Rechenbuch für technische Fachschulen und zum Selbstunterricht

Böhnig, D.

Holzminden, 1894

§ 6. Rechenprobe.

urn:nbn:de:hbz:466:1-77782

85) Deutschland besaß in demselben Jahre 39785 km, das Anlagekapital dafür betrug 9902 Mill. *M*. Wie teuer kommt 1 km im Durchschnitt?

86) Wie lange würde eine Kanonenkugel von der Erde bis zur Sonne fliegen, wenn die Geschwindigkeit zu 700 m in der Sekunde angenommen wird? Die Entfernung der Sonne von der Erde beträgt ungefähr 21 Millionen Meilen zu 7420 m.

87) Die im Jahre 1877 beginnende Zurückhaltung der Bauthätigkeit in Berlin führte eine fortschreitende Genesung der wirtschaftlichen Lage des Grundbesitzes herbei; denn im Jahre 1878 kamen 930 Miets-Erhöhungen und 23472 Miets-Ermäßigungen vor, im Jahre 1880 bezw. 1820 und 6861, im Jahre 1882 bezw. 3119 und 3074, im Jahre 1884 bezw. 8452 und 1709. Wie viel Miets-Ermäßigungen kamen in jedem der vier Jahre auf 100 Miets-Erhöhungen? (Worin hat dies nach Aufgabe 66 seinen Grund?)

88) Nachdem die Mosel kanalisiert ist, darf man auf einen jährlichen Thalverkehr von 2 Millionen t und auf einen Bergverkehr von 500000 t jährlich rechnen. Wieviel Durchschleusungen sind demnach thalwärts täglich erforderlich, wenn 250 Schiffahrtstage jährlich gerechnet werden, die mittlere Ladefähigkeit der Schiffe zu 500 t und als größter Tagesverkehr der vierte Teil über den Durchschnitt angenommen wird und wenn bergwärts ebensoviel Durchschleusungen wie thalwärts nötig sind?

89) Für eine Einzeldurchschleusung ist eine Wassermenge von 80 m Länge, 10 m Breite und 3 m Tiefe angenommen, die Mosel hat bei Mittelniedrigwasser 80 cbm/sek. Der wievielte Teil des Moselwassers wäre demnach zu den Durchschleusungen nach vorstehender Aufgabe erforderlich?

90) Nach einem speziellen Kostenanschlage sind zu einem Hause erforderlich: 284 cbm in Haufen aufgesetzter Kalksteine à 1800 kg, 45 cbm Sandsteine à 2400 kg, 98 cbm Tuffsteine à 750 cbm, 8400 Stück Backsteine à 1000 3600 kg, 12900 Stück Dachplatten à 100 150 kg, 35 cbm Ätzkalk à 1100 kg, 62 cbm Sand à 1700 kg, 70 cbm Holz à 600 kg. Diese Materialien müssen 5 km weit gefahren werden und es ist für die Fuhre zu 45 Zentner 4 *M* zu rechnen. Wie hoch belaufen sich die Transportkosten?

§ 6. Rechenprobe.

Ein Haupterfordernis des guten Rechnens ist das Richtigrechnen. Ist eine Rechnung ausgeführt, so möchte man darum gerne die Gewißheit haben, ob das erhaltene Resultat richtig ist. Es wird zu diesem Zwecke diese oder jene Rechenprobe empfohlen. Es sollen von diesen hier einige folgen. Eine allgemein empfohlene Probe ist: Man rechne jede Aufgabe zweimal, erhält man dann ein übereinstimmendes Resultat, so ist dies ein Beweis für die Richtigkeit der Rechnung. Gar leicht kommt es aber vor, daß man bei beiden Ausrechnungen denselben Fehler macht und darum in beiden Fällen dasselbe falsche Resultat erhält. Um dies zu vermeiden, ist zu empfehlen, daß man bei der zweiten Ausrechnung einen anderen Gang wie bei der ersten einschlägt, z. B. bei der Addition einmal die Posten von unten nach oben und darnach von oben nach unten addiert, oder bei der Multiplikation die Faktoren umsetzt.

Als sichere Multiplikationsprobe ist die Division zu empfehlen, aber diese ist umständlich. Man dividiere das Produkt durch einen der Faktoren, ist der Quotient dann gleich dem anderen Faktor, so ist die Multiplikation richtig ausgeführt. Eine sichere, aber ebenfalls umständliche Divisionsprobe ist die Multiplikation. Man multipliziere den Divisor mit dem Quotienten und zum Produkte addiere man den etwa verbliebenen Rest. Das erhaltene Resultat muß mit dem Dividendus übereinstimmen, wenn die Division richtig ausgeführt ist.

Kürzer ist die weniger bekannte Neunerprobe.

1. Bei der Addition. Man addiere die Quersummen*) aller Posten, dividiere die Summe durch 9, dividiere ebenfalls die Quersumme des Resultats der Addition durch 9, die bei diesen Divisionen verbleibenden Reste sind einander gleich, sobald die Addition richtig ausgeführt ist. Da es nur auf jene Reste der Quersummen ankommt, so kann man, wie bei folgendem Beispiele gezeigt wird, verfahren. $645 + 1819 + 49 + 6789 + 187 = 9489$.
$6 + 4 = 1$; $1 + 5 + 1 + 8 = 6$; $6 + 1 + 4 = 2$, die 9 übergeht man ganz usw. So erhält man schließlich 3. Ebenfalls erhält man 3 beim Resultat. — Bei einiger Uebung ist diese Probe rascher ausgeführt, als eine nochmalige Addition und bietet mehr Sicherheit als diese.
2. Bei der Multiplikation. Beispiel: $6496 . 897 = 5826912$.
Man suche wie bei der Addition die Quersumme jedes Faktors, d. h. die Reste wie vorhin (hier 7 und 6), multipliziere diese mit einander (hier $7 . 6 = 42$), dividiere wieder durch 9 (42:9) und merke sich den Rest. (Man konnte auch die Quersumme von jenem Produkte 42 nehmen, in beiden Fällen erhält man 6). Man suche darnach wie bei der Addition die Quersumme von dem Resultate der ausgeführten Multiplikation. Ist letztere richtig ausgeführt, so muß von der Quersumme derselbe Rest (hier 6) verbleiben, was auch der Fall ist. — Würde man bei einem oder beiden Faktoren keinen Rest behalten, so wäre das Endresultat $= 0$, alsdann darf bei der Quersumme des Produkts auch kein Rest verbleiben.
3. Bei der Division $\underline{5826935 : 6496 = 897}$
23 Rest.
Man multipliziere wie bei der Multiplikation die Quersumme des Divisors und Quotienten, addiere die Quersumme des Produktes zur Quersumme des Restes. Nach vorstehendem Beispiele also: $7 . 6 = 42 = 6$, $6 + 5 = 2$. Ist die Division richtig ausgeführt, so muß die Quersumme des Dividendus auch 2 als Rest ergeben, was auch der Fall ist.
Wenn die Neunerprobe auch keine absolute Sicherheit bietet, so ist sie doch sehr zu empfehlen, besonders bei der Multiplikation und Division, weil sie wenig Zeit in Anspruch nimmt.

91) Vier Rechner haben die Zahlen 3494 und 6532 mit einander multipliziert und haben folgende Resultate erhalten: 22653808, 23922908, 22822808 und 24604918; welches Resultat kann nach der Neunerprobe nur richtig sein?

*) Die Summe der Zahlenwerte der einzelnen Ziffern einer Zahl ohne Rücksicht auf ihren Stellenwert wird Quersumme genannt, z. B. die Quersumme der Zahl 9426 ist $= 21$.

92) Drei Rechner haben 281842451 durch 36092 dividiert und haben folgende Resultate erhalten 7795 und 244 als Rest, 7929 und 56 als Rest, 7809 und 23 als Rest; welches Resultat kann nach der Neunerprobe nur richtig sein?

§ 7. Von der Teilbarkeit der Zahlen.

Eine gründliche Uebung dieses Kapitals ist für das Rechnen von großer Bedeutung; denn man lernt dadurch die Beziehungen der Zahlen zu einander kennen, und dies befähigt uns, viele Erleichterungen, die sich beim Rechnen darbieten, rasch zu erkennen.

Man sagt, eine ganze Zahl ist durch eine andere ganze Zahl teilbar, wenn die Division der ersteren durch die letztere keinen Rest läßt, also eine ganze Zahl als Quotient giebt.

Solche Zahlen, die durch keine Zahl außer 1 teilbar sind, nennt man Primzahlen (wirkliche Primzahlen), alle anderen zusammengesetzte Zahlen.

93) Nenne sämtliche Primzahlen:

a. zwischen 1 und 10; b. zwischen 10 und 50; c. zwischen 50 und 100.

Ob eine ganze Zahl durch eine andere ganze Zahl teilbar ist, kann in sehr vielen Fällen nur durch eine ausgeführte Division ermittelt werden; doch giebt es einige Kennzeichen der Teilbarkeit, die in folgendem angegeben sind. Eine Zahl ist teilbar:

I. durch 2, wenn die letzte Ziffer eine gerade Zahl, oder Null ist. (Was ist eine gerade, was eine ungerade Zahl?)

II. durch 4, wenn die zwei letzten Ziffern eine durch 4 teilbare Zahl bilden, oder Nullen sind.

III. durch 8, wenn die drei letzten Ziffern eine durch 8 teilbare Zahl bilden, oder Nullen sind.

(Eine Zahl ist durch 8 teibar, wenn die Hunderte eine gerade Zahl bilden und die beiden letzten Stellen sich durch 8 teilen lassen, oder wenn jene eine ungerade Zahl bilden und die beiden letzten Stellen, nachdem sie um 4 vermindert sind, sich durch 8 teilen lassen.)

IV. durch 5, wenn die letzte Ziffer eine Null, oder 5 ist.

V. durch 10, wenn die letzte Ziffer eine Null ist.

VI. durch 3, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

VII. durch 6, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar und die letzte Ziffer eine gerade Zahl, oder Null ist.

VIII. durch 9, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.

IX. durch 11, wenn die Summe ihrer Ziffern auf den ungeraden Stellen = ist der Summe ihrer Ziffern auf den geraden Stellen, oder beide Summen um 11, oder ein Vielfaches von 11 differieren.

X. durch 25, wenn die zwei letzten Ziffern eine durch 25 teilbare Zahl bilden, oder Nullen sind.

XI. durch 125, wenn die drei letzten Ziffern eine durch 125 teilbare Zahl bilden, oder Nullen sind.

(Gieb den Grund für jedes der vorstehenden elf Kennzeichen der Teilbarkeit der Zahlen an.)

94) Bilde 4 fünfziffrige Zahlen, die durch 2 teilbar sind.

95) Bilde a. 4 vierziffrige Zahlen, die durch 4; b. 4 sechsziffrige Zahlen, die durch 8 teilbar sind.