fußgänger 70 m zurück; dieser trifft in A um $12^h 38\frac{4}{7}^m$, jener schon um $9^h 48\frac{3}{4}^m$ in B ein.
49. Der Wagen legt 175 m, der Fußgänger 70 m in jeder Minute zurück. Die Einholung erfolgt $5833\frac{1}{3}$ m, die Begegnung 14000 m von A entfernt.
50. Der erste Bote legt in jeder Minute 60 m zurück und trifft um $1^h 04^m$ wieder in A ein. Der zweite Bote legt per Minute 70 m zurück und kommt um $11^h 46^m$ wieder in B an. Die Punkte der Begegnungen sind von A 5040 m, bezw. 7560 m entfernt.
51. 1 Meter kostet 15 K, bezw. 12·5 K.
52. Die Dichten sind: 1·1 und 1·05.
- S. 167** 53. Die Dichte des Messings ist 8·4, die des Holzes 0·8.
54. A hatte 24 K, B 20 K Wochenlohn.
55. Der erste legte 75 m, der zweite 60 m in jeder Minute zurück.
56. Die Höhen messen 12 m, bezw. 4 m, die Diagonalen 13 m, bezw. 5 m.
57. Die Grundlinien messen 12 und 8 m, die Diagonalen 13 und 17 m.
58. $Q = 28 \text{ kg}$ $R_1 = 49 \text{ kg}$ $R_2 = 35 \text{ kg}$
59. 11 cm und 10 cm; $\left(\frac{s^2 + a^2 - b^2}{2s} \text{ und } \frac{s^2 + b^2 - a^2}{2s} \right)$
60. $AC = 12 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$
 $\left(AC = \frac{s(s-b)}{2s-(a+b)} \quad BC = \frac{s(s-a)}{2s-(a+b)} \right)$

61. 25 und 9 $\left(\left(\frac{s+d}{2} \right)^2 \text{ und } \left(\frac{s-d}{2} \right)^2 \right)$ 62. 993 und 118 **S. 168**
63. 37 und 12. 64. $3\frac{6}{11}$ und $1\frac{9}{11}$. 65. Die Stromgeschwindigkeit beträgt 1 *m*, die des Schiffes in ruhigem Wasser 6 *m*.
66. Ein Apfel kostet 12 *h*, eine Birne 10 *h*. 67. 549. **S. 169**
68. Die Meereshöhe des Bodensees beträgt 395 *m*, seine Fläche 539 *km*².
69. Marburg—Billach = 166 *km*, Billach—Bruck a. M. = 137 *km*,
Bruck a. M.—Marburg = 119 *km*.
70. Die Umlaufszeit des Mercur beträgt 88, jene der Venus 225 und jene des Mars 687 Erd-Tage.
71. Das Stillfer Joch ist 2760 *m*, der Gotthard = Paß 2114 *m*, der Brenner-Paß 1362 *m* hoch.
72. Bezeichnet man die Halbmesser der um A, B und C gelegten Kreise beziehungsweise mit *x*, *y* und *z*, so ist:
- α) $x = s - a$ (13 *cm*) $y = s - b$ (7 *cm*) $z = s - c$ (18 *cm*) **S. 170**
 β) $x = s$ (38 *cm*) $y = s - c$ (18 *cm*) $z = s - b$ (7 *cm*)
 γ) $x = s - c$ (18 *cm*) $y = s$ (38 *cm*) $z = s - a$ (13 *cm*)
 δ) $x = s - b$ (7 *cm*) $y = s - a$ (13 *cm*) $z = s$ (38 *cm*),
 wobei $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$ ist.
73. A arbeitete 11 und 10 Tage und erhielt täglich 5 *K*.
 B " 7 " 15 " " " " 4 *K*.
74. In jeder Minute fließen durch A 40, $\left(\frac{ab - bc + ca}{2abc} \cdot v \right)$, durch B 60
 $\left(\frac{ab + bc - ca}{2abc} \cdot v \right)$, durch C 80, $\left(\frac{-ab + bc + ca}{2abc} \cdot v \right)$ Liter.
75. In jeder Minute fließen durch A 20, $\left(\frac{v[p - n]}{pn} \right)$, durch B 30
 $\left(\frac{v[p - m]}{pm} \right)$ und durch C 60, $\left(\frac{v[np + mp - mn]}{mnp} \right)$ Liter.
76. Das Verhältnis ist 4 : 3 : 2, (5 : 4 : 1).
77. 54 *g* Aluminium, 78 *g* Holz und 21 *g* Zink.
78. Der Kork wiegt 110 *g*, das Elfenbein 418 *g*, und der Weingeist **S. 171**
 besitzt die Dichte 0·8.

- S. 171** 79. A legt in jeder Minute 350 *m* zurück und trifft um 8^h 48^m in N ein,
 B " " " " 400 *m* " " " " 8^h 42^m " N " "
 C " " " " 420 *m* " " " " 8^h 40^m " N " "
 MN = 16800 *m*.
80. Der Kreisumfang mißt 119 *dm*. Die Geschwindigkeiten der beiden Punkte sind $3\frac{2}{13}$ *dm* und $3\frac{10}{13}$ *dm*.
81. Er legt in jeder Minute 70 *m* zurück und braucht zu dem 7280 *m* langen Wege 104 Minuten.
82. Die Länge des Achensees beträgt 9 *km*. Das Ruderboot legt in jeder Minute 45 *m*, der Dampfer 180 *m* zurück.
- S. 172** 83. Der Radfahrer legte per Minute 320 *m* zurück und hatte 30 Minuten gerastet. Der Fußgänger legte in jeder Minute 80 *m* zurück.
84. Die Begegnungen fanden um 9^h 50^m, 10^h 50^m und 11^h 54^m statt. Die Rast in B währte 20, jene in A 10 Minuten. AB = 15 *km*.
85. Wien — St. Pölten = 61 *km*, St. Pölten — Linz = 128 *km*, Linz — Budweis = 126 *km*, Budweis — Wien = 214 *km*.
86. Es ist die Dichte des Holzes 0.7, des Glases 2.4, des Zinks 7 und des Kupfers 8.8.
- S. 173** 87. In jeder Minute fließen durch A 50 *l*, durch B 40 *l*, durch C 30 *l* und durch D 60 *l*.
88. Der Behälter wird durch A in 72, durch B in 90, durch C in 120, durch D in 360 und durch alle vier Röhren in $27\frac{9}{13}$ Minuten gefüllt.
89. AB = 12500 *m*. Der Fußgänger legt in jeder Minute 70 *m*, der Wagen 120 *m* und der Radfahrer 200 *m* zurück.
90. AB = 8400 *m*. M legt 80 *m*, N 60 *m* und der Wagen 200 *m* per Minute zurück.
91. Anfänglich enthielt A 168 *l*, B 86 *l*, C 44 *l* und D 22 *l*.

S. 174**1. Übung.**

1. $x = 3a - 2b$	2. $x = 9$	3. $x = 100$	4. $x = 5$
$y = 2a + 3b$	$y = 10$	$y = 49$	$y = 7$
			$z = 3$

5. A liefert per Stunde 150 *m*³, B 600 *m*³. Die Füllung durch beide Schleußen dauert $13\frac{1}{5}$ Stunden.

2. Übung.

S. 174

$$\begin{array}{llll}
 1. \ x = 10 & 2. \ x = 3a + b & 3. \ x = 5 & 4. \ x = 5 \\
 \ y = 9 & \ y = a + 3b & \ y = 3 & \ y = 3 \\
 & & & \ z = 1
 \end{array}$$

5. A legt 90 m, B 270 m in jeder Minute zurück.

3. Übung.

$$\begin{array}{llll}
 1. \ x = 5 & 2. \ x = 32 & 3. \ x = 17 & 4. \ x = 5 \\
 \ y = 3 & \ y = 58 & \ y = 8 & \ y = 7 \\
 & & & \ z = 3
 \end{array}$$

S. 175

5. Die Halbmesser sind 8.5 cm und 6.5 cm lang.

4. Übung.

$$\begin{array}{llll}
 1. \ x = 42 & 2. \ x = 3 & 3. \ x = 8 & 4. \ x = 7 \\
 \ y = 1 & \ y = 2 & \ y = 5 & \ y = 14 \\
 & & \ z = 3 & \ z = 11
 \end{array}$$

5. A legte 80 m, B 70 m in jeder Minute zurück.

5. Übung.

$$\begin{array}{llll}
 1. \ x = \frac{2}{3} & 2. \ x = 10 & 3. \ x = 6\frac{1}{2} & 4. \ x = 3 \\
 \ y = \frac{2}{3} & \ y = 5 & \ y = 2\frac{1}{2} & \ y = 2 \\
 & \ z = 17 & & \ z = 1
 \end{array}$$

S. 176

5. A legt per Minute 90 m, B 80 m zurück. Die Entfernung beider Orte beträgt 17 km.

Unbestimmte Gleichungen des ersten Grades mit Lösungen in ganzen positiven Zahlen.

a) Wenn a und b kein gemeinschaftliches Maß besitzen, das nicht zugleich ein Maß von c ist.

b) Die Gleichungen 1), 2), 3) und 6).

c) Es ist: $x = x_1 + bf$ und $y = y_1 - af$.*)

$$1. \ x = 1 \mid 11 \\ \ y = 7 \mid 1$$

$$2. \ x = 8 \mid 2 \\ \ y = 7 \mid 27$$

$$3. \ x = 16 \mid 24 \mid 32 \mid 40 \\ \ y = 10 \mid 7 \mid 4 \mid 1$$

$$4. \ x = 6 \mid 20 \mid 27 \\ \ y = 20 \mid 10 \mid 5$$

*) f bedeutet eine beliebige (positive oder negative) Zahl.

S. 177 e) Es ist: $x = x_1 + b f$ und $y = y_1 + a f$ *)

f) 1. $x = 5 + 5f$ 2. $x = 3 + f$
 $y = 6 + 7f$ $y = 38 + 13f$
 $f = 0, +1, +2, \dots + \infty$ $f = -2, -1, 0, +1, +2, \dots + \infty$

3. $x = 18 + 11f$ 4. $x = 5 + 77f$
 $y = 41 + 28f$ $y = 7 + 100f$
 $f = -1, 0, +1, +2, \dots + \infty$ $f = 0, +1, +2, \dots + \infty$

g) 1. $x = 2$ 2. $x = 3$ 3. $x = 5$ 4. $x = 7$
 $y = 3$ $y = 2$ $y = 3$ $y = 3$

5. $x = 5$ 6. $x = 2$ 7. $x = 7$ 8. $x = 7 \mid 2$
 $y = 15$ $y = 3$ $y = 4$ $y = 4 \mid 12$

9. $x = 20 \mid 41 \mid$ 10. $x = 11 \mid 2 \mid$ 11. $x = 7 \mid 1 \mid$
 $y = 25 \mid 8 \mid$ $y = 10 \mid 23 \mid$ $y = 6 \mid 16 \mid$

12. $x = 13 \mid 8 \mid 3 \mid$ 13. $x = 1 \mid 8 \mid 15 \mid 22 \mid 29 \mid$
 $y = 5 \mid 12 \mid 19 \mid$ $y = 19 \mid 15 \mid 11 \mid 7 \mid 3 \mid$

14. $x = 2 \mid 13 \mid 24 \mid$ 15. $x = 2 \mid 5 \mid 8 \mid 11 \mid 14 \mid$
 $y = 18 \mid 10 \mid 2 \mid$ $y = 37 \mid 29 \mid 21 \mid 13 \mid 5 \mid$

16. $x = 1 \mid 8 \mid 15 \mid 22 \mid 29 \mid 36 \mid$
 $y = 27 \mid 22 \mid 17 \mid 12 \mid 7 \mid 2 \mid$

17. $x = 1 \mid 8 \mid 15 \mid 22 \mid 29 \mid 36 \mid 43 \mid 50 \mid 57 \mid 64 \mid 71 \mid 78 \mid 85 \mid$
 $y = 143 \mid 132 \mid 121 \mid 110 \mid 99 \mid 88 \mid 77 \mid 66 \mid 55 \mid 44 \mid 33 \mid 22 \mid 11 \mid$

18. $x = 12 \mid 25 \mid 38 \mid 51 \mid 64 \mid$
 $y = 125 \mid 100 \mid 75 \mid 50 \mid 25 \mid$

19. $x = 5$ 20. $x = 10$ 21. $x = 1$
 $y = 3$ $y = 8$ $y = 2$
 $z = 1$ $z = 7$ $z = 3$

22. $x = 29 \mid 25 \mid 21 \mid 17 \mid 13 \mid 9 \mid 5 \mid 1 \mid$ 23. $x = 7$ 24. $x = 5$
 $y = 3 \mid 7 \mid 11 \mid 15 \mid 19 \mid 23 \mid 27 \mid 31 \mid$ $y = 5$ $y = 3$
 $z = 16 \mid 15 \mid 14 \mid 13 \mid 12 \mid 11 \mid 10 \mid 9 \mid$ $z = 3$ $z = 1$

*) f bedeutet eine beliebige (positive oder negative) ganze Zahl.

Anwendung der unbestimmten Gleichungen ersten Grades.

S. 177

1. Bezeichnen x und y die Anzahl der Cigarren zu 15 h , bezw. 11 h (zu 12 h bezw. 15 h), so ist:

$$\begin{array}{l} x = 12 \mid 23 \\ y = 28 \mid 13 \end{array} \quad \left(\begin{array}{l} x = 25 \mid 20 \mid 15 \mid 10 \mid 5 \\ y = 4 \mid 8 \mid 12 \mid 16 \mid 20 \end{array} \right)$$

2. Bezeichnen x und y die Anzahl der Flaschen des Weißweines, bezw. Rothweines, so ist:

$$\begin{array}{l} x = 20 \mid 14 \mid 8 \mid 2 \\ y = 5 \mid 10 \mid 15 \mid 20 \end{array} \quad \left(\begin{array}{l} x = 23 \mid 16 \mid 9 \mid 2 \\ y = 1 \mid 6 \mid 11 \mid 16 \end{array} \right)$$

3. Die Summanden x und y sind:

$$\begin{array}{l} x = 55 \mid 90 \mid 125 \mid 20 \\ y = 91 \mid 56 \mid 21 \mid 126 \end{array} \quad \left(\begin{array}{l} x = 115 \\ y = 153 \end{array} \right)$$

S. 178

4. 23 Arme wurden mit 3·5 K , 31 Arme mit 5·2 K betheilt.
 5. 1 Gewicht à 10 kg , 7 Gewichte à 5 kg und 7 Gewichte à 1 kg .
 6. Es wurden 2 Hirsche, 3 Rehe und 14 Hasen erlegt.
 7. Bezeichnen x , y , z die Zahl der Orangen zu 8 h , bezw. 5 h und 4 h , so ist:

$$\begin{array}{l} x = 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \mid 10 \mid 11 \mid 12 \mid 13 \\ y = 30 \mid 26 \mid 22 \mid 18 \mid 14 \mid 10 \mid 6 \mid 2 \\ z = 3 \mid 6 \mid 9 \mid 12 \mid 15 \mid 18 \mid 21 \mid 24 \end{array}$$

8. Bezeichnen x , y , z die Zahl der Cigarren zu 15 h , bezw. 10 h und 5 h , so ist:

$$\begin{array}{l} x = 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \\ y = 8 \mid 6 \mid 4 \mid 2 \\ z = 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \end{array}$$

9. Die Summanden x , y und z sind:

$$\begin{array}{l} x = 28 \mid 35 \mid 42 \\ y = 77 \mid 44 \mid 11 \\ z = 13 \mid 39 \mid 65 \end{array}$$

10. Bezeichnen x , y und z die Zahl der Arbeiter mit 30 K , bezw. 24 K und 14 K Wochenlohn, so ist:

$$\begin{array}{l} x = 5 \mid 10 \mid 15 \\ y = 20 \mid 12 \mid 4 \\ z = 5 \mid 8 \mid 11 \end{array}$$

11. Die Weine kosten per Flasche 4 K , 6 K und 8 K .

S. 179 Gleichungen des zweiten Grades mit einer Unbekannten.

a) Rein quadratische Gleichungen.

1. $x = \pm 5$ 2. $x = \pm a$ 3. $x = \pm 7a^2$ 4. $x = \pm mn$

5. $x = \pm \pi \sqrt{\frac{1}{g}}$ 6. $x = \pm \frac{q}{p}$ 7. $x = \pm 6$ 8. $x = \pm 5m$

9. $x = \pm (a - b)$ 10. $x = \pm 2$ 11. $x = \pm (a - b)$

12. $x = \pm (a + b)$ 13. $x = \pm 3$ 14. $x = \pm \frac{a}{b}$ 15. $x = \pm 3$

16. $x = \pm m$ 17. $x = \pm 2$ 18. $x = \pm 1$ 19. $x = \pm 3$

20. $x = \pm 5$ 21. $x = \pm 3$ 22. $x = \pm 5$ 23. $x = \pm 2$

24. $x = \pm 2$ 25. $x = \pm m$ 26. $x = \pm 7$ 27. $x = \pm 14$

28. $x = \pm 4.5a^3$ 29. $x_1 = 4$
 $x_2 = -\frac{2}{3}$ 30. $x_1 = a - b$
 $x_2 = -3a + b$

S. 180 31. $x_1 = 1$
 $x_2 = -\frac{8}{7}$ 32. $x_1 = 2a$
 $x_2 = -2$ 33. $x_1 = 6$
 $x_2 = 4$

34. a) $t = \pm \sqrt{\frac{2s}{g}}$ b) $d = \pm \sqrt{\frac{4F}{\pi}}$ c) $v = \pm \sqrt{\frac{2gL}{G}}$

d) $d = \pm \sqrt{\frac{4T}{\pi k}}$ e) $v = \pm \sqrt{2gs + c^2}$ f) $t = \pm 2\pi \sqrt{\frac{Gr}{gF}}$

g) $v = \pm \sqrt{\frac{GV^2 - 2gL}{G}}$

b) Gemischt quadratische Gleichungen.

1. $x_1 = 5$ 2. $x_1 = 12$ 3. $x_1 = 7$ 4. $x_1 = 0.1$
 $x_2 = -11$ $x_2 = -2$ $x_2 = -2$ $x_2 = -0.7$

5. $x_1 = -a$ 6. $x_1 = 7$ 7. $x_1 = 5$ 8. $x_1 = 2$
 $x_2 = a - 2b$ $x_2 = 3$ $x_2 = -7$ $x_2 = -8$

9. $x_1 = 7$ 10. $x_1 = 3$ 11. $x_1 = 3$
 $x_2 = -2$ $x_2 = -11$ $x_2 = -10$

12. $x = \frac{1}{2}(n \pm \sqrt{n^2 + 4a})$ 13. $x_1 = a$ 14. $x_1 = 5.7$
 $x_2 = -3a$ $x_2 = 3.5$

15. $x_1 = 7.5$ 16. $x_1 = 130$ 17. $x_1 = a + b$ 18. $z_1 = 1$ *S. 180*
 $x_2 = 5.7$ $x_2 = -1116$ $x_2 = -2b$ $z_2 = \frac{1}{4}$
19. $x_1 = 7$ 20. $x_1 = -2$ 21. $x_1 = 8$ 22. $x_1 = 10$
 $x_2 = -3$ $x_2 = 2\frac{1}{3}$ $x_2 = -4$ $x_2 = -3$
23. $x_1 = 0$ 24. $x_1 = -4$ 25. $x_1 = a + b - c$
 $x_2 = 7$ $x_2 = 3$ $x_2 = a - b + c$
26. $x_1 = 0$ 27. $x_1 = 5$ 28. $x_1 = a + 1$ 29. $x_1 = 5$ *S. 181*
 $x_2 = 2$ $x_2 = \frac{1}{3}$ $x_2 = a - 1$ $x_2 = 3$
30. $x_1 = 2a + 5$ 31. $x_1 = m - n$ 32. $x_1 = a + b$
 $x_2 = a$ $x_2 = -\frac{2}{3}n$ $x_2 = \frac{1}{3}(6a - 7b)$
33. a) $x_1 = 8$ b) $x_1 = 10$ c) $x_1 = 16$
 $x_2 = -10.5$ $x_2 = -11\frac{2}{7}$ $x_2 = -17\frac{2}{7}$
d) $x_1 = 4$ e) $x_1 = 6$ f) $x_1 = \frac{30}{49}$
 $x_2 = 36$ $x_2 = 9$ $x_2 = 5$
34. $x_1 = 5$ 35. $x_1 = 7$ 36. $x_1 = a + 2$
 $x_2 = -2\frac{1}{3}$ $x_2 = 1$ $x_2 = -2$
37. $x_1 = n + 7$ 38. $x_1 = 5$ 39. $x_1 = 15$ 40. $x_1 = a - 1$
 $x_2 = -4$ $x_2 = -13$ $x_2 = -7$ $x_2 = -a + 3$
41. $x_1 = 6$ 42. $x_1 = 11$ 43. $x_1 = 11$ 44. $x_1 = 25$
 $x_2 = -6\frac{3}{4}$ $x_2 = 10$ $x_2 = 9\frac{3}{7}$ $x_2 = 18$
45. $x_1 = 11$ 46. $x_1 = 7$ 47. $x_1 = 3$ 48. $x_1 = 3$ *S. 182*
 $x_2 = \frac{2}{3}$ $x_2 = -\frac{13}{21}$ $x_2 = 1\frac{2}{5}$ $x_2 = \frac{1}{2}$
49. $x_1 = 0$ 50. $x_1 = 7$ 51. $x_1 = 3$ 52. $x_1 = 0$
 $x_2 = 3$ $x_2 = 4\frac{1}{2}$ $x_2 = 2$ $x_2 = 5$
53. $x_1 = a + b$ 54. $x_1 = a + b$ 55. $x_1 = 2a$
 $x_2 = a$ $x_2 = 2b$ $x_2 = \frac{6}{5}a$
56. $x_1 = a + b$ 57. $x_1 = 5$ 58. $x_1 = 11$ 59. $x_1 = 8$
 $x_2 = \frac{1}{5}(2a + 3b)$ $x_2 = 2\frac{1}{3}$ $x_2 = 2.8$ $x_2 = 6.5$
60. $x_1 = 1$ 61. $x_1 = a + 1$ 62. $x_1 = 2n - 3$
 $x_2 = -4\frac{9}{11}$ $x_2 = -(a + 2)$ $x_2 = \frac{3}{2}(n + 1)$
63. $x = 7 \pm 3i$ 64. $x = \frac{1}{3}(5 \pm 2i)$ 65. $x = 8 \pm 2i$

- S. 182** 66. $x_1 = 2 + i$ 67. $x = a \pm i\sqrt{b}$ 68. $x_1 = 2a - bi$
 $x_2 = -3 - i$ $x_2 = a + bi$
- S. 183** 69. $x_1 = 2 + 3i$ 70. $x_1 = 4 + 3i$ 71. $x_1 = 10$
 $x_2 = 1 - 2i$ $x_2 = 3 - 4i$ $x_2 = 10$
72. $x = \frac{1}{40}(-117 \pm \sqrt{3529})$ 73. $x_1 = a + 1$ 74. $x_1 = 8a - 5b$
 $x_2 = -\frac{1}{7}$ $x_2 = 5a - 8b$
75. $x_1 = 7a + 3b$ 76. $x_1 = 5$ 77. $x_1 = m + n$
 $x_2 = 3a + 7b$ $x_2 = 1\frac{2}{7}$ $x_2 = \frac{1}{3}(5n - 3m)$
78. $x_1 = a^2 - b^2$ 79. $x_1 = a + 1$ 80. $x_1 = 9$
 $x_2 = 2b(b - a)$ $x_2 = \frac{1}{5}(4a + 1)$ $x_2 = -1$
81. $x_1 = 9$ 82. $x_1 = 1\frac{1}{2}$ 83. $x_1 = 5$ 84. $x_1 = 0$
 $x_2 = -16$ $x_2 = \frac{2}{3}$ $x_2 = -15\frac{1}{2}$ $x_2 = 7$
- S. 184** 85. $x_1 = 3$ 86. $x_1 = 9$ 87. $x_1 = 10$ 88. $x_1 = 5$
 $x_2 = -6$ $x_2 = -6$ $x_2 = -2$ $x_2 = -1$
89. $x_1 = 3$ 90. $x = \frac{1}{2}(5 \pm \sqrt{2})$ 91. $x_1 = 8$
 $x_2 = 2$ $x_2 = -2\frac{40}{47}$
92. $x_1 = 5$ 93. $x_1 = 7$ 94. $x_1 = 7$ 95. $x_1 = 9$
 $x_2 = 3$ $x_2 = -2\frac{1}{3}$ $x_2 = -9\frac{1}{2}$ $x_2 = -2\frac{2}{3}$
96. $x_1 = 2$ 97. $x_1 = -a$ 98. $x_1 = a$ 99. $x_1 = -\frac{a}{b}$
 $x_2 = 0.9$ $x_2 = -b$ $x_2 = b$ $x_2 = -\frac{c}{d}$
100. $x = \frac{1}{2}(m - n \pm \sqrt{5m^2 + 2mn + n^2})$
101. $x_1 = a + b$ 102. $x_1 = 2a + 1$
 $x_2 = -\frac{1}{3}(a + b - 4\sqrt{ab})$ $x_2 = -\frac{1}{3}(2a + 1 + 4\sqrt{2a})$
- S. 185** 103. $x_1 = 4a$ 104. $x_1 = 5$ 105. $x = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{21})$
 $x_2 = \frac{25a}{11}$ $x_2 = -\frac{30}{127}$
106. $x = 2 \pm \sqrt{2}$ 107. $x_1 = 7$ $x_2 = 1$
108. α) Der gegebene Ausdruck ist $= 3$; (-2)
 β) " " " " $= 10$; (-9)
 γ) " " " " $= a + \frac{1}{2}$; $(-a + \frac{1}{2})$
109. $x_1 = 4$ 110. $x_1 = 5$ 111. $x_1 = 0$ 112. $x_1 = 9$
 $x_2 = -3.5$ $x_2 = 1$ $x_2 = 5$ $x_2 = 5$
113. $x_1 = a^2$ 114. $x_1 = a^2 + 1$
 $x_2 = \frac{1}{5}a^2$ $x_2 = -\frac{1}{3}(a^2 + 4a + 1)$

Gleichungen, welche sich auf quadratische Gleichungen zurückführen lassen. S. 186

1. $x_1 = 81$ 2. $x_1 = 64$ 3. $x_1 = 1024$ 4. $x_1 = 128$
 $x_2 = 1$ $x_2 = 729$ $x_2 = \left(\frac{11}{7}\right)^{10}$ $x_2 = 0.0000128$
5. $x = (1 \pm a)^{2n}$ 6. $x_1 = 32$ 7. $x_1 = 52$
 $x_2 = -\frac{1}{32}$ $x_2 = 15613$
8. $x_1 = 5$ $x_{3,4} = \frac{3 \pm \sqrt{309}}{2}$ 9. $x_1 = 0$ $x_3 = 15626.00013$
 $x_2 = -2$ $x_2 = 3$ $x_4 = 0.99987$
10. $x_{1,2} = \pm 5$ 11. $x_1 = 3$ $x_{3,4} = \frac{3}{2}(-1 \pm i\sqrt{3})$
 $x_{3,4} = \pm 1$ $x_2 = 2$ $x_{5,6} = -1 \pm i\sqrt{3}$
12. $x_1 = 2$ $x_{3,4} = -1 \pm i\sqrt{3}$ 13. $x_{1,2} = \pm 1$
 $x_2 = -\sqrt[3]{6 \cdot 6}$ $x_{5,6} = \sqrt[3]{6 \cdot 6} \cdot \frac{1 \mp i\sqrt{3}}{2}$ $x_{3,4} = \pm i\sqrt{2}$
14. $x_1 = +6$ $x_3 = 1\frac{1}{2}$ 15. $x_1 = 25a$ 16. $x_1 = 8a^3$
 $x_2 = -4$ $x_4 = \frac{1}{2}$ $x_2 = 324a$ $x_2 = \frac{64a^3}{59319}$
17. $x_1 = +2$ $x_3 = -1$ 18. $x_1 = 5$ $x_{3,4} = \frac{1}{6}(5 \pm i\sqrt{95})$
 $x_2 = -5$ $x_4 = -2$ $x_2 = -3\frac{1}{3}$
19. $x_1 = +3$ 20. $x_1 = 0$ 21. $x_1 = 5$ S. 187
 $x_2 = -2$ $x_2 = 5$ $x_2 = -10$
 $x_3 = +2$ $x_3 = 4$ $x_{3,4} = \frac{1}{2}(-5 \pm i\sqrt{143})$
 $x_4 = -1$ $x_4 = 1$
22. $x_1 = -1$ 23. $x_1 = 3$ 24. $x_1 = -a$
 $x_2 = +3$ $x_{2,3} = \frac{1}{8}(-11 \pm \sqrt{41})$ $x_2 = \frac{1}{2}(3a + 2)$
 $x_3 = -1$ $x_3 = a - 1$
25. $x_1 = 5$ 26. $x_1 = -a$
 $x_{2,3} = \frac{1}{2}(-5 \pm i\sqrt{71})$ $x_{2,3} = \frac{1}{2}(a \pm \sqrt{4 - 3a^2})$
27. $x_1 = -1$ 28. $x_1 = 3$ 29. $x_1 = -5$
 $x_{2,3} = \pm 1$ $x_{2,3} = \pm 2$ $x_{2,3} = \pm i$
30. $x_1 = \frac{5}{3}$ 31. $x_1 = -1$ 32. $x_1 = 3$
 $x_{2,3} = \pm 1$ $x_{2,3} = 1 \pm i$ $x_{2,3} = -1 \pm i\sqrt{5}$
33. $x_1 = -1$ 34. $x_1 = 1$ 35. $x_1 = 2$
 $x_2 = 2$ $x_{2,3} = 6 \pm \sqrt{35}$ $x_2 = 3$
 $x_3 = \frac{1}{2}$ $x_3 = 1\frac{1}{3}$

- S. 187 36. $x_1 = -1$
 $x_{2,3} = \frac{1}{2a}(a - b \pm \sqrt{b^2 - 2ab - 3a^2})$
37. $x_1 = 2$
 $x_{2,3} = 6 \pm 4\sqrt{2}$
38. $x_1 = 4$
 $x_2 = 5$
 $x_3 = 3 \cdot 2$
39. $x_1 = 7$
 $x_2 = 8$
 $x_3 = 6\frac{1}{8}$
40. $x_1 = -2a$
 $x_2 = -a$
 $x_3 = -4a$
41. $x_1 = 2$
 $x_2 = 3$
 $x_3 = 1$
42. $x_1 = a$
 $x_2 = 2a$
 $x_3 = -\frac{1}{3}(2a + 1)$
43. $x_1 = n$
 $x_2 = n + 1$
 $x_3 = -\frac{1}{2}(n + 1)$
44. $x_1 = 0$
 $x_2 = a$
 $x_3 = \frac{1}{2}a$
45. $x_1 = 3$
 $x_2 = 5$
 $x_3 = 4$
46. $x_1 = -7$
 $x_2 = 13$
 $x_3 = 3$
47. $x_1 = 9$
 $x_2 = -4$
 $x_3 = 2\frac{1}{2}$
48. $x_1 = 0$
 $x_{2,3} = \pm 11$
49. $x_1 = 0$
 $x_{2,3} = \pm 7$
50. $x_1 = 0$
 $x_{2,3} = \pm 3$
51. $x_1 = 0$
 $x_{2,3} = \pm \sqrt{5}$
52. $x_1 = 0$
 $x_{2,3} = \pm i\sqrt{38}$
- S. 188 53. $x_1 = 2$ $x_2 = -5$
 $x_{3,4} = \frac{1}{2}(-3 \pm i\sqrt{51})$
54. $x_{1,2} = \frac{1}{2}(-a \pm \sqrt{a^2 - 2(m-n)})$
 $x_{3,4} = \frac{1}{2}(-a \pm \sqrt{a^2 - 2(m+n)})$
55. $x_1 = -5$, $x_2 = 3$
 $x_{3,4} = -1 \pm 2i\sqrt{6}$
56. $x_1 = 4$ $x_2 = 1$
 $x_{3,4} = \frac{1}{2}(5 \pm \sqrt{53})$
57. $x_1 = -1$ $x_{2,3} = \frac{1}{4}(\sqrt{5} \pm i\sqrt{11})$
 $x_{4,5} = -\frac{1}{4}(\sqrt{5} \pm i\sqrt{11})$
58. $x_1 = 2$ $x_{2,3} = \pm 1$
 $x_{4,5} = \pm \frac{1}{5}i\sqrt{20}$
59. $x_1 = -1$
 $x_{2,3} = \pm \frac{1}{2}i\sqrt{2}$
 $x_{4,5} = \pm i\sqrt{2}$
60. $x_{1,2} = \pm 2$
 $x_{3,4} = \pm 2i\sqrt{2}$
 $x_{5,6} = \pm i\sqrt{2}$
61. $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{5}$
 $x_{3,4} = \frac{1}{10}(3 \pm i\sqrt{111})$
62. $x_1 = 2$
 $x_2 = -1$
 $x_3 = +1$
 $x_4 = -4$
63. $x_1 = 5$
 $x_2 = -3\frac{5}{11}$
 $x_3 = 3$
 $x_4 = 2$
64. $x_1 = 2$
 $x_2 = \frac{1}{7}$
 $x_3 = 3$
 $x_4 = -2$
65. $x_1 = 5$
 $x_2 = 6 \cdot 5$
 $x_3 = 5$
66. $x_1 = -a$
 $x_2 = 2a$
 $x_3 = \frac{1}{2}a$
67. $x_1 = -1$
 $x_2 = 5$
 $x_3 = \frac{1}{5}$
68. $x_1 = 1$
 $x_2 = 2$
 $x_3 = \frac{1}{2}$
69. $x_1 = -1$
 $x_{2,3} = \frac{a - b + 2m \pm \sqrt{b^2 - 2ab - 3a^2 + 4m(3a - b)}}{2(a - m)}$
70. $x_1 = 1$
 $x_2 = 8$
 $x_3 = -\frac{27}{29}$

Reciproke Gleichungen.

S. 188

1. $x_1 = 3$

$x_2 = \frac{1}{3}$

$x_3 = 1$

$x_4 = 1$

5. $x_1 = 6$

$x_2 = -\frac{1}{6}$

$x_3 = 3$

$x_4 = -\frac{1}{3}$

9. $x_1 = 3$

$x_2 = \frac{1}{3}$

$x_3 = 2$

$x_4 = \frac{1}{2}$

2. $x_1 = 4$

$x_2 = \frac{1}{4}$

$x_3 = 2$

$x_4 = \frac{1}{2}$

6. $x_1 = 3$

$x_2 = \frac{1}{3}$

$x_3 = -\frac{1}{2}$

$x_4 = -2$

10. $x_1 = 8$

$x_2 = \frac{1}{8}$

$x_3 = 4$

$x_4 = \frac{1}{4}$

3. $x_1 = 5$

$x_2 = \frac{1}{5}$

$x_3 = 3$

$x_4 = \frac{1}{3}$

7. $x_1 = 3$

$x_2 = -\frac{1}{3}$

$x_3 = +\frac{1}{2}$

$x_4 = -2$

11. $x_1 = 4$

$x_2 = -\frac{1}{4}$

$x_3 = 2$

$x_4 = -\frac{1}{2}$

4. $x_1 = 4$

$x_2 = -\frac{1}{4}$

$x_3 = 2$

$x_4 = -\frac{1}{2}$

8. $x_1 = 5$

$x_2 = \frac{1}{5}$

$x_3 = -1$

$x_4 = -1$

12. $x_1 = 7$

$x_2 = -\frac{1}{7}$

$x_3 = 5$

$x_4 = -\frac{1}{5}$

Exponentialgleichungen.

1. $x_1 = 4$

$x_2 = 1$

5. $x_1 = 3$

$x_2 = -2\frac{3}{7}$

2. $x_1 = 5$

$x_2 = 3$

6. $x_1 = 3$

$x_2 = 3$

3. $x_1 = 1$

$x_2 = 1$

7. $x_1 = 10$

$x_2 = 0.1$

4. $x_1 = 10$

$x_2 = 3$

8. $x_1 = 2$

$x_2 = \frac{1}{2}$

Zusammenhang zwischen den Wurzeln der quadratischen Gleichung und dem Gleichungstrinom.

1. Es ist $x_1 + x_2 = -a$ und $x_1 \cdot x_2 = b$

2. a) $x^2 - 8x + 15$ b) $x^2 + 2x - 35$ c) $x^2 + 13x + 40$

d) $x^2 - 2ax + a^2 - b^2$ e) $x^2 + ax - 6a^2 + 5ab - b^2$ S. 190

f) $x^2 - 2.23x + 1.0792$ g) $x^2 + 6x + 8.75$

h) $x^2 - 4x + 3.84$ i) $x^2 + 6x + 8\frac{39}{64}$

3. a) $x^2 - 3x + 2 = 0$ b) $x^2 + 3x - 18 = 0$

c) $x^2 + 20x + 91 = 0$ d) $x^2 - 1.5x - 8.14 = 0$

e) $x^2 - 10x + 24\frac{33}{49} = 0$ f) $x^2 - 6x + 7 = 0$

g) $x^2 - 2ax + a^2 - b = 0$ h) $x^2 - 2x\sqrt{a+b} + 2b = 0$

i) $x^2 + 10x + 28 = 0$ k) $x^2 - 6x + 21 = 0$

4. Die Wurzelfactoren sind die Binome $(x - x_1)$ und $(x - x_2)$.

5. Das Gleichungstrinom ist durch beide Wurzelfactoren theilbar und ist gleich dem Producte derselben.

6. a) $(x - 17)(x - 13)$ b) $(y - 23)(y + 11)$

c) $(z - 31)(z + 17)$ d) $(a - 43)(a + 59)$

e) $(b - 13)(b + 71)$ f) $(c + 111)(c + 17)$

S. 190 Anwendung der quadratischen Gleichungen mit einer Unbekannten.

a) Rein quadratische Gleichungen.

1. $\alpha) \pm 4$ $\beta) \pm 5$ $\gamma) \pm 6$ $\delta) \pm 15$ $\epsilon) \pm 35$
- S. 191** 2. $\alpha) 3.85 m$ $\beta) 12 cm$ $\gamma) 9 m$ 3. $94 cm$ 4. ± 6
5. Das eine Rechteck ist $42 m$ lang und $24 m$ hoch, das andere $28 m$ lang und $16 m$ hoch.
6. Das erste Rechteck ist $10 m$ lang und $4 m$ hoch, das zweite $15 m$ lang und $6 m$ hoch, das dritte $25 m$ lang und $10 m$ hoch.
7. Die Factoren sind 35 und 25 .
8. Das erste Rechteck ist $42 cm$ lang und $24 cm$ breit ($77 cm$ lang $56 cm$ breit). 9. $25 m$
10. Die Parallelsseiten sind $18 cm$ und $10 cm$, die Höhe $6 cm$ lang.
11. Die Grundlinie ist $42 cm$, der Schenkel $35 cm$ lang.
- S. 192** 12. Die unbekanntes Seiten des Dreieckes messen
- $\alpha) 21 cm$, bezw. $28 cm$ ($105 cm$, bezw. $56 cm$)
- $\beta) 143 cm$, bezw. $132 cm$ ($22.1 m$, bezw. $19.5 m$)
13. Die Halbmesser sind: $R = \frac{14}{\sqrt{\pi}} = 7.8987 cm$, $r = \frac{10}{\sqrt{\pi}} = 5.6419 cm$.
14. Der Balken-Querschnitt muß $18 cm$ breit und $21 cm$ hoch sein.
15. Die Stärke beträgt rund $2.5 cm$.
16. Die Seiten der beiden Quadrate sind $\alpha) 10 m$ und $16 m$ $\beta) \frac{5a}{4}$ und $\frac{3a}{4}$.
17. Nach 10 Minuten (25 Minuten).
18. Die Geschwindigkeit der beiden Punkte ist $1.5 m$ (0.9 und $1.7 m$).
- S. 193** 19. Nach 7 Secunden.*)
20. Nach 6 ($1\frac{13}{17}$) Secunden berühren sich die beiden Kreise von innen, nach 8 (10) Secunden von außen.
21. $\alpha)$ Nach 17 Secunden $\beta)$ Nach 5 Secunden.
22. 800 Stück.
23. Die Männer legen in jeder Minute $80 m$, bezw. $64 m$ zurück, und die Begegnung erfolgt 160 Minuten nach ihrem Abgange.

*) Die zweite Lösung $x = -7$ besagt: Wenn die Kreise schon vor der inneren Berührung in der angegebenen Bewegung waren, so haben sie sich auch vor 7 Secunden von außen berührt.

In später folgenden Aufgaben, z. B. 20, 21, ist die Ausdeutung solcher zweiter Lösungen dem Unterrichte überlassen.

24. Die Boten legen in jeder Minute 72 m, bzw. 78 m (68 m, bzw. 76·5 m) zurück und brauchen zu dem Wege AB 325, bzw. 320 Minuten (153, bzw. 136 Minuten).
25. $AB = 34200$ m. Die Boten legen in jeder Minute 100 m, bzw. 90 m zurück. *S. 194*

b) Gemischt quadratische Gleichungen.

1. 17 und -2 2. 4 und -14
3. Die Seiten des Rechteckes messen:
 a) 17 m und 13 m β) 27 m und 15 m γ) 50 m und 30 m.
4. Die Fläche ist 4 m lang und 3·25 m breit.
5. Das Zimmer ist 7 m lang, 4 m breit und 3·5 m hoch.
6. Das Rechteck ist 9 m lang und 8 m breit; die Quadratische Seite misst 6 m. *S. 195*
7. Das Rechteck ist 21 cm lang und 20 cm breit (40 cm lang und 9 cm breit).
8. Die Breite des Rahmens ist $= \frac{1}{4}(a + b - \sqrt{a^2 + b^2})$, bzw. 5 cm.
9. Die Seiten sind $\frac{1}{2}(a - b + \sqrt{a^2 - ab + b^2})$ und $\frac{1}{2}(b - a + \sqrt{a^2 - ab + b^2})$;
 (das Rechteck ist 50 cm lang und 20 cm breit).
10. a) Die Katheten sind: $a = 377$ cm, $b = 336$ cm;
 ($a = 552$ mm, $b = 385$ mm).
- b) Die Katheten sind: $a = 77$ cm, $b = 36$ cm;
 ($a = 513$ mm, $b = 184$ mm).
11. a) Die Katheten sind: $a = \frac{1}{2}(d + \sqrt{2c^2 - d^2})$, $b = \frac{1}{2}(-d + \sqrt{2c^2 - d^2})$,
 beziehungsweise: ($a = 12$ m, $b = 5$ m).
- b) Die Katheten sind: $\frac{1}{2}(U - c \pm \sqrt{c^2 + 2Uc - U^2})$,
 beziehungsweise: ($a = 35$ m, $b = 12$ m)
12. Die Seiten sind: $a = 12$ m, $b = 16$ m, $c = 20$ m;
 ($a = 10$ m, $b = 24$ m, $c = 26$ m).
13. Nach $\frac{c - \sqrt{c^2 - 2gh}}{g}$, (bzw. 25) Sekunden wird die Höhe h (4375 m) beim Aufsteigen, nach $\frac{c + \sqrt{c^2 - 2gh}}{g}$ (bzw. 35) Sekunden beim Herabfallen passiert.
14. Die Zahl $\frac{s \pm \sqrt{s^2 - 4}}{2}$. (Die Zahl $1\frac{1}{2}$ und die Zahl $\frac{2}{3}$.) *S. 196*

- S. 196** 15. Die Zahl $\frac{d \pm \sqrt{d^2 + 4}}{2}$. (Die Zahl $1\frac{2}{3}$ und die Zahl $-\frac{3}{5}$.)
16. Die Leiter besitzt 30 [32] Sprossen. 17. 5 und 20. 18. ± 24 .
19. 1, 2, 3, 4 und 5, 6, 7, 8. 20. 24.
21. $\frac{5}{6}$ und $\frac{-2}{-1}$ 22. $\frac{8}{6}$ und $\frac{+1.4}{-0.6}$
23. 25 Stück à 12 NK. und 40 Stück à 16 NK. oder 45 Stück à $6\frac{2}{3}$ NK. und 60 Stück à $10\frac{2}{3}$ NK. (Die zweite Lösung entspricht nicht den üblichen Lichtstärken.)
24. 15 Orangen und 18 Äpfel.
- S. 197** 25. 30 Gefellen und 20 Lehrlinge. Der Taglohn betrug 3 K 20 h, bzw. 1 K 80 h.
26. A liefert 40 l, B 30 l in jeder Minute.
27. Die Seiten sind: $a = 8 m$, $b = 15 m$, $c = 17 m$.
28. Es ist die Länge = 24 m, die Breite = 7 m und die Diagonale = 25 m.
29. Die Seiten sind: $a = 16 m$, $b = 63 m$, $c = 65 m$.
30. Die Seiten sind: $a = 5 cm$, $b = 12 cm$, $c = 13 cm$.
31. Die Achsen sind: $2a = 10 m$, $2b = 6 m$.
32. Die Paralleelseiten sind 11 m und 6 m, die Höhe ist 5 m oder: es sind die Paralleelseiten $4\frac{2}{3} m$ und $10\frac{1}{3} m$ und die Höhe $5\frac{2}{3} m$ lang.
33. Die Grundlinie mißt 18 m, der Schenkel 15 m.
- S. 198** 34. Die Seiten sind: $a = 16 m$, $b = 12 m$, $c = 9 m$.
35. Die Halbmesser sind: $R = 9 cm$, $r = 4 cm$; ($R = 8 cm$, $r = 6\frac{1}{3} cm$)
 $[R = \frac{1}{2} (+d + \sqrt{d^2 + a^2})$, $r = \frac{1}{2} (-d + \sqrt{d^2 + a^2})]$.
36. Der Fußgänger legt in jeder Minute 60 m zurück.
37. Er legte den 3150 m langen Weg in 45 Minuten zurück.
38. Die beiden Wagen legten in jeder Minute 120 m und 100 m [247.5 m und 202.5 m] zurück.
39. Der erste legt 5 km, der zweite 4 km per Stunde zurück.
40. Der erste Wagen legt 252 m, der zweite 210 m per Minute zurück.
41. Die Fahrtlinie beträgt 6 km; die Dampfer legen 350 m, bzw. 250 m in jeder Minute zurück.
- S. 199** 42. Die Begegnung erfolgt um 11^h 10^m. Der Wagen legt 175 m, der Fußgänger 65 m per Minute zurück.
43. $BC = 33600 m$. Die Boten legen 90 m, bzw. 80 m per Minute zurück.

44. $BC = 60 \text{ km}$. Die Züge legen 0.96 km , bzw. 0.75 km per **S. 199** Minute zurück.
45. Der Reiter braucht zu einer Meile 45, der Wagen 60 Minuten.
46. Der Wagen und der Fußgänger legen in jeder Minute 225 m , bzw. 95 m (220 m , bzw. 80 m) zurück.
47. Der Fußgänger legt per Minute 84 m zurück und trifft um $2^h 10^m$ in B ein; der Wagen, der um $12^h 39^m$ nach A kommt, legt in jeder Minute 280 m zurück.
48. A füllt den Bottich in 28, (132), $\left[\frac{2n + t + \sqrt{4n^2 + t^2}}{2} \right]$ Minuten; **S. 200**
 B " " " in 21, (110), $\left[\frac{2n - t + \sqrt{4n^2 + t^2}}{2} \right]$ Minuten.
49. Der Wagen legt 210 m , der Fußgänger 70 m per Minute zurück.
50. In jeder Minute fließen durch A 45 l , durch B 20 l .
51. Die Durchmesser sind: $D = 18 \text{ cm}$, $d = 8 \text{ cm}$.
52. 10 Secunden nach Abgang des A.
53. A legt 80 m , B 75 m in jeder Minute zurück.
54. A legt $\frac{1}{2} \text{ m}$, B 2 m per Secunde zurück. **S. 201**
55. Nach 4 und nach 6 Secunden. [Nach $5 \mp 2 \text{ i Sec.}$, also niemals.]
56. Die Begegnung erfolgt nach 10 Secunden in einer Entfernung von 80 m von A.
57. Nach 15 und nach $20\frac{1}{25}$ Secunden berühren sich die Kreise von außen.
58. Nach 10 und nach $11\frac{4}{37}$ Secunden berühren sich die Kreise von innen.
59. Die Seiten sind: $a = 5 \text{ dm}$, $b = 12 \text{ dm}$, $c = 13 \text{ dm}$.
60. Nach 8 und nach $9\frac{10}{37}$ Secunden. **S. 202**
61. Nach 12 Secunden erfolgt der Zusammenstoß. Die zweite Lösung ($15\frac{69}{85} \text{ Sec.}$) entspricht der zweiten Berührung von außen, welche erfolgen würde, wenn sich die Kugeln durchdringen könnten.
62. Jeder Radfahrer legt per Minute 300 m zurück. Der Fußgänger trifft um $1^h 4\frac{7}{12}^m$, der Wagen um $1^h 3\frac{1}{3}^m$ in O ein. Der Fußgänger wird $2\frac{1}{2}$ Minuten nach 1 Uhr vom Wagen eingeholt.
63. Die Tiefe des Schachtes beträgt $\frac{c}{g} [e + ng - \sqrt{e^2 + 2gnc}]$,
 (bzw. 256.42) Meter.
64. Die quadratischen Baugründe haben 40 m , bzw. 52 m Seitenlänge **S. 203** und kosten 3.5 K per 1 m^2 .

- S. 203** 65. Die Würfelseiten betragen 70 cm, bzw. 67 cm; (14 cm, bzw. 12,5 cm).
 66. Dem Fasse wurden zuerst 20 l (10 l) entnommen.
 67. Anfänglich waren 75 l Wein und 25 l Wasser vorhanden.
 68. Es wurden zuerst 80 g der einen und 20 g der anderen Legierung verschmolzen.
 69. In dem Messing waren ursprünglich 9 kg Kupfer und 3 kg Zink enthalten.
- S. 204** 70. Zur Füllung braucht A allein die Zeit $t_a = \frac{1}{2}(2t - n + \sqrt{4t^2 + n^2})$ Stunden.
 Zur Füllung braucht B allein die Zeit $t_b = \frac{1}{2}(2t + n + \sqrt{4t^2 + n^2})$ Stunden.
- α) $t_a = 3^h$ β) $t_a = 14^h$ γ) $t_a = 20^h$
 $t_b = 2^h$ $t_b = 10^h$ $t_b = 15^h$
71. A legte 12000 K, B 15000 K ein oder:
 A legte 5250 K, B 8250 K ein.
 72. Der erste Wechsel lautet auf 4200 K und wird nach 5 Monaten, der zweite, auf 3300 K lautend, wird nach 7 Monaten fällig.
 73. Die Würfelseite ist gleich 5 cm oder gleich 2 cm.
 74. Die Grundlinie ist 6 m, der Schenkel 5 m, die Höhe 4 m lang.

S. 205**1. Übung.**

1. $x = \pm 5$ 2. $x_1 = 0$ 3. $x_1 = 11$ 4. $x_1 = 1024$ 5. $x_1 = 1$
 $x_2 = 3$ $x_2 = -6\frac{1}{3}$ $x_2 = (2 \cdot 6)^{10}$ $x_2 = -\frac{1}{2}$

2. Übung.

1. $x = \pm 7$ 2. $x_1 = 9$ 3. $x_1 = -a$ 4. $x_1 = 4\frac{1}{2}$
 $x_2 = 5$ $x_2 = 3a - b$ $x_2 = -2\frac{13}{18}$
5. $x_1 = 3$ $x_3 = -2 + \sqrt{3}$
 $x_2 = \frac{1}{3}$ $x_4 = -2 - \sqrt{3}$
6. Die Seiten sind: $a = 39$ cm, $b = 52$ cm, $c = 65$ cm.

3. Übung.

1. $x_1 = 10$ 2. $x_1 = 3$ 3. $x_1 = 7$ 4. $x_1 = 8$ 5. $x_1 = 25$
 $x_2 = -8$ $x_2 = 1\frac{9}{13}$ $x_2 = -\frac{27}{35}$ $x_2 = -1\frac{1}{7}$ $x_2 = 1$
6. Die Länge ist 13 dm, die Höhe 5 dm, die Basis 12 dm lang.

Gleichungen des zweiten Grades mit zwei oder mehreren Unbekannten. S. 206

1. $x = \pm 7$ 2. $x = \pm 2$ 3. $x = \pm 5$ 4. $x = \pm (a + b)$
 $y = \pm 5$ $y = \pm 1$ $y = \pm 3$ $y = \pm (a - 2b)$
5. $x = \pm (3\sqrt{3} + \sqrt{2})$ 6. $x = \pm 1$ 7. $x = a + b$ | $-(a - b)$
 $y = \pm (1 - \sqrt{6})$ $y = \pm 2$ $y = 2a - b$ | $-(2a + b)$
8. $x = \pm 15$ 9. $x = \pm 2a$ 10. $x = 5$ | -13
 $y = \pm 3$ $y = \pm a^2$ $y = 4$ | -2
11. $x = 9$ | 5 12. $x = 10$ | -7 13. $x = 5a \pm 3b$
 $y = 5$ | 9 $y = 7$ | -10 $y = 5a \mp 3b$
14. $x = 3\frac{1}{3}$ | 4 15. $x = 3$ 16. $x = 0$ | 6 17. $x = 4$ | 3
 $y = 2\frac{2}{5}$ | 2 $y = 2$ $y = 0$ | 8 $y = 3$ | 4
18. $x = 3\cdot 5$ | $-0\cdot 8$ 19. $x = \pm 21$ | ± 3
 $y = 0\cdot 8$ | $-3\cdot 5$ $y = \pm 3$ | ± 21
20. $x = \pm \frac{1}{2}(a + b)$ | $\pm \frac{1}{2}(a - b)$ 21. $x = 5$ | $+1$
 $y = \pm \frac{1}{2}(a - b)$ | $\pm \frac{1}{2}(a + b)$ $y = 7$ | -1
22. $x = 4$ | $+1\frac{1}{4}$ 23. $x = 5$ | $-\frac{2}{3}$ 24. $x = \pm \frac{1}{2}(a + b)$
 $y = 3$ | $-2\frac{1}{2}$ $y = 3$ | $+\frac{1}{5}$ $y = \pm \frac{1}{2}(a - b)$
25. $x = \pm (a + \frac{1}{2})$ 26. $x = 4$ | $2(-1 \mp i\sqrt{3})$ 27. $x = 7$ | 0
 $y = \pm (a - \frac{1}{2})$ $y = 5$ | $\frac{5}{2}(-1 \mp i\sqrt{3})$ $y = 3$ | 0
28. $x = 8$ | 0 29. $x = \frac{1}{2}(a + b)$ | 0 30. $x = a$ | 0 S. 207
 $y = 3$ | 0 $y = \frac{1}{2}(a - b)$ | 0 $y = b$ | 0
31. $x = 1$ | $\frac{1}{2}$ 32. $x = \frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{3}$ 33. $x = +\frac{11}{6}$ | $\frac{1}{5}$
 $y = \frac{1}{2}$ | 1 $y = \frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{2}$ $y = -\frac{7}{15}$ | $\frac{1}{2}$
34. $x = 1\frac{1}{2}$ | $+\frac{10}{39}$ 35. $x = 7$ | -5
 $y = \frac{2}{3}$ | $-\frac{15}{26}$ $y = 5$ | -7
36. $x = \frac{1}{2}(a - b \pm \sqrt{2(a + b) - (a - b)^2})$ 37. $x = 13$ | 11
 $y = \frac{1}{2}(a - b \mp \sqrt{2(a + b) - (a - b)^2})$ $y = 11$ | 13
38. $x = 7$ | -4 39. $x = 5$ | -2 40. $x = +8$ | -5
 $y = 4$ | -7 $y = 2$ | -5 $y = -5$ | $+8$
41. $x = +\frac{n}{2} \pm \sqrt{\frac{4m^3 - n^3}{12n}}$ 42. $x = +5$ | -3 43. $x = 6$ | 0^*
 $y = -\frac{n}{2} \pm \sqrt{\frac{4m^3 - n^3}{12n}}$ $y = -3$ | $+5$ $y = 9$ | 0

*) Die imaginären Wurzeln sind unterdrückt.

$$S. 207 \quad 44. \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} 0 * \\ 0 \end{array} \right| \quad 45. \quad x = \frac{p-n}{m} \sqrt[3]{\frac{m(c-a)}{b(p-n)}} \quad 46. \quad x = 11 \sqrt[3]{1} \\ y = \frac{c-a}{b} \sqrt[3]{\frac{b(p-n)}{m(c-a)}} \quad y = 7 \sqrt[3]{1}$$

$$47. \quad x = 19 \sqrt[3]{1} \quad 48. \quad x = \pm 5 \left| \begin{array}{l} \pm 3i \\ \mp 5i \end{array} \right| \quad 49. \quad x = \pm 4 \\ y = 11 \sqrt[3]{1} \quad y = \pm 3 \quad y = \pm 1$$

$$50. \quad x = \pm \frac{b}{2} (\sqrt{a^2 + 2} \pm \sqrt{a^2 - 2}) \quad 51. \quad x = 4 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 4 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right| \\ y = \pm \frac{b}{2} (\sqrt{a^2 + 2} \mp \sqrt{a^2 - 2}) \quad y = 2 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 4 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right|$$

$$52. \quad x = -3 \left| \begin{array}{l} -1 \\ -3 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right| \quad 53. \quad x = \pm (a + 2) \\ y = -1 \left| \begin{array}{l} -1 \\ -3 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right| \quad y = \pm (a + 1)$$

$$S. 208 \quad 54. \quad x = \frac{3a^2 - b^2 \pm \sqrt{a^4 - 6a^2b^2 + b^4}}{4b} \quad 55. \quad x = 7 \left| \begin{array}{l} 0 \\ 5 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right| \\ y = \frac{a^2 + b^2 \mp \sqrt{a^4 - 6a^2b^2 + b^4}}{4b} \quad y = 5 \left| \begin{array}{l} 0 \\ 5 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right|$$

$$56. \quad x = 5 \left| \begin{array}{l} 3 \\ 3 \end{array} \right| \quad 57. \quad x = a + b \left| \begin{array}{l} - (a - b) \\ - (a + b) \end{array} \right| \\ y = 3 \left| \begin{array}{l} 3 \\ 5 \end{array} \right| \quad y = a - b \left| \begin{array}{l} - (a - b) \\ - (a + b) \end{array} \right|$$

$$58. \quad x = 9 \left| \begin{array}{l} 5 \\ 5 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \frac{1}{14} (-53 \pm \sqrt{7579}) \\ \frac{1}{14} (-53 \mp \sqrt{7579}) \end{array} \right| \\ y = 5 \left| \begin{array}{l} 5 \\ 9 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \frac{1}{14} (-53 \pm \sqrt{7579}) \\ \frac{1}{14} (-53 \mp \sqrt{7579}) \end{array} \right|$$

$$59. \quad x = 6 \left| \begin{array}{l} -5 \\ -5 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \frac{1}{2} (-61 \pm i \sqrt{3599}) \\ \frac{1}{2} (+61 \pm i \sqrt{3599}) \end{array} \right| \\ y = 5 \left| \begin{array}{l} -5 \\ -6 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \frac{1}{2} (-61 \pm i \sqrt{3599}) \\ \frac{1}{2} (+61 \pm i \sqrt{3599}) \end{array} \right|$$

$$60. \quad x = 11 \left| \begin{array}{l} 7 \\ 7 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \frac{1}{2} (-19 \pm i \sqrt{95}) \\ \frac{1}{2} (-19 \mp i \sqrt{95}) \end{array} \right| \quad 61. \quad x = 5 \left| \begin{array}{l} -9 \\ -5 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \frac{1}{2} (+7 \pm \sqrt{185}) \\ \frac{1}{2} (-7 \pm \sqrt{185}) \end{array} \right| \\ y = 7 \left| \begin{array}{l} 7 \\ 11 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \frac{1}{2} (-19 \pm i \sqrt{95}) \\ \frac{1}{2} (-19 \mp i \sqrt{95}) \end{array} \right| \quad y = 9 \left| \begin{array}{l} -9 \\ -5 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \frac{1}{2} (+7 \pm \sqrt{185}) \\ \frac{1}{2} (-7 \pm \sqrt{185}) \end{array} \right|$$

$$62. \quad x = 3 \left| \begin{array}{l} -1 \\ -3 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right| \quad 63. \quad x = a + 1 \left| \begin{array}{l} a - 1 \\ a + 1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right| \\ y = 1 \left| \begin{array}{l} -1 \\ -3 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right| \quad y = a - 1 \left| \begin{array}{l} a - 1 \\ a + 1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right|$$

$$64. \quad x = \pm 5 \left| \begin{array}{l} \pm \frac{13}{7} \sqrt{7} \\ \pm \frac{11}{7} \sqrt{7} \end{array} \right| \quad 65. \quad x = \pm 3 \left| \begin{array}{l} \pm \frac{71}{69} \sqrt{69} \\ \pm \frac{8}{69} \sqrt{69} \end{array} \right| \\ y = \pm 4 \left| \begin{array}{l} \pm \frac{13}{7} \sqrt{7} \\ \pm \frac{11}{7} \sqrt{7} \end{array} \right| \quad y = \pm 4 \left| \begin{array}{l} \pm \frac{71}{69} \sqrt{69} \\ \pm \frac{8}{69} \sqrt{69} \end{array} \right|$$

$$66. \quad x = 5 \left| \begin{array}{l} 4 \\ 4 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \frac{1}{2} (-11 \pm \sqrt{41}) \\ \frac{1}{2} (-11 \mp \sqrt{41}) \end{array} \right| \\ y = 4 \left| \begin{array}{l} 4 \\ 5 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \frac{1}{2} (-11 \pm \sqrt{41}) \\ \frac{1}{2} (-11 \mp \sqrt{41}) \end{array} \right|$$

$$67. \quad x = +a + 1 \left| \begin{array}{l} +a - 1 \\ -a - 1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \pm \sqrt{\frac{a^2 + 3}{3}} \\ \pm \sqrt{\frac{a^2 + 3}{3}} \end{array} \right| \\ y = -a + 1 \left| \begin{array}{l} +a - 1 \\ -a - 1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \pm \sqrt{\frac{a^2 + 3}{3}} \\ \pm \sqrt{\frac{a^2 + 3}{3}} \end{array} \right|$$

*) Die imaginären Wurzeln sind unterdrückt.

S. 208

$$68. \begin{array}{l} x = n + 5 \\ y = n - 5 \end{array} \left| \begin{array}{l} - \frac{n + 25}{5} \\ + \frac{11n + 25}{5} \end{array} \right| \begin{array}{l} \pm \sqrt{\frac{n^2 + 30n + 25}{5}} \\ \mp \sqrt{\frac{n^2 + 30n + 25}{5}} \end{array}$$

$$69. \begin{array}{l} x = +9 \\ y = -5 \end{array} \left| \begin{array}{l} -5 \left| \frac{1}{2} (1 \pm \sqrt{805}) \right. \\ +9 \left| \frac{1}{2} (1 \mp \sqrt{805}) \right. \end{array} \right| \quad 70. \begin{array}{l} x = 7 \\ y = 3 \end{array} \left| \begin{array}{l} -3 \left| \frac{+81 \pm \sqrt{1605}}{18} \right. \\ -7 \left| \frac{-81 \pm \sqrt{1605}}{18} \right. \end{array} \right|$$

$$71. \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2^* \\ 3 \end{array} \right| \quad 72. \begin{array}{l} x = a + 1 \\ y = a - 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} -a + 1^* \\ -a - 1 \end{array} \right|$$

$$73. \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 7 \end{array} \left| \begin{array}{l} 7 \left| \frac{6 \pm \sqrt{66}}{5} \right. \\ 5 \left| \frac{6 \mp \sqrt{66}}{5} \right. \end{array} \right| \quad 74. \begin{array}{l} x = \pm 9 \\ y = \pm 4 \end{array} \left| \begin{array}{l} \pm 4 \left| \frac{\pm \frac{1}{2} (\sqrt{17} \pm \sqrt{177})}{\pm 9} \right. \\ \pm 9 \left| \frac{\pm \frac{1}{2} (\sqrt{17} \mp \sqrt{177})}{\pm 9} \right. \end{array} \right|$$

$$75. \begin{array}{l} x = +7 \\ y = -3 \end{array} \left| \begin{array}{l} -3 \left| \frac{2 \pm i}{+7} \right. \\ +7 \left| \frac{2 \mp i}{2 \mp i} \right. \end{array} \right| \quad 76. \begin{array}{l} x = \pm 3 \\ y = \pm 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} \pm 2 \left| \frac{\pm \frac{1}{2} (3\sqrt{3} \pm i)}{\pm 3} \right. \\ \pm 3 \left| \frac{\pm \frac{1}{2} (3\sqrt{3} \mp i)}{\pm 3} \right. \end{array} \right|$$

S. 209

$$77. \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} 1 \left| \frac{3 \pm i\sqrt{94}}{5} \right. \\ 5 \left| \frac{3 \mp i\sqrt{94}}{3 \mp i\sqrt{94}} \right. \end{array} \right| \quad 78. \begin{array}{l} x = +3 \\ y = -1 \end{array} \left| \begin{array}{l} -1 \left| \frac{1 \pm i\sqrt{10}}{+3} \right. \\ +3 \left| \frac{1 \mp i\sqrt{10}}{1 \mp i\sqrt{10}} \right. \end{array} \right|$$

$$79. \begin{array}{l} x = 3\sqrt{a} \\ y = 2\sqrt{a} \end{array} \left| \begin{array}{l} -2\sqrt{a} \left| \frac{1}{2} (+1 \pm i\sqrt{31}) \sqrt{a} \right. \\ -3\sqrt{a} \left| \frac{1}{2} (-1 \pm i\sqrt{31}) \sqrt{a} \right. \end{array} \right| \quad 80. \begin{array}{l} x = 25 \\ y = 9 \end{array} \left| \begin{array}{l} 9 \\ 25 \end{array} \right|$$

$$81. \begin{array}{l} x = 279841 \\ y = 10000 \end{array} \left| \begin{array}{l} \left(\frac{\pm i\sqrt{2103} + 13}{2} \right)^4 \\ \left(\frac{\pm i\sqrt{2103} - 13}{2} \right)^4 \end{array} \right| \quad 82. \begin{array}{l} x = 7 \\ y = 5 \end{array} \left| \begin{array}{l} 5 \left| \frac{6 \pm i\sqrt{73}}{7} \right. \\ 7 \left| \frac{6 \mp i\sqrt{73}}{6 \mp i\sqrt{73}} \right. \end{array} \right|$$

$$83. \begin{array}{l} x = 11 \\ y = 5 \end{array} \left| \begin{array}{l} -5 \left| \frac{+3 \pm i\sqrt{82}}{-11} \right. \\ -11 \left| \frac{-3 \pm i\sqrt{82}}{-3 \pm i\sqrt{82}} \right. \end{array} \right| \quad 84. \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \\ 5 \end{array} \right| \quad 85. \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} -1 \\ -3 \end{array} \right|$$

$$86. \begin{array}{l} x = \sqrt[6]{\frac{m \pm \sqrt{m^2 - 4abc^6}}{2a}} \\ y = \sqrt[6]{\frac{m \mp \sqrt{m^2 - 4abc^6}}{2b}} \end{array} \quad 87. \begin{array}{l} x = \sqrt[n]{a \pm \sqrt{a^2 - b^n}} \\ y = \sqrt[n]{a \mp \sqrt{a^2 - b^n}} \end{array}$$

$$88. \begin{array}{l} x = \pm 7 \\ y = \pm 5 \\ z = \pm 4 \end{array} \quad 89. \begin{array}{l} x = \pm (a + 1) \\ y = \pm (a - 1) \\ z = \pm (a + 2) \end{array} \quad 90. \begin{array}{l} x = \pm 3 \\ y = \pm 2 \\ z = \pm 1 \end{array}$$

*) Die imaginären Wurzeln sind unterdrückt.

$$S. 209 \quad 91. \quad x = \frac{1}{2} (+ a + b \pm \sqrt{(a-b)^2 + p^2}) \quad 92. \quad x = -b \pm \sqrt{2ab}$$

$$y = \frac{1}{2} (-a + b \pm \sqrt{(a-b)^2 + p^2}) \quad y = a + b \mp \sqrt{2ab}$$

$$z = \frac{1}{2} (+ a - b \pm \sqrt{(a-b)^2 + p^2}) \quad z = -a \pm \sqrt{2ab}$$

$$93. \quad x = \pm 1^{\frac{1}{2}}$$

$$y = \pm 1^{\frac{1}{2}}$$

$$z = \pm 5^{\frac{1}{2}}$$

$$94. \quad x = \pm \sqrt{\frac{(s-a)^3}{(s-b)(s-c)}}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{(s-b)^3}{(s-a)(s-c)}}$$

$$z = \pm \sqrt{\frac{(s-c)^3}{(s-a)(s-b)}}$$

$$S. 210 \quad 95. \quad x = \pm n \sqrt{ab}$$

$$y = \pm n \sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$z = \pm n \sqrt{\frac{1}{ab}}$$

$$96. \quad x = \pm 3 \begin{vmatrix} \mp 3i \\ \mp 5i \\ \mp 7i \end{vmatrix}$$

$$y = \pm 5$$

$$z = \pm 7$$

$$97. \quad x = 5 \begin{vmatrix} -11 \\ -6 \\ -17 \end{vmatrix}$$

$$y = 8$$

$$z = 7$$

$$98. \quad x = a \pm b$$

$$y = b \pm c$$

$$z = c \pm a$$

$$99. \quad x = 4 \begin{vmatrix} -6 \\ -5 \\ -4 \end{vmatrix}$$

$$y = 3$$

$$z = 2$$

$$100. \quad x = 7 \begin{vmatrix} -9 \\ -8 \\ -7 \end{vmatrix}$$

$$y = 6$$

$$z = 5$$

$$101. \quad x = 1 \pm 5\sqrt{3}$$

$$y = 1 \pm 4\sqrt{3}$$

$$z = 1 \pm 2\sqrt{3}$$

$$102. \quad x = \pm 11$$

$$y = \pm 7$$

$$z = \pm 3$$

$$103. \quad x = \pm 5$$

$$y = \pm 3$$

$$z = \pm 1$$

$$104. \quad x = a + 1 \begin{vmatrix} -a-1 \\ +a-1 \\ -a+2 \end{vmatrix}$$

$$y = 1 - a$$

$$z = a - 2$$

$$105. \quad x = 3 \begin{vmatrix} +0.5 \\ -10 \\ -0.5 \end{vmatrix}$$

$$y = 5$$

$$z = 7$$

$$106. \quad x = \pm (a + 1)$$

$$y = \pm (a - 1)$$

$$z = \pm (a + 3)$$

$$107. \quad x = \pm 13$$

$$y = \pm 11$$

$$z = \pm 9$$

$$108. \quad x = \pm (a + 2)$$

$$y = \pm (a - 2)$$

$$z = \pm (a + 3)$$

$$109. \quad x = \pm 8$$

$$y = \pm 7$$

$$z = \pm 6$$

$$110. \quad x = \pm \sqrt{\frac{s-a}{(s-b)(s-c)}} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{s-b}{(s-a)(s-c)}} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$z = \pm \sqrt{\frac{s-c}{(s-a)(s-b)}} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$s = \frac{1}{2} (a + b + c)$$

$$111. x = \pm \sqrt{\frac{s(-a+b+c)}{2bc}}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{s(+a-b+c)}{2ac}}$$

$$z = \pm \sqrt{\frac{s(+a+b-c)}{2ab}}$$

$$112. x = \frac{a(b \pm i\sqrt{4ab+3b^2})}{2(a+b)} \quad S. 210$$

$$y = \frac{a(b \mp i\sqrt{4ab+3b^2})}{2(a+b)}$$

$$z = \frac{a^2}{a+b}$$

$$113. x = 35\sqrt[3]{1}$$

$$y = 20\sqrt[3]{1}$$

$$z = 9\sqrt[3]{1}$$

$$114. x = -25\sqrt[3]{1}$$

$$y = -39\sqrt[3]{1}$$

$$z = -10\sqrt[3]{1}$$

$$115. x = a \cdot W$$

$$y = b \cdot W$$

$$z = c \cdot W$$

S. 211

$$W = \sqrt[3]{\frac{1}{a+b+c}}$$

$$116. x = \pm \sqrt{a^2 + d^2 - b^2}$$

$$y = \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$$

$$z = \pm \sqrt{b^2 + c^2 - d^2}$$

$$u = \pm \sqrt{c^2 + d^2 - a^2}$$

$$117. x = 11 \quad | \quad -8$$

$$y = 10 \quad | \quad -9$$

$$z = 9 \quad | \quad -10$$

$$u = 8 \quad | \quad -11$$

$$118. x = \pm \sqrt{\frac{ac}{b}}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{ab}{c}}$$

$$z = \pm \sqrt{\frac{bc}{a}}$$

$$u = 2s \mp \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \sqrt{abc}$$

$$119. x = 5\sqrt[3]{1}$$

$$y = 7\sqrt[3]{1}$$

$$z = 3\sqrt[3]{1}$$

$$u = \sqrt[3]{1}$$

$$120. x = 10 \quad \left| \begin{array}{l} 1 + 9\sqrt[3]{1} \\ 2 + 7\sqrt[3]{1} \\ 3 + 5\sqrt[3]{1} \\ 4 + 3\sqrt[3]{1} \end{array} \right.$$

$$y = 9$$

$$z = 8$$

$$u = 7$$

$$121. x = a + n\sqrt[3]{1}$$

$$y = b + n\sqrt[3]{1}$$

$$z = c + n\sqrt[3]{1}$$

$$u = d + n\sqrt[3]{1}$$

$$122. x = 5 \quad \left| \begin{array}{cccc} 0 & 4 & 3 & \frac{1}{2}(-6 \mp i\sqrt{263} \pm \sqrt{805 \mp 12i\sqrt{263}}) \\ y = 0 & 5 & 3 & \frac{1}{2}(-6 \mp i\sqrt{263} \mp \sqrt{805 \mp 12i\sqrt{263}}) \\ z = 1 & 1 & -1 & \pm i\sqrt{263} \\ u = 5 & 5 & 5 & 5 \quad 17 \end{array} \right.$$

S. 211	123.	$x = 13$	13	11	11	17	1
		$y = 11$	11	13	13	1	17
		$u = 10$	8	10	8	$12 \pm i\sqrt{62}$	$12 \pm i\sqrt{62}$
		$v = 8$	10	8	10	$12 \mp i\sqrt{62}$	$12 \mp i\sqrt{62}$

S. 212 Anwendung der quadratischen Gleichungen mit zwei und mehreren Unbekannten.

1. 7 und 5; $[2a - 3$ und $a + 1]$.
 2. 11 und 7; -7 und -11 ; $[3n - 1$ und $2n - 3$; $-2n + 3$ und $-3n + 1]$.
 3. 40 und 35. 4. $\alpha)$ 9 und 8; $\beta)$ 18 und 4; -4 und -18 .
 5. Das Rechteck ist 5 m lang und 4 m breit.
 6. Die Seiten sind: $a = 12$ cm, $b = 5$ cm, $c = 13$ cm.
 7. 15 und 5. 8. Die Katheten sind: $a = 28$ cm, $b = 21$ cm.
 9. 7 und 5; -7 und -5 . 10. 17 und 12; -17 und -12 .
 11. 3 und 2; -1 und -2 . 12. 7 und 5; $-5\frac{1}{2}$ und $-7\frac{1}{2}$.
 13. 11 und 9; $-8\frac{1}{2}$ und $-10\frac{1}{2}$. 14. 6 und 2; -5 und $+2$.
- S. 213**
15. Die Katheten sind: $a = 12$ cm, $b = 5$ cm.
 16. ± 171 und ± 57 ; $(\pm 27$ und $\pm 15)$; $\left[\pm \sqrt{ab}$ und $\pm \sqrt{\frac{a}{b}} \right]$.
 17. 100 Schritte à 75 cm oder 125 Schritte à 60 cm.
 18. $\alpha)$ 24, $\beta)$ 36. 19. Er hatte 40 m à 10 K gekauft.
 20. Die eine Schiene ist 5 m lang und kostet per Meter 7.92 K; die zweite ist 6.2 m lang und kostet per Meter 8.60 K. (Die zweite Lösung entspricht nicht den geltenden Preisen.)
 21. Die erste Röhre von 3 m Länge wiegt per Meter 14.8 kg; die zweite Röhre von 3.4 m Länge wiegt per Meter 20.5 kg. — (Zweite Lösung: Die erste Röhre ist $1\frac{11}{285}$ m, die zweite $1\frac{25}{57}$ m lang; ihre Gewichte per lfd. m sind: $42\frac{3}{4}$ kg, bzw. $48\frac{9}{20}$ kg.)
 22. Die Seiten des Rechteckes sind:

a) $l = 12$ cm	b) $l = 35$ cm	c) $l = 12$ m	d) $l = 15$ m	e) $l = 35$ m,
$b = 9$ cm	$b = 12$ cm	$b = 5$ m	$b = 8$ m	$b = 12$ m.
- S. 214**
23. Das erste Rechteck ist 25 m lang und 12 m breit.
 24. Die Grundlinie ist 6 dm, der Schenkel 5 dm lang.

25. $r_1 = 2 \text{ m}$ $l_1 = 2 \text{ m}$ $\sphericalangle \alpha_1 = 57^\circ 17\frac{3}{4}'$; S. 214
 $r_2 = 1 \text{ m}$ $l_2 = 4 \text{ m}$ $\sphericalangle \alpha_2 = 229^\circ 11'$
26. 72 cm und 54 cm. 27. 68 cm und 51 cm.
28. Die Seiten sind: $a = 5 \text{ m}$, $b = 12 \text{ m}$, $c = 13 \text{ m}$.
29. Die Katheten sind ursprünglich 16 cm und 12 cm (8 cm und 15 cm) lang.
30. Anfänglich war: $SA = 6 \text{ m}$, $SB = 2.5 \text{ m}$; $SA = 6\frac{8}{17} \text{ m}$, $SB = \frac{21}{34} \text{ m}$.
31. Das Vorderrad hat 2 m, das Hinterrad 3.5 m Umfang. S. 215
32. 11 cm und 8 cm. 33. 7.5 cm und 4.5 cm; [25 cm und 20 cm].
34. $a = 27 \text{ cm}$, $b = 17 \text{ cm}$.
35. Die Sehne mißt 8 cm, der Durchmesser 11 cm.
36. Die Dichte des Silbers ist 10.4, jene des Kupfers 8.8.
37. $\frac{s + \sigma}{2} + W$ und $\frac{s - \sigma}{2} + W$; $W = \sqrt{\frac{a(s - \sigma)^2 + b(s + \sigma)^2}{4(a + b)}}$
38. Der Fußgänger legt per Stunde 4 km, der Wagen 9 km zurück.
Das Zusammentreffen erfolgt 6 Stunden nach Abgang des Fußgängers.
39. Der Radfahrer legt auf dem Wege AB $\frac{1}{3} \text{ km}$, auf dem Wege BC $\frac{1}{4} \text{ km}$, der Fußgänger $\frac{1}{10} \text{ km}$ in jeder Minute zurück. S. 216
40. A legte 11000 K, B 9000 K ein.
41. Das eine Capital betrug 6000 K und trug $4\frac{1}{2}\%$, das andere betrug 5500 K und trug 4% Zinsen.
42. Zur Füllung braucht A 72, B 90, C 120, D 120 Minuten.
Zweite Lösung: A braucht 180, B $51\frac{3}{7}$, C 228, D $81\frac{3}{7}$ „
43. Es sind 5 Röhren vorhanden, deren jede per Minute 30 Liter liefert. Der Bottich faßt 3000 Liter.
44. $8 : 10 = 4 : 5$ oder $5 : 4 = 10 : 8$. S. 217
45. $9 : 6 = 3 : 2$ oder $2 : 3 = 6 : 9$.
46. 248. 47. 236. 48. $a = 42 \text{ cm}$, $b = 28 \text{ cm}$; $\alpha = 35 \text{ cm}$, $\beta = 21 \text{ cm}$.
49. Die Seiten sind: $a = 12 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 13 \text{ cm}$;
[$a = 12 \text{ cm}$, $b = 9 \text{ cm}$, $c = 15 \text{ cm}$].
50. Die Seiten sind: $a = 20 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$, $c = 25 \text{ cm}$;
die Höhe $h = 12 \text{ cm}$.
51. Die Seiten sind: $a = 48 \text{ cm}$, $b = 36 \text{ cm}$, $c = 60 \text{ cm}$.
52. Die Zahlen sind: $\pm \frac{12}{5}$, $\pm \frac{35}{6}$ und $\pm \frac{10}{7}$. S. 218

- S. 218** 53. $a = \sqrt{\frac{f_2 f_3}{f_1}}$, $b = \sqrt{\frac{f_1 f_3}{f_2}}$, $c = \sqrt{\frac{f_1 f_2}{f_3}}$; $V = \sqrt{f_1 f_2 f_3}$.
54. $a = 55 \text{ cm}$, $b = 45 \text{ cm}$, $c = 75 \text{ cm}$; $V = 185625 \text{ cm}^3$.
55. Die Halbmesser sind: $\alpha) r_1 = \frac{ab}{2c}$ $r_2 = \frac{ac}{2b}$ $r_3 = \frac{bc}{2a}$
 $\beta) r_1 = 40 \text{ mm}$, $r_2 = 22.5 \text{ mm}$, $r_3 = 14.4 \text{ mm}$.
56. Die Zahlen sind: 38, 27, 15 und 30
 oder: $21\frac{2}{3}$, $43\frac{1}{3}$, $26\frac{4}{13}$ und $18\frac{9}{13}$.
57. Die Abstände der Parallelen von der Länge und der Breite des Rechtecks betragen 11 cm, bzw. 17 cm oder $7\frac{5}{9} \text{ cm}$, bzw. $24\frac{3}{4} \text{ cm}$.
58. $h_a = 728 \text{ mm}$, $h_b = 840 \text{ mm}$, $h_c = 780 \text{ mm}$; $F = 354900 \text{ mm}^2$,
 $a = 975 \text{ mm}$, $b = 845 \text{ mm}$, $c = 910 \text{ mm}$.
59. Die Seiten sind: $a = 6 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 4 \text{ cm}$, $d = 3 \text{ cm}$.
- S. 219** 60. Das Parallelepipед ist 4 dm lang, 3 dm breit und 12 dm hoch.
61. In den drei Gruppen, welche bzw. 8, 6 und 12 Arbeiter umfaßten, wurden täglich durch einen Arbeiter bzw. 5 m^2 , 4 m^2 und 3 m^2 hergestellt. Jede der drei Straßenflächen betrug 360 m^2 .
62. Zur Füllung braucht:
- | | | | | |
|------------------------------|-------------------------|---------------------------|-------------------------|----------|
| A 24, | B 40, | C 120, | D 120 | Minuten. |
| oder A $18\frac{4}{7}$, | B 78, | C $67\frac{32}{49}$, | D $530\frac{2}{5}$ | " |
| (A 462, | B 616, | C 2310, | D 1848 | Minuten) |
| (oder A $344\frac{24}{25}$, | B $1124\frac{20}{25}$, | C $1200\frac{288}{625}$, | D $7091\frac{301}{529}$ | " |
63. In jeder Minute liefert A 8 hl, B 4 hl, C 4 hl und D 5 hl.
64. $AB = 28750 \text{ m}$. Der Fußgänger legt 80 m, der Reiter 150 m in jeder Minute zurück.
- S. 220** 65. $AB = 24000 \text{ m}$. Der Fußgänger legt 80 m, der Wagen 160 m per Minute zurück. Das Zusammentreffen erfolgt um $10^h 40^m$.

1. Übung.

$$\begin{array}{cccccc}
 1. & x_1 = +7 & 2. & x_1 = 12 & 3. & x_1 = 5 & 4. & x = \pm 3 & 5. & x = 3 & \left| \begin{array}{l} -2 \\ -3 \end{array} \right. \\
 & x_2 = -1.8 & & x_2 = 4 & & x_2 = 2\frac{7}{17} & & y = \pm 2 & & y = 2 &
 \end{array}$$

2. Übung.

S. 220

$$1. \begin{array}{l} x_1 = 4 \\ x_2 = 2\frac{2}{3} \end{array} \quad 2. \begin{array}{l} x_1 = +5 \\ x_2 = -5 \end{array} \quad 3. \begin{array}{l} x = 11 \\ y = 13 \end{array} \left| \begin{array}{l} -13\cdot5 \\ -11\cdot5 \end{array} \right| \quad 4. \begin{array}{l} x = 13 \\ y = 4 \end{array} \left| \begin{array}{l} 9 \\ 8 \end{array} \right|$$

5. Die Seiten sind: $a = 5 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, $c = 13 \text{ cm}$

$$\left(\begin{array}{l} a = \frac{1}{2} (2U - d - \sqrt{2U^2 + d^2}), \\ b = \frac{1}{2} (2U + d - \sqrt{2U^2 + d^2}), \quad c = -U + \sqrt{2U^2 + d^2} \end{array} \right)$$

3. Übung.

S. 221

$$1. \begin{array}{l} x_1 = 5 \\ x_2 = 2\frac{4}{7} \end{array} \quad 2. \begin{array}{l} x_1 = 10 \\ x_2 = 6\frac{1}{9} \end{array} \quad 3. \begin{array}{l} x_1 = 7 \\ x_2 = 1 \end{array} \quad x_3 = 5 \quad x_4 = 3 \quad 4. \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} 3 \\ 2 \end{array} \right|$$

5. Das Rechteck ist 7 cm lang und 5 cm breit.

4. Übung.

$$1. \begin{array}{l} x_1 = +76 \\ x_2 = -76 \end{array} \quad 2. \begin{array}{l} x_1 = +5 \\ x_2 = -11\cdot5 \end{array} \quad 3. \begin{array}{l} x_1 = 8 \\ x_2 = 56 \end{array} \quad x_{3,4} = \frac{1}{2} (-1 \pm 3i\sqrt{3})$$

$$4. \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} -\frac{489}{173} \\ -\frac{374}{173} \end{array} \right|$$

$$5. \begin{array}{l} x = \frac{ab + p \pm \sqrt{p(2ab + p)}}{a^2} \\ y = \frac{p \pm \sqrt{p(2ab + p)}}{a} \end{array}$$

5. Übung.

$$1. \begin{array}{l} x_1 = +11 \\ x_2 = -31\frac{23}{26} \end{array} \quad 2. x = \frac{1}{2} [a + b \pm (a - b)\sqrt{5}] \quad 3. \begin{array}{l} x = 1 \\ y = 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} 6 \\ \frac{1}{3} \end{array} \right|$$

$$4. \begin{array}{l} x = \frac{-ab \pm \sqrt{r^2(a^2 + 1) - b^2}}{a^2 + 1} \\ y = \frac{b \pm a\sqrt{r^2(a^2 + 1) - b^2}}{a^2 + 1} \end{array}$$

5. Die Längen beider Rechtecke messen 24 dm, bzw. 20 dm, ihre Diagonalen 26 dm, bzw. 25 dm.

6. Übung.

S. 222

$$1. \begin{array}{l} x_1 = a - b \\ x_2 = b + c \end{array} \quad 2. \begin{array}{l} x_{1,2} = \pm 2 \\ x_3 = 0 \end{array} \quad 3. \begin{array}{l} x = \pm 39a^2 \\ y = \pm 13a \end{array} \quad 4. \begin{array}{l} x = 0 \\ y = n \end{array} \left| \begin{array}{l} -m \\ 0 \end{array} \right|$$

5. M legte in 12 Minuten, N in 15 Minuten 1 km zurück.

7. Übung.

- S. 222 1. $x_{1,2} = \pm \frac{a}{2} \sqrt{3}$ 2. $x_1 = 5$ $x_3 = 3$ 3. $x_1 = 11$
 $x_{3,4} = \pm ai \sqrt{3}$ $x_2 = \frac{1}{5}$ $x_4 = \frac{1}{3}$ $x_2 = -6\frac{1}{3}$
 4. $x = 5 \left| \begin{array}{c} + 1 \\ y = 3 \end{array} \right| - 3$ 5. $x = \pm 15$ 6. Die Zahl ist 573.
 $y = 3 \left| \begin{array}{c} + 1 \\ - 3 \end{array} \right|$ $y = \pm 16$
 $z = \pm 17$

8. Übung.

- S. 223 1. $x = \pm 1$ 2. $1\frac{1}{2}$ oder $-\frac{1}{2}$ 3. $x_1 = 9$, $x_2 = -6$,
 $x_{3,4} = \frac{1}{2}(3 \pm \sqrt{2885})$
 4. $x = 3 \left| \begin{array}{c} 1 \\ y = 1 \end{array} \right| \frac{1}{8}(-7 \pm \sqrt{133})$ 5. $x = \pm 7$
 $y = 1 \left| \begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} \right| \frac{1}{8}(-7 \mp \sqrt{133})$ $y = \pm 11$
 $z = \pm 13$

9. Übung.

1. $x_1 = +20$ 2. $x_1 = \frac{5a}{7}$ 3. $x = \pm 5$ 4. $x = \pm 5$ 5. $x = \pm 10$
 $x_2 = -8$ $x_2 = -a$ $x_3 = 3 \cdot 5$ $y = \pm 3$ $y = \pm 7$
 $z = \pm 1$ $z = \pm 4$

Zusammenhang zwischen den Wurzeln einer höheren Gleichung und dem Gleichungspolynom.

1. Die Normalform einer Gleichung n^{ten} Grades erhält man, wenn man alle Glieder derselben auf die linke Seite bringt, die gleichartigen Glieder zusammenzieht, ordnet und das höchste Glied (mit x^n) vom Coefficienten befreit. Der Ausdruck auf der linken Gleichungsseite heißt dann das Gleichungspolynom.
- 2—4. Jede Gleichung n^{ten} Grades hat n Wurzeln. Bezeichnen wir die Unbekannte mit x , die Wurzeln der Gleichung mit $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, so heißen die Binome $(x-x_1), (x-x_2), \dots, (x-x_n)$ die Wurzelfactoren der Gleichung. Das Product derselben ist identisch mit dem Gleichungspolynom.
5. a) $x^3 - 15x^2 + 71x - 105 = 0$
 b) $x^3 - 2x^2 - 43x - 40 = 0$
 c) $x^3 + x^2 - 49x - 49 = 0$
 d) $x^4 - 17x^3 + 101x^2 - 247x + 210 = 0$
 e) $x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 = 0$
 f) $x^5 - 6x^4 - 2x^3 + 36x^2 + x - 30 = 0$

6. Wird das Polynom für $a = w$ gleich 0, so ist es durch $(a - w)$ theilbar. **S. 224**

7. a)–f) Das Polynom ist durch das angegebene Binom theilbar.

g) Das Polynom ist durch das angegebene Binom nicht theilbar.

8. a) $x_2 = 3$ b) $x_2 = 7$ c) $x_2 = 10$ d) $x_2 = 5$
 $x_3 = 2$ $x_3 = 5$ $x_3 = 5$ $x_3 = -11$

e) $x_2 = -3$ f) $x_2 = 1\frac{1}{2}$ g) $x_2 = +1\frac{2}{5}$
 $x_3 = -8$ $x_3 = 1\frac{1}{3}$ $x_3 = -1\frac{2}{3}$

9. a) $x_3 = -2$ b) $x_3 = 6$ c) $x_3 = +3$ d) $x_3 = +1$
 $x_4 = -3$ $x_4 = 5$ $x_4 = -5$ $x_4 = -8$

e) $x_3 = \frac{2}{3}$ f) $x_3 = 2\frac{1}{2}$
 $x_4 = \frac{1}{2}$ $x_4 = \frac{3}{5}$

Von den Logarithmen.

S. 225

a) $\log a = 2.731$ $\log b = 5.31756$ $\log c = 1.27185$
 $\log x = 2.14053$ $\log y = 0.74313$ $\log z = 0.4$

b) 1. 2 2. 4 3. 6 4. — 2 5. — 3 6. — 1
7. 0 8. — 5 9. 0.5 10. $\frac{1}{3}$ 11. 0.25 12. $\frac{2}{3}$
13. 0.2 14. 1.25 15. — $\frac{3}{2}$ 16. — $\frac{2}{3}$

c) 1. 3.75929 2. 7085 3. 2.24576
4. 209.1 5. 1.52815 6. 44.74
7. 4.45179 8. 34820 9. 0.23805
10. 2.74 11. 0.83613 — 1 12. 0.7487
13. 0.96750 — 2 14. 0.09468 15. 0.78240 — 3
16. 0.006375 17. 3.65011 18. 5624
19. 5.30060 20. 112300 21. 0.50010
22. 3.312 23. 0.64137 — 2 24. 0.05015
25. 1.24005 26. 14.13 27. 0.31006 — 1
28. 0.2692 29. 0.51720 — 4 30. 0.0003167
31. 1.01072 32. 10.16

d) 1. 887.4 2. 638.4 3. 84.69 **S. 226**
/ 4. 4073 5. 982.6 / 6. 97.85
7. 763.7 8. 8.556 9. 0.09731
/ 10. 0.0009009 11. 99.56 12. 51.69
13. 953.6 / 14. 795.3 15. 9.743
/ 16. 57.2 17. 9.75 18. 49.53

<i>S. 226</i>	19. 9·642	20. 428	21. 479·8
	22. 0·09327	23. 0·4498	/ 24. 0·001575
	25. 31·38	26. 9·584	/ 27. 27·46
	28. 97·84	29. 0·09737	30. 0·04139
	31. 0·00716	32. 0·007602	/ 33. 9·641
	34. 65·63	35. 662·3	36. 8·431
	37. 0·861	38. 0·09213	39. 0·05947
	40. 0·7894	/ 41. 0·9513	42. 9134
	43. 0·7921	44. 6·183	/ 45. 0·006686
	46. 0·9732	/ 47. 521·2	48. 610·1
<i>S. 227</i>	49. 5 602	/ 50. 2·11	51. 3
	52. 3·594	53. 9·468	54. 0·157
	55. 0·9214	56. 2	57. 0·7665
	/ 58. 0·9941	59. 0·06057	60. 0·5
	61. 0·04414	/ 62. 0 3594	

e) Corrigieren des Logarithmus.

1. 1·50140	2. 0·469287 — 1	3. 0·25011375	4. 475
5. 100	6. 8370	/ 7. 9·709	8. 0·1246
9. 5·376	10. 9·636	11. 9·484	12. 0·9097
13. 6·534	14. 0·3785	15. 0·07215	

f) Corrigieren der Zahl (des Numerus).

1. 387·65	2. 0·173536	3. 3·17545	4. 27·576
5. 4·0647	6. 0·085737	/ 7. 9·7425	8. 9·2128
9. 9·86325	10. 5·1055	11. 0·21017	12. 9·11575
13. 88·408	/ 14. 7267600	15. 9767·8	16. 0·78893
17. 8·7563	18. 0·79333	19. 8·94724	20. 886·741
(21. 2·13181	22. 21·355	/ 23. 19·2324	24. 0·0341414

S. 228 g) Corrigieren der Logarithmen und der Zahl.

1. 57·3855	2. 269·403	3. 9·09718	4. 4·35607
5. 18·1402	6. 3262·54	7. 8·21035	8. 3·06679

Logarithmierung zusammengesetzter Ausdrücke.

- h) 1. $\log x = \log a + \log b$ / 2. $\log b = \log m - \log n$
 / 3. $\log p = n \cdot \log a$ / 4. $\log w = \frac{1}{r} \cdot \log a$
 5. $\log x = \log a + \log b + \log c + \log d$

$$/ \quad 6. \log y = \log a + \log c - (\log b + \log d) \quad S. 228$$

$$7. \log z = n \log a + m \log b \quad / \quad 8. \log u = r \log m - s \log n$$

$$/ \quad 9. \log x = p (\log a - \log n)$$

$$/ \quad 10. \log y = \frac{1}{r} (\log a + \log b + \log c - \log m - \log n)$$

$$/ \quad 11. \log z = s \left[\log a + \frac{1}{r} \log b - (\log m + p \log n) \right]$$

$$/ \quad 12. \log u = \frac{1}{r} \left[\log a + m \log b + n \log c - (\log e + \frac{1}{s} \log d) \right]$$

/ i)	1. 98·71	2. 171·492	/ 3. 88·1	4. 918·8	
	5. 9·59	6. 3·046 28	7. 1·593 96	8. 0·009 793	
/	9. 37 930	10. 0·005 414	11. 0·470 211	12. 109·6475	
	13. 3·0573	/ 14. 95 290	/ 15. 0·065 72	16. 9·3008	S. 229
	17. 8268	18. 0·371 85	19. 13 000 588	/ 20. 1·1041	
/	21. 31·02	22. 3·279 05	23. 11·1676	24. 925·9	
/	25. 24·9735	/ 26. 1·119 69	/ 27. 0·321	28. 9·2145	
	29. 26·5154	30. 0·712 99	31. 1·508 21	32. 2·507 41	
/	33. 0·979 94	34. 0·985 025	/ 35. 0·991 565	36. 3·1819	
/	37. 10·2076	/ 38. 0·997 356	/ 39. 7·5926		
	40. — 2·905	41. — 453·4	42. — 0·6315		
	43. — 0·002062	44. — 14·2	45. — 0·9805		
	46. — 860·16	47. — 0·047667	/ 48. — 67·6583		
/	49. — 5·11175	/ 50. — 13·9416	/ 51. — 2·0589	S. 230	
/	52. — 57·74	/ 53. — 3·58103	54. — 0·969		
/	55. — 1·37109	56. — 0·257716	57. + 8·6182		
	58. + 22·4913	59. 3912·73	/ 60. 1·71858		
	61. 13·116	62. 39·3683	63. 1·8127		
/	64. 124·407	65. 5·77156	66. 1·75111		
	67. 1·2788	68. — 1·23612	/ 69. — 81289		
	70. 1·5262	/ 71. — 2309·1	72. — 1·61886		
/	73. 439997	74. 1·966206	/ 75. — 2·775086		

$$/ \quad j) \quad 1. \log a + \log b = \log m - \log n \quad / \quad 2. x \log a = n \log b \quad S. 231$$

$$/ \quad 3. (x + n) \log a = (x - n) \log b \quad / \quad 4. \frac{1}{x} \log a = n \log w$$

$$/ \quad 5. x \log m = \frac{1}{r} \log a \quad 6. \frac{\log a}{x-1} = \frac{\log b}{x+1}$$

S. 231 k) Die ursprünglichen Gleichungen lauten:

$$\begin{array}{lll} 1. \frac{x}{y} = a b & / & 2. x^n = \frac{a}{m} & / & 3. \sqrt[n]{x} = \sqrt[r]{a} \\ / & 4. \sqrt[s]{x} = a^n & / & 5. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \sqrt[r]{c d^2} & / & 6. x = \left(\frac{a}{n}\right)^3 \\ / & 7. y = \sqrt[m]{m^2 n^3} & / & 8. z = \left(\frac{\sqrt[5]{a b}}{c^2}\right)^3 \end{array}$$

$$/ \quad 1) \quad 1. d \quad / \quad 2. d \quad 3. n d \quad 4. \frac{d}{n}$$

$$\begin{array}{llll} m) \quad 1. 25 \cdot 9544 & 2. 5 \cdot 26169 & 3. 172 \cdot 216 & 4. 142 \cdot 703 \\ 5. 0 \cdot 01222 & 6. 5 \cdot 826 & 7. 60 \cdot 896 & 8. 2 \quad 9. 256 \quad 10. 3 \end{array}$$

S. 232

Vermischte Beispiele.

1. 0.795; 13.6; 0.8
2. $c_1 = 1434.27 \text{ m}$, $c_2 = 1436.1 \text{ m}$, $c_3 = 1434.47 \text{ m}$.
Der Mittelwert $c = 1434.95 \text{ m}$.
3. $c_1 = 330.68 \text{ m}$, $c_2 = 329.64 \text{ m}$, $c_3 = 328.23 \text{ m}$, $c_4 = 332.37 \text{ m}$.
Die Vergleichung dieser Geschwindigkeiten zeigt, daß sich der Schall in Röhren langsamer fortpflanzt als in freier Luft, u. zw. desto langsamer, je enger die Röhren sind.

$$4. \alpha) F = 840 \text{ kg} \quad \beta) F = 2530 \text{ kg} \quad \gamma) F = 3850 \text{ kg}$$

S. 233

$$5. \alpha) P = 10.396 \text{ kg} \quad \beta) P = 9.8446 \text{ kg}$$

$$\gamma) Q = 1669.7 \text{ kg} \quad \delta) Q = 1779.89 \text{ kg}$$

$$/ \quad 6. \alpha) P = 3.175 \text{ kg} \quad \beta) P = 5.65 \text{ kg}$$

$$\gamma) Q = 3146.4 \text{ kg} \quad \delta) Q = 3620.25 \text{ kg}$$

$$7. \alpha) P = 5.49475 \text{ kg} \quad \beta) P = 3.9483 \text{ kg}$$

S. 234

$$\gamma) Q = 3986.6 \text{ kg} \quad \delta) Q = 4045 \text{ kg}$$

$$8. \quad f_B = 283.23 \text{ mm} \quad f_D = 281.2 \text{ mm} \quad f_E = 279.4 \text{ mm}$$

$$f_F = 277.79 \text{ mm} \quad f_G = 274.92 \text{ mm} \quad f_H = 272.45 \text{ mm}$$

$$/ \quad 9. \alpha) b = 27.72 \text{ m} \quad \beta) b = 13.65 \text{ cm} \quad \gamma) b = 369.6 \text{ mm}$$

$$10. \alpha) F = 28785.7 \text{ mm}^2 \quad \beta) F = 151.67 \text{ cm}^2 \quad \gamma) F = 295.21 \text{ cm}^2$$

$$\rho = 71.499 \text{ mm} \quad \rho = 5.3899 \text{ cm} \quad \rho = 6.9756 \text{ cm}$$

$$r = 161.694 \text{ mm} \quad r = 10.857 \text{ cm} \quad r = 17.411 \text{ cm}$$

- S. 239** 25. $x_1 = 62.23$ 26. $x_1 = 5\,902\,000$
 $x_2 = 1.56\,314$ $x_2 = 5.902$
27. $x = 6.607 \mid 0.151\,355$ 28. $x = 7.047 \mid 0.157\,035$
 $y = 2.884 \mid 0.346\,738$ $y = 6.368 \mid 0.141\,906$

Exponentialgleichungen des ersten Grades.

- | | | |
|---|---|-------------------|
| 1. $x = 1.43068$ | 2. $x = 1.37296$ | 3. $x = 2.39234$ |
| 4. $x = 0.71534$ | 5. $x = 2.93116$ | 6. $x = 10$ |
| 7. $x = 2.717$ | 8. $x = 1.3927$ | 9. $x = 1.255$ |
| 10. $x = 9$ | 11. $x = 3.79646$ | 12. $x = 1.8928$ |
| 13. $x = 1.29203$ | 14. $x = -0.17292$ | 15. $x = 10$ |
| S. 240 16. $x = 3$ | 17. $x = 13$ | 18. $x = 3$ |
| 19. $x = 2$ | 20. $x = 5.08253$ | 21. $x = 2.18647$ |
| 22. $x = 11.964$ | 23. $x = 80.88$ | 24. $x = 19.354$ |
| 25. $x = 1$ | 26. $x = 1$ | 27. $x = 10.8072$ |
| 28. $x = 4.196$ | 29. $x = 3$ | 30. $x = 2$ |
| 31. $x = 1.84134$ | 32. $x = 1.31938$ | 33. $x = 0.50399$ |
| 34. $x = -0.38977$ | 35. und 36. $x = \frac{a b (\log a - \log b)}{a^2 \log b - b^2 \log a}$ | |
| 37. a) $3^{4.19182}$ b) $3^{3.31107}$ c) $3^{2.26186}$ d) $3^{1.46498}$ e) $3^{0.16595}$
f) $3^{0.85207-1}$ g) $3^{0.27316-2}$ | | |

Die Exponenten heißen die Logarithmen der gegebenen Zahlen in Bezug auf die Basis (+ 3).

38. a) 7.35356 b) 1.70976 c) 1.50107 d) 2.86135
39. Die Logarithmen bezüglich der Basis e heißen die natürlichen Logarithmen.
40. a) $e^{3.55535}$ b) $e^{4.69136}$ c) $e^{2.30259}$ d) $e^{4.27667}$
41. Man muß den gemeinen Logarithmus mit dem Modul $m = \frac{1}{\log e} = 2.30259$ multiplizieren, um den natürlichen Logarithmus derselben Zahl zu erhalten.
42. a) 1.33105 b) 2.11058 c) 1.60943 d) 3.61092
e) 4.06983 f) 1.14473 g) -0.64703
h) 0.57236 i) 2.23007 j) 2.64981
- S. 241** 43. a) $L = 4.42676$ b) $L = 1.51422$ c) $L = 2.6052$

Vermischte Beispiele.

S. 241

1. a) 6·2317 b) 6·2722 c) 6·2345 d) 6·2278 e) 6·1676
Mittlerer Wert von $\alpha = 6·22676$.
2. Für Alkohol ist $k = 1695$, für Äther $k = 4951$.
Für α ergeben sich folgende Werte:

Temperatur	Alkohol	Äther	Temperatur	Alkohol	Äther
0°	5·7665	3·8902	70°	6·0709	4·0584
10°	5·8783	3·9466	80°	6·0556	4·0620
20°	5·9581	3·9872	90°	6·0387	4·0630
30°	6·0144	4·0164	95°	6·0095	4·0619
40°	6·0511	4·0345	110°	5·9722	4·0721
50°	6·0695	4·0412	120°	5·9308	4·0841
60°	6·0751	4·0538	Mittelwert von α :	5·9916	4·0286

3. a) $k = 151600$ b) $\alpha = 3·77$ c) $\alpha = 3·76$ d) $\alpha = 3·75$ S. 242
Mittelwert von $\alpha = 3·76$.

Exponentialgleichungen des zweiten Grades.

1. $x_1 = 1000$ 2. $x_1 = \sqrt[3]{10}$ 3. $x_1 = 11·35$
 $x_2 = 0·001$ $x_2 = \sqrt[3]{0·1}$ $x_2 = 0·088104$
4. $x_1 = 16·6583$ 5. $x_1 = 6·8555$ 6. $x_1 = 1$
 $x_2 = 0·0600304$ $x_2 = 0·14587$ $x_2 = 10^{-7}$
7. $x_1 = 100$ 8. $x_1 = 3·251$ 9. $x_1 = 2·023$
 $x_2 = 1000$ $x_2 = 0·03076$ $x_2 = 0·76208$
10. $x_1 = 100$ 11. $x_1 = 4256$ 12. $x_1 = 7$
 $x_2 = 0·0025$ $x_2 = 0·25$ $x_2 = 5$
13. $x_1 = 459·2$ 14. $x_1 = 2$ 15. $x_1 = 30$ S. 243
 $x_2 = 5$ $x_2 = 0·01$ $x_2 = 0·0001$
16. α) Weil $x = 10^{\log x}$ ist, β) Weil $(10^{\log a})^{\log b} = (10^{\log b})^{\log a}$ ist.

1. Übung.

- a) 1) 815·1 2) 9·75 3) 57·74 4) 9·77783 5) 2·045
b) $x = 2$ c) 1385·45

2. Übung.

- a) 1) 4·34285 2) 15·3196 3) 0·952 4) 55770·6
5) 4·42258 6) 57·29 b) $x = 4·5075$ c) $L = 7·5819$

S. 243

3. Übung.

- a) 1) 0.715307 2) 8.4328 3) -1.98057 4) -1.74132
 b) $x = 14.108$
 c) $\log^2 a = 3.3124$, $\log \log a = 0.26007$

S. 244

4. Übung.

- a) 1) 1.85583 2) 6.21717 3) 2212.71 4) 8.74554
 b) 1) $S_{35} = 772.84 \text{ mm}$ 2) $S_{55} = 1507.62 \text{ mm}$
 3) $S_{75} = 2672.31 \text{ mm}$
 c) $x_1 = 4.54678$, $x_2 = 0.34858$

5. Übung.

- a) 1) 15.4807 2) 0.720206 3) 16.8869 4) -57090350
 b) 0.0000228247 c) $y = 5035$ d) $x_1 = 7.396$, $x_2 = 0.135206$

S. 245 Von den arithmetischen Reihen (Progressionen).

- Die Reihe heißt eine arithmetische, wenn jedes Glied derselben, vermindert um das nächst vorhergehende, einen constanten Rest ergibt; dieser Rest heißt die Differenz der Reihe. Das Glied an der n^{ten} Stelle wird mit a_n bezeichnet und heißt das „allgemeine Glied“. Die Summe der ersten n Glieder bezeichnet man mit S_n und heißt sie auch das summatorische Glied. Die Reihe heißt steigend oder fallend, je nachdem die Glieder immer größer oder kleiner werden (die Differenz positiv oder negativ ist).
- α) $5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32$.
 β) $3\frac{1}{2}, 6\frac{1}{4}, 9, 11\frac{3}{4}, 14\frac{1}{2}, 17\frac{1}{4}, 20, 22\frac{3}{4}, 25\frac{1}{2}, 28\frac{1}{4}$.
 γ) $55, 48, 41, 34, 27, 20, 13, 6, -1, -8$.
- α) 7 , β) 35 , γ) 126 .
- α) $a_{17} = 84$ β) $a_{25} = 274$ γ) $a_{12} = 33\frac{1}{2}$ δ) $a_{30} = 31$
 $S_{17} = 748$ $S_8 = 60$ $S_{20} = 600$ $S_{30} = 5715$
- 5050 6. α) 63.7 m β) 93.1 m γ) 122.5 m δ) 490 m
- 5925 K ; 145125 K .
- 9750 K , 600 K ; $(11025 \text{ K}, 550 \text{ K})$; $[11750 \text{ K}, 425 \text{ K}]$.

S. 246

9. α) 9.15 m β) 0.15 m γ) 240 m δ) 375 m
 10. $a_1 = 13$ 11. $a_1 = 2\frac{3}{4}$ 12. $a_1 = 198$
 $S_{10} = 355$ $S_{25} = 518\frac{3}{4}$ $S_{30} = 2895$

13. $a_1 = 37$, $a_{10} = 154$, $a_{15} = 219$, $S_{21} = 3507$. S. 246
14. Das erste Pendel macht 69, alle Pendel zusammen machen 970 Schwingungen in der Minute.
15. $d = 11$ 16. $d = 7\frac{5}{9}$ 17. $d = -5$
 $S_{10} = 675$ $S_{25} = 2733\frac{1}{3}$ $S_{30} = 3885$
18. 15 mm, 165 mm, 1425 mm. 19. 2500 K, 1462500 K.
20. $n = 10$ 21. $n = 23$ 22. $n = 75$
 $S_n = 1155$ $S_n = 1075\frac{1}{4}$ $S_n = 32925$
23. $n = 17$ 24. $30^\circ 45'$ 25. $n = 7$ S. 247
 $S_n = 2601$ ($30^\circ 54'$) $d = 5$
26. $n = 13$ 27. $n = 100$ 28. $n = 28$
 $d = 3\frac{1}{2}$ $d = -1$ $d = 16$
29. Der Zuschlag betrug 2·25 K, die Brunntiefe 15 m.
30. $d = 15$ 31. $d = 2\frac{1}{6}$ 32. $d = -3\cdot3$
 $a_{15} = 241$ $a_{16} = 39\frac{5}{6}$ $a_{36} = -15\cdot5$
33. Die Differenz ist = 17, das Endglied = 355.
34. Die Differenz ist 0·00005; die fraglichen Logarithmen sind:
 3·94077, 3·94047, 3·94017.
35. $a_1 = 9$ 36. $a_1 = 31\cdot3$ 37. $a_1 = 152$
 $d = 17$ $d = 5\frac{49}{60}$ $d = -5$
38. Der Anfangsgehalt betrug 2500 K, die Jahreszulage 125 K. S. 248
39. $a_1 = 0\cdot08 m$ 40. $a_1 = 7$ 41. $a_1 = 8\cdot7$
 $d = 0\cdot16 m$ $a_{16} = 172$ $a_{20} = 67\cdot6$
42. $a_1 = 305$ 43. $a_1 = 45$ 44. 1. Rate = 105 K
 $a_{35} = 33$ $a_{45} = 309$ 12. Rate = 39 K
45. $n = 11$ 46. $n = 22$ 47. $n = 15$
 $a_n = 62$ $a_n = 57\cdot4$ $a_n = -60$.
48. Die Gliederzahl ist 33, das letzte Glied 273. 49. 26 km
50. $n = 8$ 51. $n = 32$ 52. $n = 42$
 $a_1 = 9$ $a_1 = 8\cdot7$ $a_1 = 130$
53. Erste Lösung: $a_1 = 12$, $n = 100$. S. 249
 Zweite Lösung: $a_1 = -9$, $n = 107$.
54. Die Miete dauerte 8 Jahre; die erste Jahresmiete betrug 2100 K.

- S. 249 55. $a_1 = 10$ 56. $a_1 = -1$ 57. $a_1 = 17$ 58. $a_1 = 5$
 $d = 8$ $d = 1$ $d = 11$ $d = 2$
59. $a_1 = 8 \left| \begin{array}{l} 29\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{array} \right|$ 60. $a_1 = 25 \left| \begin{array}{l} 6\frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} \end{array} \right|$
61. $\alpha) 2 \cdot 24 \text{ m} \quad (1 \cdot 64 \text{ m}) \quad [0 \cdot 84 \text{ m}]$
 $\beta) 24 \cdot 2 \text{ m} \quad (60 \cdot 6 \text{ m}) \quad [72 \cdot 8 \text{ m}]$
 $\gamma) \text{ In der } 15. (27.) [41.] \text{ Secunde.}$
 $\delta) \text{ Nach } 8 (24) [38] \text{ Secunden.}$
62. Die Kugeln treffen nach 25 Sec., 19 m von A entfernt, zusammen.

S. 250 Von den geometrischen Reihen (Progressionen).

1. Die Reihe heißt eine geometrische, wenn jedes Glied derselben, durch das nächst vorhergehende dividiert, einen constanten Quotienten (den Quotienten der Reihe) ergibt.
 Das Glied an der n^{ten} Stelle wird mit a_n bezeichnet und heißt das „allgemeine Glied.“ Die Summe der ersten n Glieder bezeichnet man mit S_n und heißt sie auch das summatorische Glied. Die Reihe heißt steigend oder fallend, je nachdem ihre Glieder immer größer oder kleiner werden (der Quotient größer oder kleiner als 1 ist).
2. $\alpha) 3, 6, 12, 24, 48, 96$
 $\beta) 1024, 768, 576, 432, 324, 243$
 $\gamma) 531 \cdot 441, \quad - 354 \cdot 294, \quad + 236 \cdot 196, \quad - 157 \cdot 464,$
 $\quad + 104 \cdot 976, \quad - 69 \cdot 984$
3. $\alpha) 3$ $\beta) 81$ $\gamma) 729$
4. $\alpha) a_{10} = 3584$ $\beta) a_8 = 10935$ $\gamma) a_{15} = + 2$
 $S_{10} = 7161$ $S_7 = 949225$ $S_{10} = 21824$
 $\delta) a_{10} = 216513$ $S_8 = 36080$
5. $\alpha) \frac{a(q^{21} - 1)}{q - 1}$ $\beta) \frac{x(x^{25} - 1)}{x - 1}$
 $\gamma) \frac{e^{33} - 1}{e^3 - 1}$ $\delta) \frac{2048 a^{22} - 1}{2a^2 - 1}$
6. $a_1 = 5$ 7. $a_1 = 11$ 8. $a_1 = 262144$
 $S_7 = 5465$ $S_{10} = 11253$ $S_{15} = 524272$
- S. 251 9. $a_1 = \frac{1}{512}$ 10. $q = 5$ 11. $q = 2$
 $S_8 = 4681 \frac{73}{512}$ $S_8 = 781 \cdot 248$ $S_{10} = 7161$

12. $q = 11$ 13. $q = 1.03$ 14. $n = 5$ 15. $n = 7$ S. 251
 $S_7 = 1948717$ $S_n = 5467$ $S_n = 1651$

16. Der Brunnen war 6 m tief; die Ausgrabung kostete 115.29 K.

17. $a_1 = 0.2$ 18. $a_1 = 6$ 19. 2.56 cm und 19.44 cm
 $a_8 = 437.4$ $a_{10} = -3072$

20. $n = 6$ 21. $n = 15$ 22. $n = 6$ 23. $q = 4$ S. 252
 $a_n = 3888$ $a_n = 49152$ $a_n = 7168$ $n = 10$

24. $q = 5$ 25. $q = -3$ 26. $a_1 = 1$ 27. $a_1 = -5$
 $n = 5$ $n = 7$ $n = 6$ $n = 7$

28. $a_1 = 11$ 29. $q = 11$ — 12 30. $q = 23$ — 24
 $n = 10$ $a_3 = 4477$ 5328 $a_3 = 7935$ 8640

31. Erste Lösung: 29, 435, 6525. Zweite Lösung: 29, -464, +7424

32. $q = 13$ — $\frac{13}{14}$ 33. $q = -31$ — $\frac{31}{30}$
 $a_1 = 41$ 8036 $a_1 = 51$ 45900

34. Erste Lösung: 13, 169, 2197.

Zweite Lösung: +2548, -2366, +2197.

35. $q = 4$, $a_1 = \frac{3}{32}$, $a_{12} = 393216$, $S_{12} = 524287\frac{31}{32}$

36. α

β) 750 mm

γ) $S = 901.359 \text{ cm}^3$

S. 253

37. $(2^{64} - 1) = 18446744073709551615$ Heller.

38. $a_1 = \pm 5$ 39. $q = \pm 5$ 40. $q = 3$ 41. $a_1 = 11$ 88
 $q = 2$ $q = 3$ $\frac{3}{2}$

42. $q = \frac{1}{2}$ — $\frac{1}{2}$ 43. $q = 2$ — 2
 $a_1 = 1792$ 5376 $a_1 = 23$ — 69

44. $q = 3$ $a_1 = 2$; $\left[q = \frac{S}{s} \quad a_1 = \frac{s^9(S^2 - s^2)}{S^{10} - s^{10}} \right]$

45. $q = 2$ $a_1 = \frac{1}{8}$ 46. $5:15 = 45:135$ oder: $135:45 = 15:5$ S. 254

47. $a_1 = 7$ $q = 3$ oder: $a_1 = 61$ $q = \frac{1}{3}$

Unendliche fallende geometrische Reihen.

1. 2 2. $1\frac{2}{3}$ 3. $\frac{3a}{2}$ 4. $n(n+1)$ 5. $\frac{x+a}{2a}$ 6. $4\frac{1}{6}$

7. $\frac{1}{1 - \sin \alpha}$ 8. $\frac{1}{2} \sec^2 \frac{\alpha}{2}$ 9. $\frac{1}{2}(3 + \sqrt{3})$ 10. $M = 5\frac{7}{9}$

11. $N = 1\frac{37}{999}$ 12. $\frac{5}{9}$ 13. $3\frac{1}{9}$ 14. $\frac{5}{11}$ 15. $2\frac{7}{11}$ 16. $\frac{7}{37}$

17. $3\frac{7}{27}$ 18. $\frac{2}{27}$ 19. $5\frac{2}{999}$ 20. $4\frac{32}{55}$ 21. $8\frac{28}{225}$

S. 255

Vermischte Beispiele.

1. $\alpha) \frac{a}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \quad \beta) a \cotg \frac{\alpha}{2}$

2. $\alpha) \frac{a-b}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \quad \beta) (a+b) \cotg \frac{\alpha}{2} \quad \gamma) \frac{(a^2 - b^2) \cotg \alpha}{2}$

3. $\frac{s(1 + \cos \alpha + \cos \alpha \cos \beta)}{1 - \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma} \quad 4. \frac{s[1 + \cos \beta + \cos^2 \beta (1 + \cos \alpha)]}{1 - \cos^2 \alpha \cos^2 \beta}$

5. $\Sigma U = \pi r (1 + \operatorname{cosec} \beta) \quad \Sigma F = \frac{\pi r^2 (1 + \sin \beta)^2}{4 \sin \beta}$

S. 256 6. $\Sigma O = \frac{\pi r^2 (1 + \sin \beta)^2}{\sin \beta} \quad \Sigma V = \frac{2 \pi r^3 (1 + \sin \beta)^3}{3 \sin \beta (3 + \sin^2 \beta)}$

7. $\Sigma U = \frac{3s(\sqrt{3} + \operatorname{tg} \alpha)}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad \Sigma F = \frac{s^2(\sqrt{3} + \operatorname{tg} \alpha)^2}{16 \operatorname{tg} \alpha}$

8. $\Sigma U = 2a(\cotg \beta + 1) \quad \Sigma F = \frac{a^2(\cos \beta + \sin \beta)^2}{\sin \alpha}$

9. $\alpha) \Sigma U = 2\pi r(2 + \sqrt{2}) \quad \beta) \Sigma U = 8r(1 + \sqrt{2})$
 $\Sigma F = 2\pi r^2 \quad \Sigma F = 4r^2$

S. 257

Das Einschalten von Gliedern (Interpolieren).

1. 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, **28**, 31, 34,
2. 5, 5·9, 6·8, 7·7, **8·6**, 9·5, 10·4,
3. 7, 9·5, 12, 14·5, 17, 19·5, 22, 24·5, 27, 29·5, **32**, 34·5,
4. 1, 2·6, 4·2, 5·8, 7·4, **9**, 10·6, 12·2,
5. 4·34441, 4·34443, 4·34445 u. f. f.
6. 0·274502, 0·274814, 0·275126 u. f. f.
7. 5, 10, 20, **40**, 80, 160, **320**, 460
8. 3, 30, 300, 3000, **30 000**, 300 000,
9. 1, $\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, 9, $9\sqrt{3}$, **27**, $27\sqrt{3}$, 81,

1. Übung.

1. $\alpha) a_{25} = 151 \quad \beta) d = 8 \quad 2. \alpha) a_{12} = 3\frac{1}{8}$
 $S_{50} = 7700 \quad S_{13} = 689 \quad S_{10} = 12787\frac{1}{2}$
- $\beta) q = +7 \quad -7 \quad 3. \alpha) 9^h 46\frac{1}{3}m; 10^h 15\frac{1}{3}m; 10^h 34\frac{2}{3}m.$
 $S_5 = +14005 \quad +10505 \quad \beta) \text{Am 10. (19.) [28.] Februar.}$

2. Übung.

S. 258

1. $\alpha) a_1 = 7 \quad d = 3 \quad \beta) n = 6 \quad d = -7$
 2. $\alpha) a_1 = 2 \quad S_{10} = 7812 \quad \beta) n = 4 \quad a_n = 2744$
 3. $2(2 + \sqrt{3}); [2(1 + \sqrt{2})]$ 4. $AB = 25 \text{ km.}$

3. Übung.

1. $4.2 \text{ m.} \quad 28.5 \text{ m.} \quad \text{In der 8. Secunde.} \quad \text{Nach 20 Secunden.}$
 2. $\alpha) n = 6 \quad q = \frac{1}{6} \quad \beta) n = 7 \quad a_1 = 7$
 3. $\alpha) 2 + \sqrt{2} \quad \beta) \frac{1}{4}(2 + \sqrt{2})$

4. Übung.

1. 25 Dienstjahre. S. 259
 2. $\alpha) q = 3 \quad \left| \begin{array}{l} -4 \\ -20185088 \end{array} \right| \quad \beta) a_1 = \pm 10$
 $a_{10} = 1515591 \quad q = 2$
 3. $\alpha) \Sigma U = 6 \text{ s} \quad \Sigma F = \frac{s^2}{3} \sqrt{3} \quad \beta) \Sigma U = \frac{2\pi s}{3} \sqrt{3} \quad \Sigma F = \frac{\pi}{9} s^2$

Zinsezins- und Rentenrechnung.*)

1. Für $p\%$ ist der Zinsfactor $e = 1 + \frac{p}{100}$
 2. Zu $e, e^2, e^3, e^4, \dots, e^n$ Kronen, wenn $e = 1 + \frac{p}{100}$ ist.
 3. 1.06, 1.05, 1.04, 1.03, 1.02, 1.01, 1.13, 1.055,
 1.0425, 1.0375, 1.025, 1.01125, 1.0075, 1.003.
 4. $4\%, 5\frac{1}{2}\%, 6\%, 3\frac{7}{10}\%, 2\frac{3}{4}\%, 1\frac{1}{4}\%, 10\frac{1}{2}\%, \frac{1}{2}\%, \frac{3}{4}\%, 11\frac{1}{9}\%$.
 5. 10955.6 K; (15195.3 K). 6. 2621812.5 K.
 7. 38634 Einwohner. 8. 3341.04 K; (4146.4 K) 9. 12500 fl.
 10. 28179 Einwohner. 11. $\alpha) 4\%, \beta) 3\frac{1}{2}\%, \gamma) 4\frac{1}{2}\%$. S. 260
 12. $1\frac{1}{2}\%$. 13. In 8 (24) Jahren. 14. Nach 16 Jahren.
 15. Nach 12.378. . . Jahren. 16. 27007.2 K. 17. 14503.4 K.
 18. 3680.76 K. 19. $\alpha) 6027.85 \text{ K}, \beta) 6055.68 \text{ K}, \gamma) 6069.96 \text{ K}.$
 20. 6065.15 K; (16444.9 K). 21. 880 K. 22. 2480.67 K. S. 261

*) Viele Beispiele dieses Capitels können entweder direct nach der entsprechenden Formel oder mittels der Zinsezins- und Renten-Tabellen ausgeführt werden. Die so erlangten Resultate zeigen unbedeutende Abweichungen.

- S. 261** 23. 5927 K. 24. 4%; (6%). 25. 4%.
 26. In 9 Jahren. 27. Am 1. Jänner 1870.
 28. α) In 17·673 (28·011) [41·036] Jahren,
 β) In 17·501 (27·739) [40·637] Jahren,
 γ) In 17·415 (27·602) [40·437] Jahren,
 δ) In 17·360 (27·516) [40·31] Jahren.
 29. In 19·977 (15·576) [14·036] Jahren.
- S. 262** 30. 18712 K. 31. 6302·68 K. 32. 7327·25 K.
 33. α) 1303·6 K, β) 839·7 K, γ) 3184·87 K.
 34. Die Baarwerte der Angebote sind: 55670·5 K, 54122·5 K und 55718·6 K. Das letzte Angebot ist demnach das höchste.
 35. α) 2489·68 K, β) 4876·68 K, γ) 2050·87 K.
 36. $a \frac{e^n - 1}{e - 1}$; $e = 1 + \frac{p}{100}$ 37. 15091·09 K. 38. 712·06 K.
- S. 263** 39. $a e \frac{e^n - 1}{e - 1}$ α) 2322·69 K β) 13200·4 K γ) 4996·3 K.
 40. $a e^{r+1} \frac{e^n - 1}{e - 1}$ α) 9398·06 K, β) 5621·8 K, γ) 3696·25 K.
 41. 14548·8 K 42. $a = \frac{E(e - 1)}{e(e^n - 1)}$
 43. α) 313·65 K β) 360·15 K γ) 1289·9 K.
 44. $a = \frac{E(e - 1)}{e^{r+1}(e^n - 1)}$ 45. 636·01 K 46. 794·07 K.
- S. 264** 47. α) 4281·85 K, β) 4729·88 K.
 48. 150·24 K. 49. 5438·7 K. 50. 505·96 K.
 51. ad 37: 15174·4 K. ad 40 α : 9475·3 K. ad 45: 632·32 K.
 52. ad 38: 709·47 K ad 41: 14731 K ad 46: 790·12 K.
 53. 1632·11 K 54. $\frac{r(e^n - 1)}{e^{n-1}(e - 1)}$ 55. 9227·3 K.
- S. 265** 56. 2380·4 K. 57. 2584·5 K. 58. 3614·58 K.
 59. 28205·22 K. 60. 31157 K. 61. 1310 K. 62. 1990·52 K.
 63. Der Gewinn beträgt 6227·86 K, der Verlust 2791·74 K.
 64. Der Gewinn beträgt 6301·6 K, der Verlust 2776·9 K.
- S. 266** 65. 13240 K. 66. 812·18 K. 67. 52659·8 K. 68. 1629·18 K.

69. Nach 10 Jahren. (Nach 40·646 Jahren; d. h. er wird 40 mal *S. 266* den Betrag von 2500 *K* voll beheben und am Beginne des 41. Jahres nur noch 1626·6 *K* zu beheben haben.)

70. Nach 15 Jahren.

1. Übung.

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------|----------------------------|
| 1. $\alpha)$ 69253·88 <i>K</i> , | $\beta)$ 70192·33 <i>K</i> , | $\gamma)$ 70676 <i>K</i> . |
| 2. $\alpha)$ In 47·194 Jahren | $\beta)$ In 46·625 Jahren. | |
| 3. 10837·94 <i>K</i> . | | |

S. 267

2. Übung.

- | | | |
|--------|-----------------------|----------------------|
| 1. 5%. | 2. 5053·38 <i>K</i> . | 3. 478·17 <i>K</i> . |
|--------|-----------------------|----------------------|

3. Übung.

- | | | |
|--------|----------------------|----------------------|
| 1. 5%. | 2. 4436·4 <i>K</i> . | 3. 9573·2 <i>K</i> . |
|--------|----------------------|----------------------|

4. Übung.

- | | | | |
|--------------|---------------------|----------------------|---------------|
| 1. 22493 fl. | 2. 62540 <i>K</i> . | 3. 793·14 <i>K</i> . | <i>S. 268</i> |
|--------------|---------------------|----------------------|---------------|

5. Übung.

- | | | |
|-----------------------|--------------------|-----------------------|
| 1. 8713·05 <i>K</i> . | 2. 1145 <i>K</i> . | 3. $3\frac{1}{2}\%$. |
|-----------------------|--------------------|-----------------------|

6. Übung.

- | | | |
|----------------------|-----------------------|------------|
| 1. 7685·5 <i>K</i> . | 2. $4\frac{1}{2}\%$. | 3. 20 mal. |
|----------------------|-----------------------|------------|

