



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Rechenbuch für technische Fachschulen und zum Selbstunterricht**

**Böhnig, D.**

**Holzminden, 1894**

§ 2. Die Rentenrechnung.

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77782](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77782)

13) Zu wie viel Proz. steht ein Kapital, das sich in 20 Jahren verdreifacht und zwar a. bei Zinseszinsen und b. bei einfachen Zinsen?

14) In wie viel Jahren verdreifacht sich ein Kapital bei 3% Zinsen jährlich und zwar a. bei Zinseszinsen und b. bei einfachen Zinsen?

Ausrechnung:

$$a. n = \frac{\log s - \log a}{\log p} = \frac{\log 3 - \log 1}{\log 1,03} = \frac{0,47712}{0,01284} = 37,2 \text{ Jahre.}$$

$$b. n = \frac{200}{3} = 66,7 \text{ Jahre.}$$

15) In wie viel Jahren verdoppelt sich ein Kapital, das a. zu 4%, b. zu 5% steht?

16) Jemand schenkte einer Stadt 30000  $\mathcal{M}$  unter der Bedingung, daß das Kapital erst dann zum Nutzen der Stadt verwandt werden soll, wenn es durch die Zinsen zu 3000000  $\mathcal{M}$  angewachsen ist. Nach wie viel Jahren wird dies der Fall sein, wenn a. 4% Zinseszinsen, b. 4% einfache Zinsen gerechnet werden?

## § 2. Die Rentenrechnung.

Unter einer Rente versteht man eine mehrmals in gleichen Terminen zu zahlende Summe. Eine Rente, die bis zum Tode des Empfängers gezahlt wird, heißt eine Leibrente. Auch hier soll die Grundformel an einem Beispiele entwickelt werden.

Nehmen wir den Fall an, jemand bezöge sechs Jahre am Schlusse eines jeden Jahres eine Rente von 500  $\mathcal{M}$ , er verabredete mit dem, der die Rente zu zahlen hat, dieselbe solle für alle sechs Jahre erst am Schlusse des sechsten Jahres ausgezahlt werden, bis dahin aber mit 4% Zinseszinsen verzinst werden. Zu welchem Kapitale wird die Rente anwachsen?

Die erste Rente würde 5, die zweite 4, die dritte 3, die vierte 2, die fünfte 1 Jahr und die letzte keine Zinsen bringen. Das Kapital (s) würde also nach der Zinseszinsrechnung sein:

$$s = 500 \cdot 1,04^5 + 500 \cdot 1,04^4 + 500 \cdot 1,04^3 + 500 \cdot 1,04^2 + 500 \cdot 1,04 + 500$$

Es würde umständlich sein, besonders bei einer noch größeren Anzahl von Jahren, die einzelnen Posten zu berechnen. Durch folgende einfache Operation kommen wir zu einer einfachen Formel. Vorstehende Gleichung werde mit 1,04 multipliziert und von dieser die ursprüngliche Gleichung subtrahiert. Also:

$$\begin{array}{r} s \cdot 1,04 = 500 \cdot 1,04^6 + 500 \cdot 1,04^5 + 500 \cdot 1,04^4 + 500 \cdot 1,04^3 + 500 \cdot 1,04^2 + 500 \cdot 1,04 \\ s = 500 \cdot 1,04^5 + 500 \cdot 1,04^4 + 500 \cdot 1,04^3 + 500 \cdot 1,04^2 + 500 \cdot 1,04 + 500 \end{array}$$

$$s \cdot 1,04 - s = 500 \cdot 1,04^6 - 500, \text{ oder}$$

$$s(1,04 - 1) = 500(1,04^6 - 1), \text{ mithin}$$

$$s = \frac{500(1,04^6 - 1)}{1,04 - 1}$$

Um diese Formel allgemein zu fassen, werde die Rente von 500  $\mathcal{M}$  mit r, 1,04 (siehe Zinseszinsrechnung) mit p und 6, die Anzahl Jahre, mit n bezeichnet, dann heißt die Formel:  $s = \frac{r(p^n - 1)}{p - 1}$

Wenn drei von den vier Größen s, r, p und n gegeben sind, so läßt sich die vierte berechnen.

17) Zu welcher Summe wächst die Rente von 500 *M* nach vorstehendem Beispiele innerhalb der 6 Jahre an?

Ansatz:

$$s = \frac{r(p^n - 1)}{p - 1} = \frac{500(1,04^6 - 1)}{1,04 - 1} = \frac{500(1,04^6 - 1)}{0,04} = 12500(1,04^6 - 1) =$$

18) Wenn eine Rentabilitätsrechnung, z. B. über ein Wohnhaus angesetzt wird, dann muß ein Betrag für die Tilgung des Baukapitals in Ausgabe gestellt werden. Um diesen Betrag in Proz. festzustellen, teilt man mit der Dauer, die man für das Gebäude nach der Art der Ausführung annehmen darf, in 100. An Bequemlichkeit läßt diese Rechnung nichts zu wünschen übrig, wohl aber an Genauigkeit. Ein Beispiel wird dies zeigen. Die Dauer eines gut ausgeführten Wohnhauses ist auf 200 Jahre geschätzt, das Baukapital beträgt 30000 *M*. Der Tilgungsbetrag ist demnach  $\frac{1}{2}\%$  von 30000 *M* = 150 *M*. Wenn diese 150 *M* jedes Jahr in den Geldkassen gelegt würden, dann hätte man nach 200 Jahren das Baukapital wieder angesammelt. Diese Thorheit wird jedoch niemand begehen, sondern man wird das Geld zinslich belegen. Zu welcher Summe wächst aber dieser Tilgungsbetrag von jährlich 150 *M* bei 3% Zinseszinsen in 200 Jahren an?

Ausrechnung:

$$s = \frac{r(p^n - 1)}{p - 1} = \frac{150(1,03^{200} - 1)}{1,03 - 1} = \frac{150(1,03^{200} - 1)}{0,03} = 5000(1,03^{200} - 1) = 5000 \cdot 1,03^{200} - 5000 = 1849130 - 5000 = 1844130 \text{ *M* .}$$

Diese Summe ist aber rd. das 60fache des Baukapitals. Der Tilgungsbetrag darf darum nicht zu  $\frac{1}{2}\%$ , sondern zu  $\frac{1}{120}\%$  des Baukapitals, also nicht zu 150 *M*, sondern zu 2,50 *M* angenommen werden.

Bei einem höheren Zinsfuß stellt sich ein noch größerer Unterschied heraus, z. B. bei 5% Zinseszinsen würden die 150 *M* zu rd. 51900000 *M*, also zum 1730fachen des Baukapitals anwachsen.

Wenn man bei Rentabilitätsberechnungen auch nur von ganz sicheren Annahmen ausgehen soll, so ist im vorliegenden Falle die oben angegebene Rechnungsweise doch so sehr von einer genauen Rechnung abweichend, daß man sie verwerfen muß.

19) Jemand legt jährlich von seinem Einkommen 500 *M* zurück. Wie groß wird sein Ersparnis nach 30 Jahren sein bei  $3\frac{1}{2}\%$  Zinseszinsen?

20) A. bezieht jährlich ein Gehalt von 3000 *M*, B. von 3600 *M*. Jeder gebraucht jährlich zu seinem Unterhalte 2400 *M*. Wie viel würde B. nach 40 Jahren mehr als A. haben, wenn beide ihren Überschuß auf Zinseszinsen gegeben hätten, diese zu  $3\frac{1}{2}\%$  gerechnet?

21) Wie würde sich das Resultat nach voriger Aufg. stellen, wenn A. seinen überschuß mit 5%, B. aber nur mit 3% Zinseszinsen angelegt hätte?

22) Jemand hat sein Leben zu 1000 *M* versichert. Diese Summe soll nach seinem Tode an seine Erben ausgezahlt werden. Er muß zu Anfang jeden Jahres 2,5% Prämie zahlen. Am Schlusse des 20. Jahres stirbt er. Zu welcher Summe ist die Prämie bei  $3\frac{1}{2}\%$  Zinseszinsen p. a. angewachsen?

Ausrechnung: Da die Prämie am Anfange jedes Jahres bezahlt werden muß, so sind für jede Prämie die Zinsen 1 Jahr länger, als oben bei der Entwicklung der Rentenformel angenommen ist, zu berechnen. Es ergibt sich demnach die Formel:

$$s = \frac{rp(p^n - 1)}{p - 1}, \text{ also}$$

$$s = \frac{25 \cdot 1,035 (1,035^{20} - 1)}{1,035 - 1} = \frac{25 \cdot 1,035 (1,035^{20} - 1)}{0,035} = 714,29 \cdot 1,035 (1,035^{20} - 1)$$

$$= 714,29 \cdot 1,035^{21} - 714,29 \cdot 1,035 =$$

23) Jemand hat unter derselben Bedingung wie nach voriger Aufg. sein Leben zu 7500 *M* versichert. Er muß, da er noch jünger als jener ist, nur 2,2% Prämie jährlich zahlen. Er stirbt am Ende des 35. Jahres. Zu welcher Summe ist die Prämie bei 3½% Zinsezinsen angewachsen?

24) Jemand hat auf seinem Hause eine Hypothekschuld von 15000 *M* stehen, die er mit 4% verzinsen muß. Der Gläubiger ist damit einverstanden, daß er jährlich außer den Zinsen für das ganze Kapital noch 500 *M* bezahlt, die vom Kapital abgesetzt werden. Am Schluß des 15. Jahres zahlt er außer der bisher gezahlten Summe noch den Rest der Schuld. Wie viel beträgt dieser?

$$\text{Ansatz: } 15000 - \frac{500 (1,04^{15} - 1)}{1,04 - 1} =$$

25) Jemand hat ein Kapital von 6000 *M* zu 3½% in einer Sparkasse belegt. Am Ende eines jeden Jahres werden außer den Zinsen noch 500 *M* zum Kapital gelegt. Wie groß wird das Kapital nach 25 Jahren sein?

$$\text{Ansatz: } ap^n + \frac{r(p^n - 1)}{p - 1} = 6000 \cdot 1,035^{25} + \frac{500 (1,035^{25} - 1)}{1,035 - 1} =$$

26) Ein Waldbestand ist zu 20000 Festmeter und dessen Zuwachs zu 3% jährlich abgeschätzt. Wie viel Festmeter wird der Bestand nach 20 Jahren haben, wenn jährlich 400 Festmeter gehauen werden?

$$\text{Ansatz: } 20000 \cdot 1,03^{20} - \frac{400 (1,03^{20} - 1)}{1,03 - 1} =$$

27) A. erleidet durch B. einen Verlust an seinem Grundstücke. Dieser wird durch Sachverständige auf jährlich 9,04 *M* geschätzt. B. will diese Entschädigung gleich für 50 Jahre auf einmal zahlen. A., der damit einverstanden ist, fragt bei einer bautechnischen Zeitung an, welche Summe er beanspruchen könne. Die Zeitschrift giebt ihm die Antwort, daß er sich bei 5% Zinsezinsen 1892 *M*, bei 4% 1380 *M* und bei 3% 931 bis 932 *M* auszahlen lassen müsse. Es liegt auf der Hand, daß diese Summen viel zu hoch sind. Es ist irrtümlicher Weise berechnet, wozu die Rente von 9,04 *M* bei bezw. 5, 4 und 3% Zinsezinsen innerhalb 50 Jahre anwachsen würde, wenn B. am Schlusse des 50. Jahres für den ganzen Zeitraum bezahlen würde. Die richtige Lösung ist folgende. Das Kapital, das B. zahlt, muß so groß sein, daß es innerhalb 50 Jahren mit Zinsezinsen zu derselben Summe anwächst, wozu auch die Rente unter denselben Umständen anwachsen würde. Nennen wir dies Kapital *a*, so würde es nach der Zinsezinsformel zu  $ap^n$  und die Rente zu  $\frac{r(p^n - 1)}{p - 1}$  anwachsen.

Es ergibt sich also die Gleichung:

$$ap^n = \frac{r(p^n - 1)}{p - 1} \text{ mithin}$$

$$a = \frac{r(p^n - 1)}{p^n(p - 1)} \text{ also bei } 5\%$$

$$a = \frac{9,04(1,05^{50} - 1)}{1,05^{50}(1,05 - 1)} = \frac{9,04(1,05^{50} - 1)}{1,05^{50} \cdot 0,05} =$$

Bemerk. Der Rechner der Zeitschrift ist noch in einem zweiten Irrtume befangen gewesen. Er schreibt: „Es ist nun allerdings nicht anzunehmen, daß von seiten des Gerichts ein Zinsfuß von 5% angenommen wird, da ein solcher in Wirklichkeit zu hoch sein würde. Wir lassen deshalb noch die Resultate für einen Zinsfuß von 4% und 3% folgen.“ Die Resultate sind oben angegeben. Bei dieser irrtümlichen Lösung ist das richtig; aber bei der richtigen Lösung ist das Gegenteil der Fall; je niedriger der Zinsfuß, desto höher muß die Abfindungssumme sein. A. hat also keine Ursache, darauf zu bestehen, daß der Berechnung ein hoher Zinsfuß zugrunde gelegt wird.

28) Welche Resultate würden sich nach voriger Aufg. bei 4% und 5% ergeben?

29) Das Baukapital eines Hauses beträgt 20000 M., die Dauer des Hauses ist auf 100 Jahre geschätzt. Wie hoch ist der jährliche Tilgungsbetrag bei 2% Zinsezinsen anzunehmen?

Bemerk. Da jede Sparkasse auch die kleinsten Beträge mit mindestens 2% verzinst, so ist der Zinsfuß gewiß nicht zu hoch angenommen.

Ausrechnung: Durch Umformung der oben entwickelten Rentenformel erhält man:

$$r = \frac{s(p - 1)}{p^n - 1} = \frac{20000(1,02 - 1)}{1,02^{100} - 1} = \frac{400}{7,244 - 1} = \frac{400}{6,244} = \text{rd. } 64 \text{ M.}$$

Oder in Proz. ausgedrückt:  $\frac{64}{200} = 0,32\%$  des Baukapitals.

30) Jemand will sein Leben so versichern, daß die Erben nach seinem Tode 10000 M. erhalten. Wie viel Proz. Prämie muß er jedes Jahr zahlen, wenn dieselbe a. nach Ablauf jedes Jahres, b. am Anfang jedes Jahres zu zahlen wäre, wenn er ferner nach den Sterblichkeits- (Mortalitäts-) Tabellen noch 25 Jahre zu leben hat und der Berechnung 3% Zinsen zugrunde gelegt werden?

Ansatz für b.: Nach der Formel unter Aufg. 21 ist:

$$r = \frac{s(p - 1)}{p(p^n - 1)}$$

31) Ein alleinstehender Mann von 60 Jahren hat die Zinsen von 30000 M., die er zu 3½% verliehen hat, zu verzehren. Da es ihm schwer wird, mit dieser Einnahme auszukommen, fragt er bei einer Lebensversicherungsgesellschaft an, eine wie hohe Rente sie ihm zu Anfang jedes Jahres bis an sein Lebensende gegen Überweisung seines Kapitals zahlen will. Die Gesellschaft erbietet sich, ihm eine Rente zu zahlen, die sich ergibt, wenn nach der Sterblichkeitstabelle noch auf ein Leben von 12 Jahren zu rechnen ist und 3% Zinsen gerechnet werden. Welche Rente würde er somit erhalten?

$$\text{Ansatz: } \frac{rp(p^n - 1)}{p - 1} = ap^n, \text{ also } r = \frac{ap^n(p - 1)}{p(p^n - 1)}$$

32) Bei Beurteilung verschiedener Bauausführung spielt meistens der Kostenpunkt eine Hauptrolle. Es soll beispielsweise durch genaue Berechnung festgestellt werden, welches von folgenden drei Dächern in ökonomischer Beziehung das vorteilhafteste ist.

Art der Eindachung	Herstellungskosten pro qm	Jährl. Unterhaltung pro qm	Dauer
Ziegel- Dach	3 M	0,03 M	50 Jahre
Schiefer- "	5 "	0,02 "	75 "
Zink- "	6 "	0,02 "	100 "

Der Berechnung sollen 4% Zinsen zugrunde gelegt werden.

Ausrechnung: Die Aufg. wird am bequemsten gelöst, wenn die Kosten eines jeden Daches pro Jahr berechnet werden. Diese setzen sich zusammen aus den Zinsen für die Herstellungskosten, aus den Kosten für die Unterhaltung und endlich aus dem Betrage, der jährlich zurückgelegt werden muß, um die Summe, die zur Erneuerung des Daches erforderlich ist, anzusammeln.

Dieser letzte Posten beträgt für das qm

$$\text{Ziegel- Dach: } \frac{r(1,04^{50} - 1)}{1,04 - 1} = 3$$

$$\text{Schiefer- " } \frac{r(1,04^{75} - 1)}{1,04 - 1} = 5$$

$$\text{Zink- " } \frac{r(1,04^{100} - 1)}{1,04 - 1} = 6$$

Bemerk. Meistens berechnet man vorstehende Posten, indem man mit der Dauer in die Herstellungskosten dividirt. Wie verkehrt dies ist, ersieht man daraus, daß man dann bezw. 6, 6 $\frac{2}{3}$  und 6  $\frac{1}{2}$  als Resultat erhalten würde.

Die jährlichen Kosten des Ziegeldaches betragen demnach: Zinsen = 3. 4  $\frac{1}{2}$  = 12  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$ , Unterhaltungskosten = 3  $\frac{1}{2}$  und Tilgungsbetrag = 2  $\frac{1}{2}$ , also zusammen = 17  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$ . Berechne die Kosten für die beiden andern Dächer.

Bemerk. Berücksichtigt man aber, daß bei einem Schieferdache die Dachneigung geringer als bei einem Ziegeldache und bei einem Zinkdache geringer als bei einem Schieferdache sein kann, dann stellen sich die vorhin berechneten Resultate wesentlich anders. Betrüge die Dachneigung bezw. 45°, 25° und 10°, so käme auf 1 qm horizontaler Fläche bezw. 1,42, 1,1 und 1,015 qm Dachfläche. Würde dies berücksichtigt, so müßten die vorhin berechneten Kosten mit diesen Zahlen multipliziert werden, um richtige Verhältniszahlen zu erhalten. Ferner ist noch zu berücksichtigen, daß die Konstruktionssteile des Daches um so geringer sind, je geringer die Dachneigung ist.

33) Berechne nach folgenden Angaben, ob es in ökonomischer Beziehung vorteilhafter ist, bei einer Brücke hölzerne oder eiserne Träger zu wählen. Die Konstruktion in Eisen kostet 4500 M und dieselbe in Holz 3600 M, der alle drei Jahre vorzunehmende Anstrich des Eisens kostet 105 M, die jährlichen Unterhaltungskosten des Holzes betragen 75 M, und der Bau in Eisen ist nach 100 Jahren, der in Holz aber schon nach 30 Jahren zu erneuern. Der Berechnung sollen 4% Zinsen zugrunde gelegt werden. Löse diese Aufg. wie die vorige.

34) Nach den Beobachtungen der Verwaltung der hannoverschen Eisenbahn darf die durchschnittliche Dauer der imprägnierten Eischwellen zu 22 Jahren und der imprägnierten Buchenschwellen zu 14,8 Jahren angenommen werden. Nimmt man den Preis einer Eischwelle zu 6,10  $\mathcal{M}$ , das Imprägnieren derselben zu 0,25  $\mathcal{M}$  und die Auswechslung einer Schwelle zu 0,50  $\mathcal{M}$  an, für eine Buchschwelle bezw. 3,35  $\mathcal{M}$ , 0,50  $\mathcal{M}$  und 0,50  $\mathcal{M}$ ; wie hoch stellen sich dann die jährlichen Kosten für jede der beiden Schwellenarten bei  $3\frac{1}{2}\%$  Zinsezinsen?

35) Stelle nach folgenden Angaben einen finanziellen Vergleich zwischen zwei Pflasterungen an. Die Herstellungskosten betragen für die eine Sorte pro qm 15  $\mathcal{M}$ , für die andere 8  $\mathcal{M}$ , die 1. Sorte erfordert an jährlichen Unterhaltungskosten 0,40  $\mathcal{M}$ , die 2. Sorte 0,80  $\mathcal{M}$ , die Dauer der 1. Sorte bis zur Umpflasterung sei 40 Jahre, die der 2. Sorte 20 Jahre und es koste die Umpflasterung der 1. Sorte 3  $\mathcal{M}$ , die der 2. Sorte 1,50  $\mathcal{M}$ . Es sind  $4\%$  Zinsezinsen zu rechnen.

Andeutung der Ausrechnung. Berechne, zu welcher Summe die Kosten (incl. der Umpflasterungskosten) innerhalb 40 Jahren anwachsen.

$$\text{Ansatz für die 1. Sorte: } 15 \cdot 1,04^{40} + \frac{0,4(1,04^{40} - 1)}{1,04 - 1} + 3 =$$

$$\text{" " " 2. " } 8 \cdot 1,04^{20} + \frac{0,8(1,04^{20} - 1)}{1,04 - 1} + 1,5 =$$

Letzteres ergibt die Kosten der 2. Sorte für die ersten 20 Jahre. Bezeichnen wir diese mit  $k$ , so sind die Kosten für die letzten 20 Jahre:

$$k \cdot 1,04^{20} + \frac{0,8(1,04^{20} - 1)}{1,04 - 1} + 1,5 =$$

36) Als die Eisenbahnbrücke über den roten Main bei Neuenreuth in den siebziger Jahren erbaut werden sollte, wurden behufs definitiver Feststellung des Brückenprojekts verschiedene Projekte zur Auswahl aufgestellt und veranschlagt. Zwischen zwei von diesen stelle nach folgenden Angaben einen finanziellen Vergleich an. Es sollen  $4\%$  Zinsen gerechnet werden. Nach dem einen Projekt sollte eine massive steinerne Brücke von 77,5 m Länge mit 5 halbkreisförmigen gewölbten Öffnungen von je 12 m Spannweite gebaut werden, deren Kostenbetrag sich auf 93000  $\mathcal{M}$  bezifferte. Nach dem andern Projekt sollte eine aus 4 Öffnungen bestehende Brücke mit steinernen Pfeilern und schmiedeeiserner Fachwerkkonstruktion zu je 16 m Stützweite gebaut werden, deren Kosten sich auf 72500  $\mathcal{M}$  bezifferte. Für Lieferung und Aufstellung der Eisenkonstruktion incl. Delfarbenanstrich waren 23681  $\mathcal{M}$  und für Lieferung und Aufbringung der eichenen Querschwellen, sowie der Bedielung der Jahrbahn waren 3210  $\mathcal{M}$  angesetzt. Die Dauer der Eisenkonstruktion ist zu 80 Jahren und die des zur Jahrbahn verwandten Holzes zu 12 Jahren anzunehmen. Jede 5 Jahre ist ein Delanstrich erforderlich, der zu 800  $\mathcal{M}$  veranschlagt ist.

Andeutung der Ausrechnung. Berechne: a. den jährlichen Tilgungs- oder Erneuerungsbetrag für die Eisenkonstruktion und das Eichenholz und b. die Kosten für den Delanstrich pro Jahr. Die sich ergebende Summe kapitalisiere mit  $4\%$  und addiere dieses Kapital zu den gesamten Baukosten der Brücke.

37) A. hat auf seinem Hause eine Hypothekschuld von 20000  $\mathcal{M}$ , die mit  $4\%$  verzinst wird. Der Gläubiger ist damit einverstanden, daß A. jährlich 1500  $\mathcal{M}$  zur Deckung der Zinsen und Tilgung des Kapitals zahlt. In wie viel Jahren wird das Kapital getilgt sein?

Ausrechnung: A. muß jährlich 800  $\mathcal{M}$  Zinsen zahlen, er zahlt also jährlich 700  $\mathcal{M}$ , um das Kapital zu tilgen. Letzteres ist erreicht, sobald die Rente bei 4% Zinsezinsen zu der Höhe des Kapitals angewachsen ist.

Es ergibt sich also nachstehender Ansatz:

$$\frac{700(1,04^n - 1)}{1,04 - 1} = 20000; \quad 1,04^n - 1 = \frac{800}{700} = \frac{8}{7};$$

$$1,04^n = \frac{8}{7} + 1 = \frac{15}{7}; \quad n \cdot \log 1,04 = \log 15 - \log 7;$$

$$n = \frac{\log 15 - \log 7}{\log 1,04} = \frac{1,17609 - 0,84510}{0,01703} = \frac{0,33099}{0,01703} = 19,43 \text{ Jahre.}$$

Bemerk. Wenn A. 19 Jahre die Rente gezahlt hat, dann ist zu berechnen, wie viel A. noch schuldig ist. Den Rest könnte er dann sofort oder mit 4% Zinsen am Ende des 20. Jahres bezahlen.

38) Berechne wie viel A. nach voriger Aufg. am Ende des 19. Jahres, nachdem er die 19. Rente bezahlt hat, noch schuldig ist.

$$\text{Ansatz: } 20000 - \frac{700(1,04^{19} - 1)}{1,04 - 1} =$$

39) Einige Kapitalisten lassen Arbeitshäuser bauen, die sie unter folgenden Bedingungen an Arbeiter verkaufen wollen. Der Kaufpreis beträgt 3000  $\mathcal{M}$  (Selbstkostenpreis), beim Abschluß des Kaufkontraktes müssen 15% von der Kaufsumme eingezahlt werden, vom Restbetrage müssen jährlich 5% eingezahlt werden und zwar  $3\frac{1}{2}\%$  Zinsen und  $1\frac{1}{2}\%$  zur Tilgung der Schuld. Nach wie viel Jahren ist die Schuld getilgt?

40) Eine Stadt hat eine Anleihe von 500000  $\mathcal{M}$ , die mit  $3\frac{1}{2}\%$  verzinst wird, aufgenommen. (Es sind ähnliche Schuldscheine wie Staatspapiere ausgestellt.) Die Regierung hat die Stadt verpflichtet, jährlich  $4\frac{1}{2}\%$  von der ganzen Schuld in den Ausgabeetat einzustellen. Der Betrag, den die Stadt über die Zinsen hinaus jährlich zahlt, soll zur Tilgung der Schuld dienen, und es werden am Schlusse jedes Jahres eine Anzahl Schuldscheine in der Höhe des über die Zinsen hinausgehenden Betrages ausgelöst. In wie viel Jahren wird die Anleihe getilgt?

41) Man sagt nach voriger Aufg., die Schuld wird mit 1% getilgt (amortisiert). In wie viel Jahren wird eine Schuld bei 2% getilgt, wenn der Berechnung a.  $3\frac{1}{2}\%$ , b. 4% zugrunde gelegt werden?

$$\text{Ansatz für a. : } \frac{2(1,035^n - 1)}{1,035 - 1} = 100$$

42) Wie viel Proz. des Restbetrages müßte nach Aufg. 39 der Käufer jährlich zahlen, wenn die Tilgung desselben in 25 Jahren erreicht werden sollte?

Ausrechnung: Man berechne zunächst die Rente, die jährlich gezahlt werden muß, um 100  $\mathcal{M}$  zu tilgen.

$$\text{Ansatz: } \frac{r(1,035^{25} - 1)}{1,035 - 1} = 100$$

43) A. hat auf seinem Hause eine Hypothekschuld, die er in 20 Jahren tilgen möchte. Wie viel Proz. von der Schuld hat er a. bei  $3\frac{1}{2}\%$  und b. 4% Zinsezinsen jährlich abzutragen?

44) Die Dauer einer Dampfmaschine ist auf 15 Jahre geschätzt. a. Wie viel Proz. müssen jährlich abgeschrieben werden, wenn  $3\frac{1}{2}\%$  Zinsezinsen gerechnet werden? b. Wie viel beträgt der Prozentbetrag, wenn die Maschine 12850  $\mathcal{M}$  gekostet hat?