Lehrbuch der Stereometrie

Hauck, Guido

Tübingen, 1893

D. Anhang.

urn:nbn:de:hbz:466:1-77777

W. EAB können nämlich auch die drei anderen von AB und AE gebildeten Winkelräume benützt werden.)

Zusatz. Werden zwei windschiefe Gerade von einer dritten Geraden so geschnitten, daß diese mit beiden gleiche Winkel macht, so liegen die Schnittpunkte gleich weit entfernt von den Fußpunkten der kürzesten Entfernung der zwei Windschiefen; und umgekehrt.

D. Anhang

von Lehrsätzen und Aufgaben.*)

I. Lehrsätze.

1—17: Gerade und Ebenen, Strecken und Winkel.

1. Ist einem windschiefen Viereck (d. h. einem Viereck, dessen vier Ecken nicht in einer Ebene liegen) ein ebenes Viereck einbeschrieben, so schneiden sich je zwei Gegenseiten des ebenen Vierecks auf einer Diagonale des windschiefen. (I. Einl. 6. d.)

2. Liegen zwei Dreiecke ABC und A'B'C', deren Ebenen nicht parallel sind, so, daß die drei Verbindungslinien je zweier entsprechenden Ecken sich in einem Punkt schneiden, so müssen sich je zwei entsprechende Dreieckseiten schneiden, und müssen die drei Schnittpunkte in gerader Linie liegen; und umgekehrt. (Satz von Desargues.) (I. Einl. 4. a und 6. d.)

3. a. Ist von zwei parallelen Geraden die eine einer Ebene parallel, so ist es auch die andere. (I. 1. a und b.)

b. Ist eine Gerade der einen von zwei parallelen Ebenen parallel, so ist sie auch der andern parallel.

4. Legt man durch einen festen Punkt (Zentrum) und eine Gerade eine Ebene (projizierende Ebene) und bringt diese zum Schnitt mit einer festen Ebene (Bildebene), so heißt die Schnittlinie die Zentralprojektion der Geraden auf die Ebene von dem Punkt aus. — Die Zentralprojektionen einer Anzahl paralleler Geraden schneiden sich alle in einem Punkt (Flucht-

*) Diejenigen Sätze, welche zur Lösung von späteren Aufgaben unerläßlich sind und welche auch außerhalb des Anhanges noch Verwertung finden, sind durch ein Kreuz (†) ausgezeichnet.

punkt), nämlich im Spurpunkt des durch das Zentrum zu den Geraden gezogenen Parallelstrahls. (I. Einl. 4. b u. 6. b.)

5. a. Eine Gerade und eine Ebene, die senkrecht auf einer zweiten Ebene stehen, sind zu einander parallel. (I. 8. b, I. 10. b, I. 1. b, oder indirekt.)

b. Eine Gerade und eine Ebene, die senkrecht zu einer zweiten Geraden stehen, sind zu einander parallel.

c. Ist die eine von zwei parallelen Ebenen senkrecht zu einer dritten Ebene, so ist es auch die andere.

6. Sind zwei Ebenen senkrecht zu je einer von zwei windschiefen Geraden, so ist ihre Schnittlinie parallel der kürzesten Entfernung der zwei Windschiefen. (I. Anh. 5. b und I. 1. Zus. 2.)

† 7. Haben zwei Keile parallele Keilblätter, so sind auch die Keilkanten parallel, und die Keile gleich oder supplementär.

8. Stehen eine Gerade und eine Ebene senkrecht auf einander, so komplementieren sich ihre Neigungswinkel gegen eine zweite Ebene.

† 9. Zieht man durch einen beliebigen Punkt die Senkrechten zu zwei Ebenen, so sind die von den Senkrechten eingeschlossenen Winkel gleich den Keilwinkeln der von den Ebenen gebildeten Keile; und zwar ist der Winkel, dessen Schenkel die Strecken zwischen dem Punkt und den zwei Fußpunkten sind, das Supplement des Keils, innerhalb dessen der Punkt liegt.

† 10. Ist M eine Ebene (die man sich in horizontaler Lage vorstellen mag), N eine zweite, gegen die erste geneigte Ebene, und zieht man in N eine Gerade senkrecht zu ihrer Spurlinie mit M, so heißt diese Gerade eine Neigungslinie oder eine Linie des Gefälls der Ebene N in Beziehung auf die Ebene M, und es gilt der Satz: der Neigungswinkel der Ebene N gegen die Ebene M ist gleich dem Neigungswinkel ihrer Neigungslinie. (I. 9. a.)

11. Macht eine Gerade mit zweien sich schneidenden Ebenen gleiche Winkel, so haben ihre Spurpunkte gleiche Abstände je von der andern Ebene und gleiche Abstände von der Schnittlinie beider Ebenen; und umgekehrt.

12. Steht eine Gerade schief zu einer Ebene M, so hat unter allen Ebenen, die durch sie gelegt werden können, a) diejenige den kleinsten Neigungswinkel gegen M, deren Spurlinie senkrecht

zur Geraden ist; b) je zwei Ebenen, deren Spurlinien gleiche Winkel mit ihr bilden, haben gleiche Neigungswinkel; c) der Neigungswinkel ist um so größer, je kleiner der spitze Winkel ist, den die Spurlinie mit der Geraden macht. (I. Anh. 10.) — Die Sätze gelten auch umgekehrt.

13. a. Die Mitten der vier Seiten eines windschiefen Vierecks liegen in einer Ebene und bilden die Ecken eines Parallelogramms; desgleichen die Mitten je zweier Gegenseiten und der zwei Diagonalen.

b. Die drei Verbindungslinien der Mitten je zweier Gegenseiten und der zwei Diagonalen eines windschiefen Vierecks schneiden sich in einem Punkt und halbieren sich in ihm gegenseitig.

14. Schneidet man die vier Seiten eines windschiefen Vierecks durch eine Ebene, die den zwei Diagonalen parallel ist, so bilden die Schnittpunkte die Ecken eines Parallelogramms, und werden die vier Seiten in den Schnittpunkten proportioniert geteilt. (I. 15. Zus. und I. 14. d.) (Spezialfall von I. Anh. 1.)

† 15. a. Zwei ebene Vielecke, deren Ecken zu einander symmetrisch sind in Bez. auf eine Ebene, sind kongruent. Je zwei entsprechende Seiten der Vielecke schneiden sich in einem Punkt der Symmetralebene und haben gleiche Neigung gegen sie. Die zwei Vielecksebenen schneiden sich nach einer Geraden der Symmetralebene und haben gleiche Neigung gegen sie.

† b. Schneiden zwei Ebenen eine dritte Ebene nach der nämlichen Geraden unter gleichen Neigungswinkeln, so sind sie symmetrisch in Bez. auf die dritte Ebene, d. h. sie werden von jeder zu ihr senkrechten Geraden in zwei symmetrischen Punkten geschnitten.

† c. Sind in Bez. auf eine Ebene die Keilblätter eines Keils einzeln symmetrisch zu den Keilblättern eines andern Keils, so sind auch die Keilkanten symmetrisch und die Keile gleich. (Schneidet die von einem bel. Punkt C der einen Keilkante auf die Symmetralebene gefällte Senkrechte CF die Keilblätter des andern Keils in C' und C'', so muß, nach b, $FC' = FC''$ sein. Man konstr. dann in C und C' die Keilwinkel.)

† 16. Sind zwei Punkte oder Gerade oder Ebenen symmetrisch in Beziehung auf eine Ebene, so hat jeder Punkt der Symmetralebene gleiche Abstände von den zwei Punkten oder Geraden oder Ebenen.

17. Schneidet man auf zwei windschiefen Geraden von den Fußpunkten ihrer kürzesten Entfernung aus vier gleiche Strecken ab, so hat die Verbindungsstrecke zweier Endpunkte die gleiche Länge und bildet mit den zwei Windschiefen die gleichen Winkel wie die Verbindungsstrecke der zwei andern Endpunkte. (Vgl. I. Aufg. 10.)

18—24: Geometrische Örter.

† 18. a. Der geom. Ort eines Punktes, der von zwei festen Punkten gleich weit entfernt ist, ist eine Ebene, die auf der Verbindungsstrecke der zwei Punkte in deren Mitte senkrecht steht. Sie heißt die Mittellotebene der Strecke. (Vgl. I. Anh. 16.)

b. Der geom. Ort eines Punktes, der von drei festen Punkten gleich weit entfernt ist, ist eine Gerade, die auf der durch die drei Punkte gelegten Ebene im Mittelpunkt des durch sie beschriebenen Kreises senkrecht steht. (Vor. Satz oder I. 12. Zus. 2.)

† 19. a. Der geom. Ort eines Punktes, der von zwei sich schneidenden Geraden gleich weit entfernt ist, wird gebildet von zwei Ebenen, die auf der Ebene der Geraden in den Halbierungslinien der von ihnen gebildeten Winkel senkrecht stehen. Eine solche Ebene heißt die Mittellotebene des zugehörigen Winkels. (Vgl. I. Anh. 16.)

† b. Die Mittellotebene eines Winkels ist zugleich der geom. Ort eines Strahls, der vom Scheitel des Winkels ausgeht und mit beiden Schenkeln gleiche Winkel macht. (I. 13. c.)

c. Macht eine Gerade mit drei in einer Ebene liegenden und durch ihren Spurpunkt gehenden Geraden gleiche Winkel, so sind diese Winkel Rechte, und steht also die Gerade senkrecht auf der Ebene.

† 20. Der geom. Ort eines Punktes, der von zwei sich schneidenden Ebenen gleich weit entfernt ist, wird gebildet von zwei Ebenen, welche durch die Schnittlinie der ursprüngl. zwei Ebenen gehen und die von ihnen gebildeten Keile halbieren. Sie stehen auf einander senkrecht und heißen die Medianebenen der zugehörigen Keile. (Vgl. I. Anh. 16.)

† 21. a. Der geom. Ort eines Punktes, der von zwei sich schneidenden Ebenen ein geg. Verhältnis der Entfernungen hat, wird von zwei Ebenen gebildet, die durch die Schnittlinie der zwei ursprüngl. Ebenen gehen. (Wie werden sie gefunden?)

b. Diese zwei Ebenen bilden zusammen mit den ursprünglichen zwei Ebenen ein harmonisches Ebenenbüschel. Ein solches hat die Eigenschaft, daß es von jeder Geraden nach vier harmonischen Punkten, und von jeder Ebene nach vier harmonischen Strahlen geschnitten wird. (Bew. zuerst für eine Gerade, die in einer zur Schnittlinie der vier Ebenen senkrechten Ebene liegt, hierauf mit Hilfe einer solchen — für eine beliebige Gerade.)

c. Werden vier durch eine gemeinschaftliche Schnittlinie gehende Ebenen von einer Geraden nach vier harmonischen Punkten, oder von einer Ebene nach vier harmonischen Strahlen geschnitten, so gilt dasselbe von jeder andern Schnittgeraden und Schnittebene.

22. a. Wird ein Ebenenbüschel (d. i. eine Anzahl von Ebenen, die durch die nämliche gerade Linie gehen) von einer Anzahl paralleler Geraden geschnitten, so sind die Abschnitte der letzteren zwischen denselben Ebenen einander proportioniert.

b. Werden zwei sich schneidende Ebenen von einer Schar paralleler Geraden geschnitten, und liegt auf jeder Geraden ein Punkt, der die Strecke zwischen ihren zwei Spurpunkten in einem geg. Verhältnis teilt, so ist der geom. Ort dieses Punktes eine Ebene, die durch die Schnittlinie der zwei ursprüngl. Ebenen geht.

† 23. a. Werden zwei parallele Ebenen von beliebigen Geraden geschnitten, und liegt auf jeder Geraden ein Punkt, der die Strecke zwischen ihren zwei Spurpunkten in einem geg. Verhältnis teilt, so ist der geom. Ort dieses Punktes eine Ebene, die den zwei ursprüngl. Ebenen parallel ist und ihre Entfernung in dem geg. Verhältnis teilt. (Kehrsatz von I. 14. d.)

b. Befinden sich zwischen zwei Ebenen drei gleiche und parallele Strecken, die nicht in einer Ebene liegen, so sind jene zwei Ebenen parallel. (Kehrsatz von I. 14. c.)

24. Legt man durch zwei windschiefe gerade Linien zwei beliebige Ebenen, und zieht in einer Medianebene der von ihnen gebildeten Keile parallel zur Keilkante beliebig eine Gerade, so hat diese von den zwei Windschiefen gleiche kürzeste Entfernungen. (I. 15. Zus. und I. Anh. 20.)

25—31: Projektionssätze.

† 25. a. Die Projektion eines ebenen Vielecks auf eine zu seiner Ebene parallele Projektionsebene ist dem Vieleck kongruent.

b. Zieht man durch die Ecken eines ebenen Vielecks in beliebiger Richtung Parallelen, die eine mit der Vielecks-Ebene parallele Ebene schneiden, so bilden die Schnittpunkte die Ecken eines zweiten Vielecks, das dem ersten kongruent ist.

† 26. Die Projektionen paralleler Strecken sind parallel und den Strecken proportioniert.

27. a. Die Projektion eines rechten Winkels, dessen einer Schenkel der Projektionsebene parallel ist, ist wieder ein rechter Winkel. (I. 9. a.)

b. Ein Rechteck, dessen eine Seite der Projektionsebene parallel ist, projiziert sich wieder als Rechteck. — Ein Rhombus, dessen eine Diagonale der Projektionsebene parallel ist, projiziert sich wieder als Rhombus.

28. Steht eine Gerade senkrecht auf einer Ebene, so ist ihre Projektion auf eine beliebige Projektionsebene senkrecht zu der Spurlinie der Ebene.

29. a. Legt man durch die Halbierungslinie eines Winkels oder seines Nebenwinkels eine Ebene, so haben die Schenkel gleiche Neigung gegen die Ebene, und ihre Projektionen auf die Ebene machen mit der Halbierungslinie gleiche Winkel. (Man schneide von den Schenkeln gleiche Strecken ab.)

b. Die Halbierungslinie eines Winkels projiziert sich auf eine zu ihr oder zur Halbierungslinie des Nebenwinkels parallele Ebene als Halbierungslinie der Projektion des Winkels.

30. Die Summe der Neigungswinkel einer Geraden gegen zwei zu einander senkrechte Ebenen liegt zwischen 0 und R. (I. 13. a.) (Wann ist die Summe = 0, und wann = R?)

† 31. Werden verschiedene in einer Ebene liegende Vielecke auf eine zweite Ebene projiziert, so sind ihre Inhalte den Inhalten ihrer Projektionen proportioniert, und zwar verhält sich jedes Vieleck zu seiner Projektion wie eine beliebige Strecke einer Neigungslinie der Vielecks-Ebene (I. Anh. 10) zu ihrer Projektion. Der Satz gilt auch für Vielecke von unendl. vielen unendl. kleinen Seiten. (Man beweise den Satz zuerst für ein Trapez, dessen eine Seite in der Spurlinie der Vielecksebene liegt und dessen zwei parallele Seiten Neigungslinien sind. Ein beliebiges Vieleck läßt sich dann als algebr. Summe von solchen Trapezen darstellen.)

II. Aufgaben.

1—20: Aufgaben, die durch zweckmäßig gelegte Ebenen, bezw. geometrische Örter gelöst werden.

1. a. Durch einen geg. Punkt —

b. Parallel zu einer geg. Richtungslinie eine Gerade zu ziehen, die eine geg. Gerade und eine geg. Kreislinie schneide. (Wie viele Lösungen? Wann wird die Lösung unmöglich?)*)

2. a. Zwischen einen Punkt und eine Ebene eine Strecke von geg. Länge so zu legen, daß sie einer zweiten Ebene parallel sei. (I. 2. Zus.)

b. Durch einen geg. Punkt eine Gerade zu ziehen, die eine Ebene und eine zu dieser parallele Gerade so schneide, daß das zwischen beide fallende Stück eine geg. Länge habe.

3. Zwischen zwei windschiefe Gerade eine Strecke von geg. Länge so zu legen, daß sie einer geg. Ebene parallel sei.

Anm. Ist zwischen zwei windschiefe Gerade eine Strecke zu legen, die gewisse Bedingungen erfüllen soll, so lege man durch die Geraden das Paar paralleler Ebenen (I. 15. Zus.), versuche dann, die Strecke zunächst zwischen die zwei Ebenen beliebig zu legen, doch so, daß sie der verlangten Lage parallel ist, und bringe sie schließlich (ähnlich wie in I. 15) durch Parallelverschiebung in die richtige Lage. Häufig (wie z. B. hier) genügt eine einzige der zwei parallelen Ebenen.

4. Geg. ein Punkt, eine Gerade und zwei Ebenen. Durch den Punkt eine Gerade zu ziehen, welche die geg. Gerade schneide und mit den zwei Ebenen zwei Schnittpunkte erzeuge, deren Entfernungen von dem geg. Punkt ein geg. Verhältnis haben.

5. a. In einer Ebene eine gerade Linie so zu ziehen, daß jeder ihrer Punkte von zwei außerhalb der Ebene geg. Punkten gleich weit entfernt sei. (I. Anh. 18. a.)

b. Auf einer Geraden oder Kreislinie einen Punkt zu bestimmen, der von zwei geg. Punkten gleich weit entfernt sei.

c. In einer Ebene einen Punkt zu finden, der von drei außerhalb der Ebene geg. Punkten gleich weit entfernt sei. (I. Anh. 18. b.)

*) Diese Fragen sind bei sämtlichen Aufgaben zu stellen.

6. Statt der Punkte in Aufg. 5. a, b und c seien Ebenen geg., von denen die gesuchten Punkte gleiche Entfernungen haben sollen. (I. Anh. 20.)

7. a. Eine Gerade zu finden, die dreien geg. parallelen Geraden parallel sei und von ihnen gleiche Entfernungen habe.

b. Geg. drei Ebenen, deren Schnittlinien parallel sind. Eine Gerade zu finden, die den drei Ebenen parallel sei und von ihnen gleiche Entfernungen habe.

8. Ein geg. Dreieck so zu legen, daß seine drei Ecken einzeln in einem geg. Punkt, auf einer geg. Geraden und in einer geg. Ebene liegen. (Bestimmung der in der Ebene liegenden Ecke entw. mittels des geom. Ortes der zugehör. Dreieckshöhe oder mittels I. 12. Zus. 2.)

9. Einen Punkt zu finden, der von vier geg. Punkten gleich weit entfernt sei.

10. a. Einen Punkt zu finden, der von vier geg. Ebenen gleich weit entfernt sei.

b. Einen Punkt zu finden, dessen Entfernungen von vier geg. Ebenen sich verhalten wie $m : n : p : q$. (I. Anh. 21. a.) (Im allgem. 8 Lösungen. Vgl. III. Anh. 16. d Schlußbem.)

11. Einen Punkt zu finden, der von den vier Seiten eines windschiefen Vierecks gleich weit entfernt sei. (I. Anh. 19. a.) (Im allgem. 8 Lösungen.)

12. a. Auf einer Geraden oder Kreislinie einen Punkt zu bestimmen, der von einer geg. Ebene eine geg. Entfernung habe. (I. 14. Zus. 1.)

b. Einen Punkt zu finden, der von drei geg. Ebenen geg. Entfernungen habe.

c. Eine Gerade zu finden, die zweien geg. Ebenen parallel sei und von jeder eine geg. Entfernung habe.

13. Auf einer Geraden einen Punkt zu finden, dessen Entfernungen von zwei geg. Ebenen eine geg. Summe oder Differenz haben. (I. 14. Zus. 1 und I. Anh. 20.)

14. Andere Lösung von I. Aufg. 10 mit Hilfe von I. Anh. Anm. zu Aufg. 3 und I. Anh. 19. b.

15. Eine Gerade zu finden, die einer geg. Geraden parallel sei und von zwei anderen Geraden gleiche geg. kürzeste Entfernungen habe. (I. Anh. 24, I. 3. a oder I. 15. Zus., I. 14. Zus. 1.)

16. Eine Gerade zu bestimmen, die drei windschiefe Gerade so schneide, daß die durch die drei Schnittpunkte begrenzten Strecken ein geg. Verhältnis haben. (I. 15. Zus., I. Anh. 23. a, I. Aufg. 7. a.)

17. Eine Gerade zu finden, die zwei gegenüberliegende Seiten eines windschiefen Vierecks proportioniert schneide und auf einer von ihnen senkrecht stehe. (I. 15. Zus., I. 14. d, I. 6. b, I. 1. Zus. 2, I. Aufg. 7. b.)

18. a. Die kürzeste Entfernung zweier windschiefen Geraden zu finden durch eine ähnliche Konstruktion wie bei der vor. Aufgabe. (I. Anh. 6, I. Aufg. 7. b.)

b. Eine Gerade zu finden, die von vier geg. Geraden zwei schneide und zu den zwei andern senkrecht sei.

19. a. Auf einer Geraden einen Punkt zu bestimmen, dessen Summe der Entfernungen von zwei außerhalb gelegenen Punkten einen kleinsten Wert habe. (Man lege durch die Gerade und jeden der zwei Punkte eine Ebene und drehe die eine Ebene um die Gerade, bis sie mit der andern zusammenfällt.)

b. In einer Ebene einen Punkt zu bestimmen, dessen Summe der Entfernungen von zwei auf der nämlichen Seite der Ebene gelegenen Punkten einen kleinsten Wert habe.

20. a. In einer Ebene den geom. Ort eines Punktes zu ermitteln, dessen Verbindungslinien mit zwei außerhalb der Ebene geg. festen Punkten gleiche Neigung gegen die Ebene haben.

b. In einer Ebene einen Punkt zu bestimmen, dessen Verbindungslinien mit drei außerhalb gelegenen Punkten gleiche Neigung gegen die Ebene haben.

21—32: Aufgaben, die durch Konstruktion von rechtwinkligen Dreiecken gelöst werden (z. T. ähnlich wie I. Aufg. 9 und 10).

21. a. In einer Ebene durch einen geg. Punkt (oder parallel einer geg. Richtung) eine Gerade zu ziehen, die von einem außerhalb gelegenen Punkt eine geg. Entfernung habe.

b. In einer Ebene eine Gerade zu ziehen, die von zwei außerhalb gelegenen Punkten geg. Abstände habe.

22. a. In einer horizontalen Ebene einen Punkt zu bestimmen, in dem eine Strecke von geg. Länge vertikal aufgestellt werden

muß, um von zwei in der Ebene geg. Punkten unter geg. Sehwinkeln gesehen zu werden.

b. In einer horizontalen Ebene einen Punkt zu finden, von dem aus gesehen zwei auf der Ebene aufstehende vertikale Strecken unter geg. Sehwinkeln erscheinen.

23. a. Durch eine geg. Gerade eine Ebene zu legen, die von einem geg. Punkt eine geg. Entfernung habe.

b. Durch einen geg. Punkt eine Ebene zu legen, die einer geg. Geraden parallel sei und von ihr eine geg. Entfernung habe.

c. Durch einen geg. Punkt eine Gerade zu ziehen, die von zwei geg. Geraden geg. kürzeste Entfernungen habe. (Mit Hilfe von b.)

24. Von einem auf einer Geraden geg. Punkt nach einer Ebene eine Strecke von geg. Länge zu legen, so daß sie mit der Geraden einen geg. Winkel mache.

25. Durch einen Punkt einer in einer Ebene geg. Geraden eine Gerade zu ziehen, die mit der Ebene und der Geraden je einen geg. Winkel mache.

26. Durch eine geg. Gerade eine Ebene zu legen, die mit einer geg. Ebene einen geg. Winkel mache.

27. a. Durch den einen Schenkel eines geg. Winkels eine Ebene zu legen, die gegen den andern Schenkel eine geg. Neigung habe.

b. Durch eine geg. Gerade eine Ebene zu legen, die gegen eine andere Gerade eine geg. Neigung habe.

28. Durch einen geg. Punkt eine Gerade zu ziehen, die gegen eine Ebene eine geg. Neigung habe und parallel einer zweiten Ebene sei.

29. a. Zwischen eine Gerade (oder Kreislinie) und eine Ebene eine Strecke von geg. Länge so zu legen, daß sie parallel einer zweiten Ebene sei und mit der ersten Ebene einen geg. Winkel mache. (Vor. Aufg.)

b. Zwischen eine Gerade und eine Ebene eine Strecke von geg. Länge so zu legen, daß sie parallel einer zweiten Ebene sei und mit der Geraden einen geg. Winkel mache. (I. Aufg. 9.)

c. Zwei windschiefe Gerade (oder eine Gerade und eine Kreislinie) durch eine Gerade zu verbinden, die parallel einer geg. Ebene sei und mit einer der zwei (bezw. mit der) geg. Geraden einen geg. Winkel mache. (I. Aufg. 7. b, bezw. I. Anh. Aufg. 1. b.)

30. a. Geg. zwei Punkte und eine Gerade. Auf der Geraden einen dritten Punkt zu finden, so daß das durch die drei Punkte bestimmte Dreieck einen geg. Inhalt habe. (I. Anh. Anm. zu Aufg. 3.)

b. Zwischen zwei windschiefe Gerade eine Strecke von geg. Länge so zu legen, daß sie mit einer von ihnen einen geg. Winkel mache.

31. Zwischen zwei windschiefe Gerade eine Strecke von geg. Länge so zu legen, daß ihre Projektion auf eine geg. Ebene eine geg. Länge habe. (Man suche die Strecke zunächst von dem Spurpunkt der einen Windschiefen nach der durch die andere gehenden Parallelebene zu legen.)

32. Ein geg. Quadrat so zu legen, daß zwei gegenüberliegende Ecken auf zwei windschiefen Geraden liegen, und daß es sich auf eine geg. Ebene als Rhombus von geg. Inhalt projiziere. (I. Anh. 27. b und 31. Durch Anwendung von I. Anh. Aufg. 3 erhält man zwei, durch Anwendung der vor. Aufg. zwei weitere Lösungen.)