



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

**Rechenbuch für technische Fachschulen und zum
Selbstunterricht**

Böhnig, D.

Holzminden, 1894

§ 1. Addition.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77782](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77782)

111) Berechne in derselben Weise: a. $14.495.221 : 110.819$;
b. $78.380.378.189 : 56.135.102.143$.

112) Berechne folgende Zahlenausdrücke aus der Mechanik:

a. Widerstandsmoment $W = \frac{120.1000}{750}$;

b. $W = \frac{30.2400 + 70.1800}{750}$; c. $W = \frac{250.10392}{8.750}$;

d. $W = \frac{325(2704 + 2.6568)}{8.750}$; e. $W = \frac{50.3645 + 240.1825}{750}$;

f. $W = \frac{50.2370 + 155.1350 + 240.975}{750}$;

113) Berechne folgende Zahlenausdrücke:

a. $\frac{210}{77} : \frac{78}{143}$; b. $\left(\frac{102}{35} : \frac{52}{95}\right) \cdot \left(\frac{52}{33} : \frac{34}{77}\right)$.

(Ansatz bei a.: $\frac{210.143}{77.78} = ?$ Beweis!)

II. Abschnitt.

Die Bruchrechnung.

I. Die gewöhnlichen Brüche.

Wenn man irgend ein Ganzes in gleiche Teile zerlegt und einen oder mehrere dieser Teile nimmt, so erhält man einen Bruch. Bei jedem Bruche kommen zwei Zahlen vor. Die eine sagt, in wie viel gleiche Teile das Ganze zerlegt ist, sie giebt an, welchen Namen die Teile führen und heißt deshalb der Nenner; die andere zeigt an, wie viel solcher Teile zu nehmen sind, sie zählt die Teile, deshalb heißt sie der Zähler.

Wie schreibt man einen Bruch?

Wenn ein Bruch weniger Teile als das Ganze hat, so wird er ein echter und wenn er eben so viel oder mehr Teile als das Ganze hat, so wird er ein unechter Bruch genannt. $\frac{3}{4}$ ist ein echter, $\frac{5}{4}$ ein unechter Bruch. Sind Ganze und ein Bruch verbunden, so hat man eine gemischte Zahl, z. B. $4\frac{3}{4}$.

§ 1. Addition der Brüche.

1) Was sind gleichnamige Brüche?

2) Wie werden diese addiert?

3) Addiere folgende Brüche:

a. $\frac{5}{9} + \frac{3}{9}$; b. $\frac{3}{16} + \frac{5}{16} + \frac{7}{16}$; c. $\frac{4}{23} + \frac{5}{23} + \frac{6}{23} + \frac{8}{23}$;

d. $\frac{7}{40} + \frac{9}{40} + \frac{13}{40} + \frac{17}{40} + \frac{19}{40}$; e. $\frac{28}{103} + \frac{64}{103} + \frac{45}{103} + \frac{56}{103}$;

f. $6\frac{4}{9} + 8\frac{1}{9} + 13\frac{2}{9}$; g. $16\frac{11}{12} + \frac{5}{12} + 6\frac{11}{12} + \frac{7}{12}$.

4) Was versteht man unter Heben oder Kürzen der Brüche?

5) Kürze folgende Brüche im Kopfe:

a. $\frac{12}{16}$; b. $\frac{18}{27}$; c. $\frac{24}{36}$; d. $\frac{35}{49}$; e. $\frac{400}{700}$; f. $\frac{33}{110}$; g. $\frac{75}{100}$; h. $\frac{81}{729}$;

i. $\frac{44}{594}$; k. $\frac{234}{552}$; l. $\frac{120}{144}$; m. $\frac{26}{65}$; n. $\frac{48}{72}$; o. $\frac{52}{78}$; p. $\frac{216}{360}$; q. $\frac{125}{225}$.

Ist der größte gemeinschaftliche Faktor des Zählers und Nenners eines Bruches nicht so leicht wie bei den vorangehenden Beispielen zu finden, so verfährt man, wie auf Seite 16 gezeigt ist.

- 6) Kürze folgende Brüche: a. $\frac{768}{896}$; b. $\frac{516}{559}$; c. $\frac{936}{1560}$; d. $\frac{1305}{1392}$;
 e. $\frac{2907}{4567}$; f. $\frac{973}{1807}$; g. $\frac{1425}{1520}$.
 7) Was sind ungleichnamige Brüche?
 8) Wie werden diese addiert?
 9) Verwandle: a. $\frac{3}{4}$ in 12tel; b. $\frac{2}{5}$ in 20stel; c. $\frac{4}{9}$ in 36stel;
 d. $\frac{13}{16}$ in 48stel; e. $\frac{13}{18}$ in 72stel; f. $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ in 12tel;
 g. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{15}{16}$, $\frac{19}{32}$ in 480stel.
 10) Die folgenden Brüche mache sämtlich zu 84stel und ordne sie dann nach ihrer Größe: $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{13}{28}$, $\frac{19}{42}$, $\frac{13}{21}$, $\frac{11}{14}$.
 11) Was versteht man unter Haupt-(General-)Nenner?

Wenn unter den zu addierenden Brüchen ein Bruch ist, in dessen Nenner alle anderen aufgehen, so ist dieser Nenner der Hauptnenner.

- 12) Addiere: a. $\frac{2}{3} + \frac{8}{9}$; b. $\frac{1}{2} + \frac{4}{5} + \frac{9}{10}$;
 c. $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{13}{48} + \frac{5}{8} + \frac{1}{24}$; d. $\frac{3}{16} + \frac{5}{6} + \frac{9}{24} + \frac{8}{9} + \frac{19}{48} + \frac{97}{144} + \frac{23}{36} + \frac{1}{2} + \frac{69}{72} + \frac{2}{3} + \frac{5}{8} + \frac{11}{12}$;
 e. $134\frac{7}{12} + 8\frac{9}{28} + 1849\frac{23}{84} + 68\frac{11}{14} + 87643\frac{4}{7} + 9\frac{8}{21}$.

Wenn die Nenner wirkliche oder auch bedingte Primzahlen sind, so ist das Produkt sämtlicher Nenner der Hauptnenner.

13) Addiere:

- a. $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$; b. $6\frac{1}{3} + 13\frac{4}{5} + 1845\frac{2}{3}$; c. $9\frac{4}{7} + 18\frac{2}{3} + 219\frac{5}{8}$;
 d. $6423\frac{8}{17} + 48\frac{5}{8} + 925\frac{4}{9} + 123456\frac{4}{5} + \frac{6}{7}$.

Sind Nenner vorhanden, die einen gemeinschaftlichen Faktor haben, so ist das Produkt sämtlicher Nenner auch eine Zahl, in der alle Nenner aufgehen, aber nicht die kleinste. Da es aber vorteilhaft ist, einen möglichst kleinen Hauptnenner zu haben, so tritt die Aufgabe an uns heran, den kleinsten Hauptnenner, oder das kleinste gemeinschaftliche Vielfache mehrerer Zahlen zu suchen.

In vielen Fällen erkennt man die kleinste Zahl, worin mehrere Zahlen aufgehen, sofort.

14) Welches ist die kleinste Zahl, worin aufgehen:

- a. 4 und 6; b. 6 und 10; c. 12 und 18; d. 6, 8 und 9;
 e. 8, 6 und 10; f. 2, 5, 8 und 10; g. 2, 3, 4, 8 und 12?

- 15) Addiere: a. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$; b. $\frac{7}{10} + \frac{8}{15}$; c. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{3}{8} + \frac{3}{4}$;
 d. $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{7}{8} + \frac{5}{6} + \frac{9}{10}$; e. $23\frac{3}{10} + 5\frac{1}{3} + 16\frac{1}{2}$.

Läßt sich nicht sofort erkennen, welches der kleinste Hauptnenner ist, so ist folgendes Verfahren anzuwenden.

Addiere: $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7} + \frac{7}{8} + \frac{8}{9} + \frac{9}{10}$.

Ausrechnung:

a. das Verfahren, wie der kleinste Hauptnenner gefunden wird.

2	6	7	8	9	10
3	3	7	4	9	5
		7	4	3	5

Hauptnenner = $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = 2520$.

Bemerkung: 1) Nenner, die Faktoren anderer Nenner sind, werden beim Suchen des Hauptnenners nicht berücksichtigt. (Hier 3, 4 und 5, weshalb?) 2) Sind mehrere, mindestens zwei Nenner vorhanden, die einen gemeinschaftlichen Faktor haben, so werden diese durch denselben dividiert.

(Sieh den Grund dafür an.) Wie dann der Hauptnenner gefunden wird, zeigt das vorstehende Beispiel. 3) Dividiere die Nenner, die gemeinsame Faktoren haben, durch Primfaktoren, weil es sonst vorkommen kann, daß das obige Verfahren nicht zum kleinsten Hauptnenner führt.

$$\begin{array}{r|l} \text{z. B.:} & 6 \quad 8 \quad 12 \quad 18 \\ \hline & 2 \quad 8 \quad 2 \quad 3 \\ \hline & \quad 4 \quad \quad 3 \\ \hline & 6 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 = 144. \end{array}$$

Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache für 8, 12 und 18 ist aber 72.

b. die Addition selbst:

$$\begin{array}{r|l} 2520 & \\ \hline \frac{2}{3} & 840 \quad 1680 \\ \frac{3}{4} & 630 \quad 1890 \\ \frac{4}{5} & 504 \quad 2016 \\ \frac{5}{6} & 420 \quad 2100 \\ \frac{6}{7} & 360 \quad 2160 \\ \frac{7}{8} & 315 \quad 2205 \\ \frac{8}{9} & 280 \quad 2240 \\ \frac{9}{10} & 252 \quad 2268 \\ \hline & 16559 \\ \hline & \frac{16559}{2520} = 6^{1439}/_{2520}. \end{array}$$

16) Addiere:

$$\begin{array}{l} \text{a. } \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{5}{6}; \quad \text{b. } \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{7}{10} + \frac{11}{12} + \frac{4}{15}; \\ \text{c. } \frac{3}{8} + \frac{5}{12} + \frac{8}{15} + \frac{17}{20} + \frac{23}{30}; \quad \text{d. } \frac{7}{60} + \frac{4}{25} + \frac{7}{30} + \frac{5}{24} + \frac{17}{120}; \\ \text{e. } \frac{5}{18} + \frac{3}{25} + \frac{7}{20} + \frac{8}{15} + \frac{41}{45}; \quad \text{f. } \frac{3}{7} + \frac{5}{8} + \frac{5}{12} + \frac{7}{9} + \frac{15}{28} + \frac{3}{4}; \\ \text{g. } 68\frac{5}{6} + 75\frac{3}{7} + 80\frac{1}{12} + 35\frac{5}{21}; \quad \text{h. } 16\frac{7}{8} + 12\frac{4}{5} + 22\frac{2}{3} + 18\frac{13}{15}; \\ \text{i. } 35\frac{5}{8} + 2\frac{2}{3} + 9\frac{6}{7} + 6\frac{8}{9} + 19\frac{17}{42} + 18\frac{13}{28} + 16259\frac{16}{21}; \\ \text{k. } 228\frac{3}{10} + 1945\frac{11}{15} + 289\frac{9}{25} + 7455\frac{23}{35} + 829\frac{19}{42} + 416\frac{17}{30}. \end{array}$$

§ 2. Subtraktion der Brüche.

17) Wie werden gleichnamige Brüche von einander subtrahiert?

18) Subtrahiere: a. $\frac{8}{13} - \frac{4}{13}$; b. $\frac{11}{17} - \frac{9}{17}$; c. $4\frac{2}{5} - \frac{4}{5}$;
d. $108\frac{9}{91} - \frac{90}{91}$; e. $281\frac{13}{17} - 199\frac{16}{17}$; f. $1250\frac{23}{37} - 999\frac{35}{37}$.

19) Wie werden ungleichnamige Brüche von einander subtrahiert?

20) Subtrahiere: a. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; b. $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$; c. $\frac{127}{191} - \frac{23}{127}$; d. $\frac{8}{15} - \frac{3}{10}$;
e. $262\frac{9}{14} - 188\frac{4}{21}$; f. $213\frac{3}{10} - 78\frac{5}{6}$; g. $2160\frac{3}{8} - 1874\frac{7}{12}$.

21) Rechne aus: a. $(\frac{3}{4} + \frac{6}{8} + \frac{9}{12}) - (\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4})$;
b. $(1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} + 3\frac{4}{5} + 6\frac{7}{8} + 9\frac{11}{12}) - (2\frac{1}{2} + 5\frac{1}{3} + \frac{6}{7} + 1\frac{5}{8})$;
c. $(3\frac{1}{2} + \frac{4}{5} + 3\frac{2}{7}) - (16\frac{7}{8} - 13\frac{4}{5}) + (13\frac{1}{2} - 8\frac{3}{5})$;
d. $(3\frac{4}{5} + \frac{4}{6} - 5\frac{6}{7}) - (18\frac{3}{4} + 17\frac{2}{5} - 36\frac{1}{8}) + (18\frac{3}{5} - 5\frac{26}{35})$.

22) Zu einem Hause sind zwei Sorten Ziegelsteine verwandt und zwar $63\frac{2}{5}$ Mille, von der einen Sorte $19\frac{3}{4}$ Mille, wie viel von der anderen?

23) A verkaufte eine Eiche für $108\frac{1}{2}$ M., er hatte an Fuhrlohn $7\frac{4}{5}$ M. ausgegeben und außerdem $9\frac{3}{10}$ M. gewonnen. Wie teuer hat er die Eiche eingekauft?

24) Jemand hat $20\frac{4}{5}$ Schock Latten gekauft und verkauft davon an A $6\frac{2}{3}$, an B $4\frac{5}{6}$ und an C $5\frac{3}{20}$ Schock, wie viel behält er übrig?

25) Die Summe zweier Zahlen ist $69\frac{3}{7}$, die eine Zahl ist $17\frac{3}{8}$, welches ist die andere?