Rechenbuch für technische Fachschulen und zum Selbstunterricht

Böhnig, D.

Holzminden, 1894

§ 7. Von der Teilbarkeit der Zahlen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-77782

92) Drei Rechner haben 281842451 durch 36092 dividiert und haben folgende Resultate erhalten 7795 und 244 als Rest, 7929 und 56 als Rest, 7809 und 23 als Rest; welches Resultat kann nach der Neunerprobe nur richtig sein?

§ 7. Von der Teilbarkeit der Zahlen.

Eine gründliche Uebung dieses Kapitals ist für das Rechnen von großer Bedeutung; denn man lernt dadurch die Beziehungen der Zahlen zu einander kennen, und dies befähigt uns, viele Erleichterungen, die sich beim Rechnen darbieten, rasch zu erkennen.

Man sagt, eine ganze Zahl ist durch eine andere ganze Zahl teilbar, wenn die Division der ersteren durch die letztere keinen Rest läßt, also eine ganze Zahl als Quotient giebt.

Solche Zahlen, die durch keine Zahl außer 1 teilbar sind, nennt man Primzahlen (wirkliche Primzahlen), alle anderen zusammengesetzte Zahlen.

93) Nenne sämtliche Primzahlen:

a. zwischen 1 und 10; b. zwischen 10 und 50; c. zwischen 50 und 100.

Ob eine ganze Zahl durch eine andere ganze Zahl teilbar ist, kann in sehr vielen Fällen nur durch eine ausgeführte Division ermittelt werden; doch giebt es einige Kennzeichen der Teilbarkeit, die in folgendem angegeben sind. Eine Zahl ist teilbar:

I. durch 2, wenn die letzte Ziffer eine gerade Zahl, oder Null ist. (Was ist eine gerade, was eine ungerade Zahl?)

II. durch 4, wenn die zwei letzten Ziffern eine durch 4 teilbare Zahl bilden, oder Nullen sind.

III. durch 8, wenn die drei letzten Ziffern eine durch 8 teilbare Zahl bilden, oder Nullen sind.

(Eine Zahl ist durch 8 teibar, wenn die Hunderte eine gerade Zahl bilden und die beiden letzten Stellen sich durch 8 teilen lassen, oder wenn jene eine ungerade Zahl bilden und die beiden letzten Stellen, nachdem sie um 4 vermindert sind, sich durch 8 teilen lassen.)

IV. durch 5, wenn die letzte Ziffer eine Null, oder 5 ist.

V. durch 10, wenn die letzte Ziffer eine Null ist.

VI. durch 3, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

VII. durch 6, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar und die letzte Ziffer eine gerade Zahl, oder Null ist.

VIII. durch 9, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.

IX. durch 11, wenn die Summe ihrer Ziffern auf den ungeraden Stellen = ist der Summe ihrer Ziffern auf den geraden Stellen, oder beide Summen um 11, oder ein Vielfaches von 11 differieren.

X. durch 25, wenn die zwei letzten Ziffern eine durch 25 teilbare Zahl bilden, oder Nullen sind.

XI. durch 125, wenn die drei letzten Ziffern eine durch 125 teilbare Zahl bilden, oder Nullen sind.

(Gieb den Grund für jedes der vorstehenden elf Kennzeichen der Teilbarkeit der Zahlen an.)

94) Bilde 4 fünfziffrige Zahlen, die durch 2 teilbar sind.

95) Bilde a. 4 vierziffrige Zahlen, die durch 4; b. 4 sechsziffrige Zahlen, die durch 8 teilbar sind.

96) Welche von folgenden Zahlen sind durch 8, 4 und 2, welche durch 4 und 2, und welche nur durch 2 teilbar?

a. 84564; b. 17248; c. 92528; d. 48900; e. 9406; f. 3454; g. 10208; h. 18722; i. 12344.

97) Bilde a. 4 fünfziffrige Zahlen, die durch 3; b. 4 sechsziffrige Zahlen, die durch 6 und c. 4 siebenziffrige Zahlen, die durch 9 teilbar sind.

98) Welche von folgenden Zahlen sind durch 9, 6 und 3, welche nur durch 9 und 3, welche nur durch 6 und 3, und welche nur durch 3 teilbar?

a. 675441; b. 642426; c. 987351; d. 98766; e. 12345675; f. 24684.

99) Bilde 4 fünfziffrige und 4 sechsziffrige Zahlen, die durch 11 teilbar sind.

100) Welche von folgenden Zahlen sind durch 11 teilbar?

a. 6567; b. 34567; c. 652586; d. 84394; e. 8463284562; f. 45678765; g. 1819070; h. 18081921.

101) Bilde a. 6 fünfziffrige Zahlen, die durch 25, b. 6 sechsziffrige, die durch 125 teilbar sind.

102) Welche von folgenden Zahlen sind durch 125, 25 und 5, welche durch 25 und 5 und welche nur durch 5 teilbar?

a. 678920; b.45775; c.876275; d.843575; e.84250; f.98765.

Merke nachfolgende Sätze:

1. Ein Produkt aus mehreren Faktoren ist durch jeden Faktor teilbar. Z. B.: 2.3.5=30; 30 ist also durch jeden der drei Faktoren teilbar.

2. Ist eine Zahl durch mehrere Zahlen teilbar, so ist sie nicht immer durch das Produkt aus zwei oder mehreren dieser Faktoren teilbar. Z. B.: 54 ist teilbar durch 2, 3, 6, 9, 18 und 27; aber nicht durch 2.6 oder 2.18 usw.

3. Dies ist nur der Fall, wenn sämtliche Faktoren außer 1 keinen gemeinschaftlichen Faktor haben. Z. B.: 210 ist teilbar durch 2, 3, 5 und 7, darum auch durch 2.3, 3.5, 5.7, 2.3.5, 3.5.7, 2.5.7 usw.

103) Aus welchen Primfaktoren sind folgende Zahlen zusammengesetzt? 9, 12, 15, 16, 18, 20, 30, 48, 63, 75, 81, 91.

104) Zerlege folgende Zahlen in ihre Primfaktoren, wie das ausgeführte Beispiel zeigt.

324, 1000, 7200, 1536, 2880, 3448.

144

144	1	
72	2	
36	2	
18	2	Primfaktoren.
9	2	
3	3	
1	3	

105) Aus welchen Faktoren kann also jede der vorstehenden Zahlen gebildet werden? Z. B. 144: a. 144 . 1; b. 72 . 2; c. 36 . 2 . 2; d. 18.2.2.2; e. 9.2.2.2.2; f. 3.3.2.2.2.2; g. 36.4; h. 18.4.2; i. 18.8; k. 9.8.2; l. 9.4.4 usw.

106) Welche gemeinschaftliche Primfaktoren haben:

a. 224 und 336; b. 780 und 936; c. 384 und 448.

107) Welchen größten gemeinschaftlichen Faktor haben vorstehende Zahlenpaare? (Der größte gemeinschaftliche Faktor ist gleich dem Produkte der gemeinschaftlichen Faktoren.)

Der größte gemeinschaftliche Faktor läßt sich am bequemsten in folgender Weise finden. Man dividiere die kleinere Zahl in die größere und den jedesmaligen Rest in den vorhergehenden Divisor und setze dies fort, bis kein Rest mehr bleibt. Der letzte Divisor ist der größte gemeinschaftliche Faktor.

Beispiel: a. 1312 : 369 = 3
1107
369 : 205 = 1
205
205 : 164 = 1
164
164 : 41 = 4
164

b. 1155 : 442 = 2
884
442 : 271 = 1
271
271 : 171 = 1
171
171 : 100 = 1
100
100 : 71 = 1
71
71 : 29 = 2
58
29 : 13 = 2
26
13 : 3 = 4
12
1

Beispiel a. 41 ist der letzte Divisor und darum der größte gemeinschaftliche Faktor der beiden Zahlen 1312 und 369. (Beweis!) Beispiel b. Bleibt ein Rest 1, so haben die betreffenden Zahlen außer 1 keinen gemeinschaftlichen Faktor. Solche Zahlen nennt man bedingte Primzahlen. Z. B.: 4 und 9, oder 16, 25, 27, 49 sind bedingte Primzahlen, obwohl jede einzelne Zahl eine zusammengesetzte Zahl ist. Ob zwei Zahlen bedingte Primzahlen sind, erkennt man schon, wenn man nach dem angegebenen Verfahren auf einen Rest stößt, der eine wirkliche Primzahl ist und in dem vorhergehenden Divisor nicht aufgeht, und man hat dann nicht nötig, die Rechnung weiter fortzusetzen. Man hätte also die Rechnung bei dem Reste 71 abbrechen können, da man 71 leicht als wirkliche Primzahl erkennt.

108) Nenne 6 Zahlenpaare, die bedingte Primzahlen sind.

109) Welchen größten gemeinschaftlichen Faktor haben:

a. 11872 und 5984; b. 523 und 189; c. 133 und 231;
d. 1079 und 1743; e. 1278 und 2059; f. 276 und 893;

110) Dividiere das Produkt der Zahlen 45 und 616 durch das Produkt der Zahlen 99 und 35.

Ansatz: $\frac{45 . 616}{99 . 35}$ (Hier ist eine wagerechte Linie das Divisionszeichen. Diese Darstellung kommt besonders im technischen Rechnen häufig vor und wird darum, weil sie viele Vorteile bietet, später oft angewandt werden. Bevor vorstehende Rechnung ausgeführt wird, teile oder verkürze Dividendus und Divisor durch gemeinsame Faktoren.)

111) Berechne in derselben Weise: a. 14.495.221:110.819; b. 78.380.378.189:56.135.102.143.

112) Berechne folgende Zahlenausdrücke aus der Mechanik:

a. Widerstandsmoment $W=\frac{120.1000}{750}$;

b. $W=\frac{30.2400+70.1800}{750}$; c. $W=\frac{250.10392}{8.750}$;

d. $W=\frac{325\,(2704+2.6568)}{8.750}$; e. $W=\frac{50.3645+240.1825}{750}$;

f. $W=\frac{50.2370+155.1350+240.975}{750}$;

113) Berechne folgende Zahlenausdrücke:

a. $\frac{210}{77}:\frac{78}{143}$; b. $\left(\frac{102}{35}:\frac{52}{95}\right).\left(\frac{52}{33}:\frac{34}{77}\right)$.

(Ansatz bei a.: $\frac{210.143}{77.78}=$? Beweis!)

II. Abschnitt.

Die Bruchrechnung.

I. Die gewöhnlichen Brüche.

Wenn man irgend ein Ganzes in gleiche Teile zerlegt und einen oder mehrere dieser Teile nimmt, so erhält man einen Bruch. Bei jedem Bruche kommen zwei Zahlen vor. Die eine sagt, in wie viel gleiche Teile das Ganze zerlegt ist, sie giebt an, welchen Namen die Teile führen und heißt deshalb der Nenner; die andere zeigt an, wie viel solcher Teile zu nehmen sind, sie zählt die Teile, deshalb heißt sie der Zähler.

Wie schreibt man einen Bruch?

Wenn ein Bruch weniger Teile als das Ganze hat, so wird er ein echter und wenn er eben so viel oder mehr Teile als das Ganze hat, so wird er ein unechter Bruch genannt. $^3/_4$ ist ein echter, $^5/_4$ ein unechter Bruch. Sind Ganze und ein Bruch verbunden, so hat man eine gemischte Zahl, z. B. $4^3/_4$.

§ 1. Addition der Brüche.

1) Was sind gleichnamige Brüche?
2) Wie werden diese addiert?
3) Addiere folgende Brüche:

a. $^5/_9+{}^3/_9$; b. $^3/_{16}+{}^5/_{16}+{}^7/_{16}$; c. $^4/_{23}+{}^5/_{23}+{}^6/_{23}+{}^8/_{23}$;
d. $^7/_{40}+{}^9/_{40}+{}^{13}/_{40}+{}^{17}/_{40}+{}^{19}/_{40}$; e. $^{28}/_{103}+{}^{64}/_{103}+{}^{45}/_{103}+{}^{56}/_{103}$;
f. $6^4/_9+8^1/_9+13^2/_9$; g. $16^{11}/_{12}+{}^5/_{12}+6^{11}/_{12}+{}^7/_{12}$.

4) Was versteht man unter Heben oder Kürzen der Brüche?
5) Kürze folgende Brüche im Kopfe:

a. $^{12}/_{16}$; b. $^{18}/_{27}$; c. $^{24}/_{36}$; d. $^{35}/_{49}$; e. $^{400}/_{700}$; f. $^{33}/_{110}$; g. $^{75}/_{100}$; h. $^{81}/_{729}$;
i. $^{44}/_{594}$; k. $^{234}/_{552}$; l. $^{120}/_{144}$; m. $^{26}/_{65}$; n. $^{48}/_{72}$; o. $^{52}/_{78}$; p. $^{216}/_{360}$; q. $^{125}/_{225}$.