



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Rechenbuch für technische Fachschulen und zum Selbstunterricht

Böhnig, D.

Holzminden, 1894

I. Die gewöhnlichen Brüche.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77782](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77782)

111) Berechne in derselben Weise: a. $14.495.221 : 110.819$;
b. $78.380.378.189 : 56.135.102.143$.

112) Berechne folgende Zahlenausdrücke aus der Mechanik:

a. Widerstandsmoment $W = \frac{120.1000}{750}$;

b. $W = \frac{30.2400 + 70.1800}{750}$; c. $W = \frac{250.10392}{8.750}$;

d. $W = \frac{325(2704 + 2.6568)}{8.750}$; e. $W = \frac{50.3645 + 240.1825}{750}$;

f. $W = \frac{50.2370 + 155.1350 + 240.975}{750}$;

113) Berechne folgende Zahlenausdrücke:

a. $\frac{210}{77} : \frac{78}{143}$; b. $\left(\frac{102}{35} : \frac{52}{95}\right) \cdot \left(\frac{52}{33} : \frac{34}{77}\right)$.

(Ansatz bei a.: $\frac{210.143}{77.78} = ?$ Beweis!)

II. Abschnitt.

Die Bruchrechnung.

I. Die gewöhnlichen Brüche.

Wenn man irgend ein Ganzes in gleiche Teile zerlegt und einen oder mehrere dieser Teile nimmt, so erhält man einen Bruch. Bei jedem Bruche kommen zwei Zahlen vor. Die eine sagt, in wie viel gleiche Teile das Ganze zerlegt ist, sie giebt an, welchen Namen die Teile führen und heißt deshalb der Nenner; die andere zeigt an, wie viel solcher Teile zu nehmen sind, sie zählt die Teile, deshalb heißt sie der Zähler.

Wie schreibt man einen Bruch?

Wenn ein Bruch weniger Teile als das Ganze hat, so wird er ein echter und wenn er eben so viel oder mehr Teile als das Ganze hat, so wird er ein unechter Bruch genannt. $\frac{3}{4}$ ist ein echter, $\frac{5}{4}$ ein unechter Bruch. Sind Ganze und ein Bruch verbunden, so hat man eine gemischte Zahl, z. B. $4\frac{3}{4}$.

§ 1. Addition der Brüche.

1) Was sind gleichnamige Brüche?

2) Wie werden diese addiert?

3) Addiere folgende Brüche:

a. $\frac{5}{9} + \frac{3}{9}$; b. $\frac{3}{16} + \frac{5}{16} + \frac{7}{16}$; c. $\frac{4}{23} + \frac{5}{23} + \frac{6}{23} + \frac{8}{23}$;

d. $\frac{7}{40} + \frac{9}{40} + \frac{13}{40} + \frac{17}{40} + \frac{19}{40}$; e. $\frac{28}{103} + \frac{64}{103} + \frac{45}{103} + \frac{56}{103}$;

f. $6\frac{4}{9} + 8\frac{1}{9} + 13\frac{2}{9}$; g. $16\frac{11}{12} + \frac{5}{12} + 6\frac{11}{12} + \frac{7}{12}$.

4) Was versteht man unter Heben oder Kürzen der Brüche?

5) Kürze folgende Brüche im Kopfe:

a. $\frac{12}{16}$; b. $\frac{18}{27}$; c. $\frac{24}{36}$; d. $\frac{35}{49}$; e. $\frac{400}{700}$; f. $\frac{33}{110}$; g. $\frac{75}{100}$; h. $\frac{81}{729}$;

i. $\frac{44}{594}$; k. $\frac{234}{552}$; l. $\frac{120}{144}$; m. $\frac{26}{65}$; n. $\frac{48}{72}$; o. $\frac{52}{78}$; p. $\frac{216}{360}$; q. $\frac{125}{225}$.

Ist der größte gemeinschaftliche Faktor des Zählers und Nenners eines Bruches nicht so leicht wie bei den vorangehenden Beispielen zu finden, so verfährt man, wie auf Seite 16 gezeigt ist.

- 6) Kürze folgende Brüche: a. $\frac{768}{896}$; b. $\frac{516}{559}$; c. $\frac{936}{1560}$; d. $\frac{1305}{1392}$; e. $\frac{2907}{4567}$; f. $\frac{973}{1807}$; g. $\frac{1425}{1520}$.
- 7) Was sind ungleichnamige Brüche?
- 8) Wie werden diese addiert?
- 9) Verwandle: a. $\frac{3}{4}$ in 12tel; b. $\frac{2}{5}$ in 20stel; c. $\frac{4}{9}$ in 36stel; d. $\frac{13}{16}$ in 48stel; e. $\frac{13}{18}$ in 72stel; f. $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ in 12tel; g. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{15}{16}$, $\frac{19}{32}$ in 480stel.
- 10) Die folgenden Brüche mache sämtlich zu 84stel und ordne sie dann nach ihrer Größe: $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{13}{28}$, $\frac{19}{42}$, $\frac{13}{21}$, $\frac{11}{14}$.
- 11) Was versteht man unter Haupt-(General-)Nenner?

Wenn unter den zu addierenden Brüchen ein Bruch ist, in dessen Nenner alle anderen aufgehen, so ist dieser Nenner der Hauptnenner.

- 12) Addiere: a. $\frac{2}{3} + \frac{8}{9}$; b. $\frac{1}{2} + \frac{4}{5} + \frac{9}{10}$; c. $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{13}{48} + \frac{5}{8} + \frac{1}{24}$; d. $\frac{3}{16} + \frac{5}{6} + \frac{9}{24} + \frac{8}{9} + \frac{19}{48} + \frac{97}{144} + \frac{23}{36} + \frac{1}{2} + \frac{69}{72} + \frac{2}{3} + \frac{5}{8} + \frac{11}{12}$; e. $134\frac{7}{12} + 8\frac{9}{28} + 1849\frac{23}{84} + 68\frac{11}{14} + 87643\frac{4}{7} + 9\frac{8}{21}$.

Wenn die Nenner wirkliche oder auch bedingte Primzahlen sind, so ist das Produkt sämtlicher Nenner der Hauptnenner.

13) Addiere:

- a. $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$; b. $6\frac{1}{3} + 13\frac{4}{5} + 1845\frac{2}{3}$; c. $9\frac{4}{7} + 18\frac{2}{3} + 219\frac{5}{8}$; d. $6423\frac{8}{17} + 48\frac{5}{8} + 925\frac{4}{9} + 123456\frac{4}{5} + \frac{6}{7}$.

Sind Nenner vorhanden, die einen gemeinschaftlichen Faktor haben, so ist das Produkt sämtlicher Nenner auch eine Zahl, in der alle Nenner aufgehen, aber nicht die kleinste. Da es aber vorteilhaft ist, einen möglichst kleinen Hauptnenner zu haben, so tritt die Aufgabe an uns heran, den kleinsten Hauptnenner, oder das kleinste gemeinschaftliche Vielfache mehrerer Zahlen zu suchen.

In vielen Fällen erkennt man die kleinste Zahl, worin mehrere Zahlen aufgehen, sofort.

14) Welches ist die kleinste Zahl, worin aufgehen:

- a. 4 und 6; b. 6 und 10; c. 12 und 18; d. 6, 8 und 9; e. 8, 6 und 10; f. 2, 5, 8 und 10; g. 2, 3, 4, 8 und 12?

- 15) Addiere: a. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$; b. $\frac{7}{10} + \frac{8}{15}$; c. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{3}{8} + \frac{3}{4}$; d. $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{7}{8} + \frac{5}{6} + \frac{9}{10}$; e. $23\frac{3}{10} + 5\frac{1}{3} + 16\frac{1}{2}$.

Läßt sich nicht sofort erkennen, welches der kleinste Hauptnenner ist, so ist folgendes Verfahren anzuwenden.

Addiere: $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7} + \frac{7}{8} + \frac{8}{9} + \frac{9}{10}$.

Ausrechnung:

a. das Verfahren, wie der kleinste Hauptnenner gefunden wird.

2	6	7	8	9	10
3	3	7	4	9	5
		7	4	3	5

Hauptnenner = $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = 2520$.

Bemerkung: 1) Nenner, die Faktoren anderer Nenner sind, werden beim Suchen des Hauptnenners nicht berücksichtigt. (Hier 3, 4 und 5, weshalb?) 2) Sind mehrere, mindestens zwei Nenner vorhanden, die einen gemeinschaftlichen Faktor haben, so werden diese durch denselben dividiert.

(Sieh den Grund dafür an.) Wie dann der Hauptnenner gefunden wird, zeigt das vorstehende Beispiel. 3) Dividiere die Nenner, die gemeinsame Faktoren haben, durch Primfaktoren, weil es sonst vorkommen kann, daß das obige Verfahren nicht zum kleinsten Hauptnenner führt.

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{z. B.:} & 6 & 8 & 12 & 18 \\ \hline & 2 & 8 & 2 & 3 \\ \hline & & 4 & & 3 \\ \hline & 6 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 & = & 144. & \end{array}$$

Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache für 8, 12 und 18 ist aber 72.

b. die Addition selbst:

$$\begin{array}{r|l} 2520 & \\ \hline \frac{2}{3} & 840 \quad 1680 \\ \frac{3}{4} & 630 \quad 1890 \\ \frac{4}{5} & 504 \quad 2016 \\ \frac{5}{6} & 420 \quad 2100 \\ \frac{6}{7} & 360 \quad 2160 \\ \frac{7}{8} & 315 \quad 2205 \\ \frac{8}{9} & 280 \quad 2240 \\ \frac{9}{10} & 252 \quad 2268 \\ \hline & 16559 \\ \hline & 2520 = 6^{1439}/_{2520} \end{array}$$

16) Addiere:

a. $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{5}{6}$; b. $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{7}{10} + \frac{11}{12} + \frac{4}{15}$;
 c. $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} + \frac{8}{15} + \frac{17}{20} + \frac{23}{30}$; d. $\frac{7}{60} + \frac{4}{25} + \frac{7}{30} + \frac{5}{24} + \frac{17}{120}$;
 e. $\frac{5}{18} + \frac{3}{25} + \frac{7}{20} + \frac{8}{15} + \frac{41}{45}$; f. $\frac{3}{7} + \frac{5}{8} + \frac{5}{12} + \frac{7}{9} + \frac{15}{28} + \frac{3}{4}$;
 g. $68\frac{5}{6} + 75\frac{3}{7} + 80\frac{1}{12} + 3\frac{5}{21}$; h. $16\frac{7}{8} + 12\frac{4}{5} + 22\frac{2}{3} + 18\frac{13}{15}$;
 i. $3\frac{5}{8} + \frac{2}{3} + 9\frac{6}{7} + 6\frac{8}{9} + 19\frac{17}{42} + 18\frac{13}{28} + 162\frac{59}{21}$;
 k. $228\frac{3}{10} + 1945\frac{11}{15} + 289\frac{9}{25} + 7455\frac{23}{35} + 829\frac{19}{42} + 416\frac{17}{30}$.

§ 2. Subtraktion der Brüche.

17) Wie werden gleichnamige Brüche von einander subtrahiert?

18) Subtrahiere: a. $\frac{8}{13} - \frac{4}{13}$; b. $\frac{11}{17} - \frac{9}{17}$; c. $4\frac{2}{5} - \frac{4}{5}$;
 d. $108\frac{9}{91} - \frac{90}{91}$; e. $281\frac{13}{17} - 199\frac{16}{17}$; f. $1250\frac{23}{37} - 999\frac{35}{37}$.

19) Wie werden ungleichnamige Brüche von einander subtrahiert?

20) Subtrahiere: a. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; b. $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$; c. $\frac{127}{191} - \frac{23}{127}$; d. $\frac{8}{15} - \frac{3}{10}$;
 e. $262\frac{9}{14} - 188\frac{4}{21}$; f. $213\frac{3}{10} - 78\frac{5}{6}$; g. $2160\frac{3}{8} - 1874\frac{7}{12}$.

21) Rechne aus: a. $(\frac{3}{4} + \frac{6}{8} + \frac{9}{12}) - (\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4})$;

b. $(1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} + 3\frac{4}{5} + 6\frac{7}{8} + 9\frac{11}{12}) - (2\frac{1}{2} + 5\frac{1}{3} + \frac{6}{7} + 1\frac{5}{8})$;

c. $(3\frac{1}{2} + \frac{4}{5} + 3\frac{2}{7}) - (16\frac{7}{8} - 13\frac{4}{5}) + (13\frac{1}{2} - 8\frac{3}{5})$;

d. $(3\frac{4}{5} + 4\frac{5}{6} - 5\frac{6}{7}) - (18\frac{3}{4} + 17\frac{2}{5} - 36\frac{1}{8}) + (18\frac{3}{5} - 5\frac{26}{35})$.

22) Zu einem Hause sind zwei Sorten Ziegelsteine verwandt und zwar $63\frac{2}{5}$ Mille, von der einen Sorte $19\frac{3}{4}$ Mille, wie viel von der anderen?

23) A verkaufte eine Eiche für $108\frac{1}{2}$ M, er hatte an Fuhrlohn $7\frac{4}{5}$ M ausgegeben und außerdem $9\frac{3}{10}$ M gewonnen. Wie teuer hat er die Eiche eingekauft?

24) Jemand hat $20\frac{4}{5}$ Schock Latten gekauft und verkauft davon an A $6\frac{2}{3}$, an B $4\frac{5}{6}$ und an C $5\frac{3}{20}$ Schock, wie viel behält er übrig?

25) Die Summe zweier Zahlen ist $69\frac{3}{7}$, die eine Zahl ist $17\frac{3}{8}$, welches ist die andere?

- 26) Der Unterschied zweier Zahlen ist $120\frac{5}{6}$, die eine Zahl ist $71\frac{5}{17}$, wie groß ist die andere und wie groß ist die Summe?
- 27) Die Summe dreier Zahlen ist $263\frac{3}{4}$, die erste ist $19\frac{3}{4}$, die zweite ist $17\frac{8}{9}$ größer als die erste, wie groß ist die dritte?
- 28) Lügen auf einem Lagerplatze $19\frac{17}{20}$ Tausend Steine weniger, so befänden sich $103\frac{4}{25}$ Tausend darauf; wie viel Steine sind vorhanden?
- 29) Drücke die folgenden Aufgaben erst durch Klammern aus und suche dann das Resultat.
- a. Zu der Summe der Zahlen $8\frac{4}{5}$ und $3\frac{1}{9}$ addiere die Differenz derselben Zahlen.
Ausrechnung: $(8\frac{4}{5} + 3\frac{1}{9}) + (8\frac{4}{5} - 3\frac{1}{9}) = 8\frac{4}{5} + 8\frac{4}{5} = ?$
- b. Von der Summe der Zahlen $19\frac{8}{9}$ und $13\frac{4}{5}$ subtrahiere die Differenz derselben Zahlen.
- c. Mit den Zahlen $18\frac{3}{4}$, $9\frac{3}{8}$, $6\frac{1}{6}$ nimm dieselben Berechnungen vor, wie in Aufgabe 31, Abschnitt I, angegeben ist.

§ 3. Multiplikation der Brüche.

I. Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, indem man:
A. den Zähler mit der Zahl multipliziert und den Nenner unverändert läßt.

- 30) Rechne aus: a. $\frac{6}{37} \cdot 5$; b. $\frac{11}{49} \cdot 3$; c. $\frac{16}{17} \cdot 4$; d. $\frac{17}{69} \cdot 4$;
e. $\frac{813}{73} \cdot 5$; f. $\frac{4^3}{5} \cdot 6$; g. $\frac{14^{13}}{17} \cdot 12$; h. $\frac{36^5}{7} \cdot 19$; i. $\frac{34^7}{11} \cdot 123$.

B. den Nenner durch die Zahl dividiert und den Zähler unverändert läßt.

- 31) Rechne aus: a. $\frac{5}{36} \cdot 6$; b. $\frac{4}{35} \cdot 7$; c. $\frac{18}{91} \cdot 13$; d. $\frac{19}{92} \cdot 23$;
e. $\frac{1^5}{144} \cdot 48$; f. $\frac{8^{19}}{108} \cdot 36$; g. $\frac{15^{71}}{264} \cdot 132$.

C. den Multiplikator und Nenner des Bruches zunächst durch dieselbe Zahl dividiert und dann wie unter A verfährt.

$$\text{B. B.: } \frac{4}{27} \cdot 18 = \frac{4}{3} \cdot 2 = 2\frac{2}{3}.$$

- 32) Rechne aus: a. $\frac{5}{24} \cdot 36$; b. $\frac{15}{56} \cdot 28$; c. $\frac{2^5}{24} \cdot 16$; d. $\frac{4^5}{18} \cdot 27$.

- 33) Rechne aus: a. $\frac{3^5}{68} \cdot 17$; b. $\frac{4^5}{17} \cdot 13$; c. $\frac{2^9}{28} \cdot 42$; d. $\frac{7^{213}}{5789} \cdot 23$;
e. $\frac{63^7}{36117} \cdot 567$; f. $\frac{28^7}{30} \cdot 27$.

II. Da es auf die Reihenfolge der Faktoren nicht ankommt, so ist $7 \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{9} \cdot 7$; ist also der Multiplikator ein Bruch und der Multiplikandus eine ganze Zahl, so verfährt man wie vorhin.

- 34) Rechne aus: a. $24 \cdot \frac{7}{8}$; b. $28 \cdot \frac{3^4}{7}$; c. $12 \cdot \frac{6^2}{9}$; d. $13 \cdot \frac{15^4}{5}$.

III. Brüche werden mit einander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert. (Beweis!)

- 35) Rechne aus: a. $\frac{9}{11} \cdot \frac{3}{5}$; b. $\frac{18}{29} \cdot \frac{14}{17}$; c. $\frac{28}{39} \cdot \frac{5}{11}$; d. $\frac{126}{425} \cdot \frac{8}{13}$.

Saben der Zähler des einen Bruches und der Nenner des anderen Bruches einen gemeinschaftlichen Faktor, so verfährt man wie folgt: Beispiel:

$$\frac{9}{28} \cdot \frac{35}{48} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 16} = \frac{15}{64}.$$

- 36) Multipliziere: a. $\frac{27}{46} \cdot \frac{23}{36}$; b. $\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{11}$; c. $\frac{15}{28} \cdot \frac{14}{5}$; d. $\frac{11}{14} \cdot \frac{35}{48}$;
e. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{10}{11}$; f. $\frac{18}{19} \cdot \frac{57}{64} \cdot \frac{16}{9}$.

IV. Gemischte Zahlen werden mit einander multipliziert, indem man sie in unechte Brüche verwandelt und dann wie vorhin verfährt.

- 37) Rechne aus: a. $3\frac{1}{3} \cdot 8\frac{1}{4}$; b. $3\frac{7}{9} \cdot 16\frac{5}{8}$; c. $5\frac{3}{4} \cdot 7\frac{2}{3}$; d. $8\frac{4}{7} \cdot 16\frac{1}{4}$;
e. $3\frac{5}{8} \cdot \frac{16}{29} \cdot 8\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$; f. $3\frac{4}{5} \cdot \frac{6^7}{8} \cdot \frac{9^{10}}{11}$; g. $\frac{7}{90} \cdot 20\frac{8}{21} \cdot \frac{3}{8}$.

- 38) Rechne aus: a. $3\frac{1}{2} \cdot \frac{14}{15} \cdot 1\frac{3}{7} + \frac{4^2}{5} \cdot \frac{25}{33} \cdot \frac{4^7}{10}$;
b. $(\frac{1^2}{3} + \frac{2^3}{4} - \frac{2^5}{9}) \cdot 4\frac{1}{2}$; c. $9\frac{3}{4} + (3\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{7}) - (2\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{15})$;
d. $[4\frac{1}{2} \cdot (\frac{3^4}{5} - \frac{2^2}{3}) - (\frac{6^3}{4} - \frac{5^3}{9}) + 3\frac{1}{2} \cdot (\frac{1^2}{5} + \frac{1^3}{10})] \cdot 5\frac{5}{6}$.

39) Das Erdgeschoss eines Hauses brachte jährlich 450 \mathcal{M} Miete, das erste Obergeschoss $1\frac{22}{75}$, das zweite $\frac{61}{75}$ und der Boden $\frac{1}{4}$ mal so viel als das Erdgeschoss. Wie viel betrug die jährliche Miete des Hauses?

40) Wenn der Umfang eines Kreises $3\frac{1}{7}$ mal so groß als sein Durchmesser ist, wie viel cm beträgt der Umfang, wenn der Halbmesser a. $3\frac{1}{2}$; b. $5\frac{1}{4}$; c. $6\frac{1}{3}$ cm lang ist?

41) Das Baukapital eines Hauses beträgt 6345 \mathcal{M} , die bebaute Grundfläche eines anderen Hauses ist $1\frac{2}{5}$ mal so groß und hat für jedes Quadratmeter $1\frac{3}{8}$ mal so viel gekostet; wie viel beträgt das Baukapital dieses Hauses?

42) Der Arbeiter A erhält $1\frac{1}{4}$ mal so viel Lohn als B bei gleicher Arbeitszeit, B erhält $3\frac{1}{4}$ \mathcal{M} ; wie viel erhält A, wenn er außerdem $1\frac{1}{5}$ mal so lange als B gearbeitet hat?

43) Der Unterschied zweier Zahlen ist $27\frac{2}{5}$, das $11\frac{4}{5}$ fache des Unterschiedes ist gleich der Summe der beiden Zahlen; berechne Minuend und Subtrahend.

§ 4. Division der Brüche.

I. Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividiert, indem man:

A. den Zähler durch dieselbe dividiert und den Nenner unverändert läßt. Z. B.: $\frac{16}{17} : 8 = \frac{2}{17}$.

44) Dividiere: a. $\frac{27}{31} : 9$; b. $\frac{108}{115} : 12$; c. $\frac{144}{175} : 18$; d. $\frac{504}{1001} : 28$.
B. den Nenner mit derselben multipliziert und den Zähler unverändert läßt. Z. B.: $\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{8}$.

45) Dividiere: a. $\frac{3}{19} : 4$; b. $\frac{15}{19} : 7$; c. $\frac{21}{29} : 8$; d. $\frac{23}{25} : 13$.
C. den Zähler des Bruchs und den Divisor, wenn diese einen gleichen Faktor haben, durch denselben dividiert und dann wie unter B. verfährt. Z. B.: $\frac{6}{25} : 8 = \frac{3}{25} : 4 = \frac{3}{100}$.

46) Dividiere: a. $\frac{36}{47} : 48$; b. $\frac{35}{39} : 28$; c. $\frac{19}{54} : 57$; d. $\frac{108}{113} : 72$.

47) Dividiere: a. $\frac{234}{653} : 9$; b. $\frac{42}{53} : 56$; c. $\frac{13}{15} : 8$; d. $\frac{430}{1009} : 86$.

II. Ist der Dividendus eine gemischte und der Divisor eine ganze Zahl, so dividiert man, wenn ersterer größer als letzterer ist, zunächst in die Ganzen, den etwaigen Rest und den Bruch verwandelt man in einen unechten Bruch und verfährt wie unter I; ist der Dividendus aber kleiner als der Divisor, so verwandelt man ihn sofort in einen unechten Bruch und verfährt wie unter I.

48) Dividiere: a. $25\frac{5}{9} : 5$; b. $5\frac{3}{4} : 4$; c. $13\frac{3}{7} : 8$; d. $13\frac{2}{5} : 3$;
e. $22\frac{1}{3} : 7$; f. $15\frac{5}{8} : 25$; g. $18\frac{3}{4} : 19$; h. $648\frac{3}{4} : 5$; i. $529\frac{7}{8} : 9$;
k. $734\frac{5}{6} : 17$; l. $423\frac{5}{6} : 795$; m. $37427\frac{1}{12} : 23$; n. $139767\frac{1}{7} : 431$;
o. $4\frac{4}{5} : 6$; p. $2\frac{3}{8} : 6$; q. $5\frac{3}{4} : 9$; r. $18\frac{4}{9} : 54$.

III. Ist der Divisor ein Bruch, so kehrt man diesen um und verwandelt dadurch die Division in Multiplikation.

Z. B.: $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$. (Weise die Richtigkeit nach.)

49) Dividiere: a. $6 : 2\frac{2}{3}$; b. $127 : 5\frac{5}{8}$; c. $34 : 2\frac{2}{15}$; d. $23562 : 9\frac{9}{17}$;
e. $462 : 9\frac{9}{11}$; f. $127 : 5\frac{5}{8}$.

50) Dividiere: a. $\frac{6}{11} : 3\frac{3}{22}$; b. $\frac{9}{17} : 3\frac{3}{14}$; c. $\frac{9}{10} : 3\frac{3}{5}$; d. $11\frac{1}{4} : 29\frac{29}{76}$;
e. $\frac{19}{24} : 18\frac{18}{23}$; f. $\frac{17}{24} : 17\frac{17}{28}$.

IV. Ist der Dividendus eine gemischte Zahl und der Divisor ein Bruch, oder findet das umgekehrte Verhältnis statt, oder sind beide gemischte Zahlen, so verwandelt man die gemischten Zahlen in unechte Brüche und verfährt dann wie unter III.

51) Dividiere: a. $2\frac{3}{4} : \frac{5}{6}$; b. $8\frac{4}{5} : \frac{11}{20}$; c. $\frac{5}{6} : 2\frac{3}{4}$; d. $\frac{11}{20} : 8\frac{4}{5}$;
 e. $4\frac{2}{3} : 8\frac{1}{5}$; f. $12\frac{3}{4} : 5\frac{5}{8}$; g. $48\frac{3}{7} : 7\frac{5}{9}$; h. $126\frac{2}{3} : 8\frac{1}{5}$;
 i. $21\frac{3}{8} : 29\frac{3}{4}$; k. $1234\frac{5}{6} : 2345\frac{6}{7}$; l. $22\frac{11}{12} : 18\frac{5}{6}$; m. $8\frac{1}{5} : 126\frac{2}{3}$.

52) Verwandle folgende Doppelbrüche in einfache Brüche:

a. $\frac{3}{5}$; b. $\frac{1}{8}$; c. $\frac{2}{9}$; d. $\frac{16}{17}$; e. $\frac{18}{29}$; f. $\frac{21}{24}$; g. $\frac{14}{9}$.

53) Desgleichen: a. $\frac{5}{\frac{6}{11}}$; b. $\frac{10}{\frac{3}{7}}$; c. $\frac{1}{\frac{4}{7}}$; d. $\frac{25}{\frac{35}{48}}$; e. $\frac{29}{\frac{31}{2}}$.

54) Desgleichen: a. $\frac{13}{\frac{16}{15}}$; b. $\frac{3}{\frac{1}{8}}$; c. $\frac{21}{\frac{3}{4}}$; d. $\frac{64}{\frac{41}{5}}$; e. $\frac{92}{\frac{78}{11}}$.

(3. B.: $\frac{18}{17} : \frac{18}{19} = \frac{18}{19} : \frac{17}{16} = \frac{18 \cdot 16}{19 \cdot 17} = \frac{288}{323}$).

55) Rechne aus: a. $(6\frac{3}{4} + 5\frac{1}{2}) : 3\frac{1}{2}$; b. $(12\frac{1}{2} - 8\frac{2}{5} + 9\frac{1}{10}) : 4\frac{4}{15}$;
 c. $(3\frac{1}{2} \cdot 5\frac{1}{7} - 1\frac{1}{14} \cdot 2\frac{2}{3}) : (3\frac{1}{2} + 4\frac{2}{5} \cdot 6\frac{1}{4})$;

d. $(\frac{4\frac{1}{2}}{5} + \frac{2\frac{2}{3}}{8} + \frac{7\frac{1}{2}}{9}) : (\frac{2\frac{1}{2}}{3} - \frac{3\frac{3}{5}}{12})$;

e. $(8\frac{3}{4} \cdot 5\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{21}{24} \cdot 9 \cdot \frac{7}{15}) : (\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{11}{12} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{9})$;

f. $(\frac{52}{55} : \frac{78}{77}) \cdot (1\frac{11}{38} : \frac{63}{95})$; g. $(\frac{48}{35} \cdot \frac{33}{16} : \frac{99}{140}) : (8\frac{1}{51} \cdot 12\frac{3}{4})$;

h. $(\frac{3\frac{1}{2} + 4\frac{1}{4}}{9\frac{1}{3} - 3\frac{5}{6}} \cdot \frac{9\frac{27}{28}}{12\frac{3}{5}}) \cdot \frac{66}{7} \cdot \frac{45}{88} \cdot \frac{49}{11} \cdot \frac{14}{9}$;

i. $(\frac{19\frac{53}{100} : 7\frac{3}{4}}{5\frac{31}{65} - 4\frac{8}{13}} \cdot \frac{3}{7} : \frac{7}{6}) \cdot (\frac{1\frac{1}{29}}{1\frac{1}{12}} : \frac{2\frac{4}{19}}{5\frac{8}{63}})$.

56) Die Summe der Zahlen $6\frac{3}{4}$ und $4\frac{2}{5}$ multipliziere mit dem Unterschied dieser Zahlen, das Produkt dividiere durch $23\frac{9}{19}$ und den Quotient multipliziere mit $8\frac{24}{47}$. (Ausatz: $\frac{223 \cdot 47 \cdot 19 \cdot 400}{20 \cdot 20 \cdot 446 \cdot 47}$.)

57) Von einem Vorrat Latten wurden verkauft $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ derselben, der Rest betrug $2\frac{2}{3}$ Schock; wie viel Schock Latten waren vorhanden und wie viel sind verkauft?

58) Wie viel Geld habe ich in der Tasche, wenn der vierte und fünfte Teil desselben zusammengenommen $2\frac{1}{4}$ M. beträgt?

59) Es verwandte jemand den 3ten Teil seiner jährlichen Einkünfte auf Kost und Miete, den 8ten Teil auf Kleidung und Wäsche, den 10ten Teil für Nebenausgaben und ersparte noch 954 M. Wie hoch belaufen sich seine jährlichen Einkünfte?

60) Jemand hatte, bis er sich verheiratete, $\frac{8}{45}$ seines Lebens in frühester Kindheit, $\frac{3}{14}$ als Schüler, $\frac{1}{8}$ als Lehrling, $\frac{13}{40}$ als Geselle, $\frac{1}{30}$ auf der Baugewerkschule und 4 Jahr 4 Monat 10 Tage als Meister verlebt; wie alt war er bei seiner Verheiratung? (1 Jahr = 360 Tage.)

61) 3 Zimmermeister kaufen das sämtliche Nutzholz, das in einem Forstorte gefällt ist, für eine gewisse Summe, und zwar giebt A $\frac{1}{3}$ derselben, B $\frac{3}{11}$ und C 1547 M. a. Wie viel beträgt jene Summe? b. Wie viel haben A und B zu der Kaufsumme beigetragen?

62) 5 Personen besitzen gemeinschaftlich eine Fabrik. A erhielt im Jahre 1892 vom Reingewinn $\frac{1}{4}$, B $\frac{1}{8}$, C $\frac{2}{9}$, D $\frac{1}{12}$ und E 2254 M. a. Wie viel betrug der ganze Gewinn? b. Wie viel erhielten A, B, C und D?

63) 3 Maurermeister in Bremen erhalten von der Verwaltung der Sollinger Steinbrüche in Holzminde 1391 qm 6 cm starke Sandstein-

platten, und zwar erhält A so oft $\frac{1}{2}$ qm, als B $\frac{1}{3}$ qm und C $\frac{1}{4}$ qm.
Wie viel bekommt jeder?

64) 5 Ziegeleibesitzer liefern die Ziegelsteine zu einer Zuckerfabrik, und zwar liefert A $\frac{4}{15}$ derselben, B $\frac{6}{25}$, C $\frac{7}{50}$, D $\frac{13}{75}$ und E 15000 Stück mehr als D. a. Wie viel liefern sie zusammen? b. Wie viel muß jeder liefern?

65) Von einer Erbschaft soll A $\frac{2}{13}$ und B $\frac{3}{16}$ erhalten, sie bekommen beide $976\frac{1}{4}$ M. Wie viel beträgt die ganze Erbschaft und wie viel erhält jeder?

66) B erhält für $7\frac{3}{4}$ Hundert Mark $34\frac{7}{8}$ M Zinsen; wie viel erhält er a. auf ein Hundert? b. auf 5 Hundert?

67) A hat in $3\frac{3}{4}$ Jahren $1287\frac{1}{2}$ M Zinsen eingenommen, B in $9\frac{3}{4}$ Jahren $3256\frac{1}{2}$ M; wer von beiden hat jährlich die meisten Zinsen eingenommen?

68) A hat in $9\frac{3}{4}$ Tagen $23\frac{2}{5}$ M verdient; wie lange hat B gearbeitet, wenn er täglich $1\frac{1}{4}$ mal so viel Lohn erhält und ihm $17\frac{1}{4}$ M ausgezahlt werden? (Ansatz: $\frac{17\frac{1}{4}}{23\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{4}} = \frac{69\frac{1}{4} \cdot 39\frac{1}{4}}{117\frac{1}{5} \cdot 5\frac{1}{4}} = \frac{69 \cdot 39 \cdot 5 \cdot 4}{117 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4} = 23\frac{3}{4}$)

69) A erbt $\frac{3}{16}$ von $47897\frac{3}{5}$ M; durch Fleiß und Sparsamkeit gelingt es ihm seinen Anteil in einigen Jahren um $\frac{7}{8}$ desselben zu vermehren. Wie viel fehlt ihm noch, um ein Geschäft kaufen zu können, das 24250 M kosten soll?

70) Mit einer gewissen Summe ging A auf die Wanderschaft, mit dem 42fachen dieser Summe kehrte er heim. Er gab davon 60 M seiner kranken Mutter, kaufte für $82\frac{4}{5}$ M Handwerkszeug und behielt noch 210 M übrig. Wie viel hatte er mit auf die Wanderschaft genommen?

II. Die Dezimalbrüche.

71) Wie groß ist: a. der 10te Teil von einem Hundert? b. von einem Zehner? c. von einem Einer? d. von einem Zehntel? e. von einem Hundertstel? f. von einem Tausendstel?

72) a. Wie viel Einer gehören zu einem Zehner? b. wie viel Zehntel zu einem Einer? c. wie viel Hundertstel zu einem Zehntel?

So wie die Zehner, Hunderter, Tausender usw. die Zahlenordnungen sind, so sind die Zehntel, Hundertstel, Tausendstel usw. die Bruchordnungen.

73) Nenne die 6 untersten Zahlen- und die 6 obersten Bruchordnungen. Man schreibt einen Dezimalbruch gewöhnlich auf die Art, daß man nur den Zähler hinschreibt.

Die Zehner	schreibt man auf den 1ten Platz	links	} von den Einern
" Zehntel	" " " " 1	rechts	
" Hunderter	" " " " 2	links	
" Hundertstel	" " " " 2	rechts	
" Tausender	" " " " 3	links	
" Tausendstel	" " " " 3	rechts	

Der Bruch wird von dem Ganzen durch ein Komma geschieden.

74) Was bedeuten demnach die Ziffern in den folgenden Zahlen?

a. 189,456; b. 6459,846; c. 1093,645; d. 1050,4586.

75) Wie schreibt man demnach: a. 9 Einer und 8 Zehntel?

b. 6 Zehner, 3 Einer, 5 Zehntel, 6 Hundertstel?

c. 8 Einer, $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{1000}$, $\frac{4}{10000}$?