Lehrbuch der Stereometrie

Hauck, Guido

Tübingen, 1893

18 - 24: Geometrische Örter

urn:nbn:de:hbz:466:1-77777

17. Schneidet man auf zwei windschiefen Geraden von den Fußpunkten ihrer kürzesten Entfernung aus vier gleiche Strecken ab, so hat die Verbindungsstrecke zweier Endpunkte die gleiche Länge und bildet mit den zwei Windschiefen die gleichen Winkel wie die Verbindungsstrecke der zwei andern Endpunkte. (Vgl. I. Aufg. 10.)

18—24: Geometrische Örter.

† 18. a. Der geom. Ort eines Punktes, der von zwei festen Punkten gleich weit entfernt ist, ist eine Ebene, die auf der Verbindungsstrecke der zwei Punkte in deren Mitte senkrecht steht. Sie heißt die Mittellotebene der Strecke. (Vgl. I. Anh. 16.)

b. Der geom. Ort eines Punktes, der von drei festen Punkten gleich weit entfernt ist, ist eine Gerade, die auf der durch die drei Punkte gelegten Ebene im Mittelpunkt des durch sie beschriebenen Kreises senkrecht steht. (Vor. Satz oder I. 12. Zus. 2.)

† 19. a. Der geom. Ort eines Punktes, der von zwei sich schneidenden Geraden gleich weit entfernt ist, wird gebildet von zwei Ebenen, die auf der Ebene der Geraden in den Halbierungslinien der von ihnen gebildeten Winkel senkrecht stehen. Eine solche Ebene heißt die Mittellotebene des zugehörigen Winkels. (Vgl. I. Anh. 16.)

† b. Die Mittellotebene eines Winkels ist zugleich der geom. Ort eines Strahls, der vom Scheitel des Winkels ausgeht und mit beiden Schenkeln gleiche Winkel macht. (I. 13. c.)

c. Macht eine Gerade mit drei in einer Ebene liegenden und durch ihren Spurpunkt gehenden Geraden gleiche Winkel, so sind diese Winkel Rechte, und steht also die Gerade senkrecht auf der Ebene.

† 20. Der geom. Ort eines Punktes, der von zwei sich schneidenden Ebenen gleich weit entfernt ist, wird gebildet von zwei Ebenen, welche durch die Schnittlinie der ursprüngl. zwei Ebenen gehen und die von ihnen gebildeten Keile halbieren. Sie stehen auf einander senkrecht und heißen die Medianebenen der zugehörigen Keile. (Vgl. I. Anh. 16.)

† 21. a. Der geom. Ort eines Punktes, der von zwei sich schneidenden Ebenen ein geg. Verhältnis der Entfernungen hat, wird von zwei Ebenen gebildet, die durch die Schnittlinie der zwei ursprüngl. Ebenen gehen. (Wie werden sie gefunden?)

b. Diese zwei Ebenen bilden zusammen mit den ursprünglichen zwei Ebenen ein harmonisches Ebenenbüschel. Ein solches hat die Eigenschaft, daß es von jeder Geraden nach vier harmonischen Punkten, und von jeder Ebene nach vier harmonischen Strahlen geschnitten wird. (Bew. zuerst für eine Gerade, die in einer zur Schnittlinie der vier Ebenen senkrechten Ebene liegt, hierauf mit Hilfe einer solchen — für eine beliebige Gerade.)

c. Werden vier durch eine gemeinschaftliche Schnittlinie gehende Ebenen von einer Geraden nach vier harmonischen Punkten, oder von einer Ebene nach vier harmonischen Strahlen geschnitten, so gilt dasselbe von jeder andern Schnittgeraden und Schnittebene.

22. a. Wird ein Ebenenbüschel (d. i. eine Anzahl von Ebenen, die durch die nämliche gerade Linie gehen) von einer Anzahl paralleler Geraden geschnitten, so sind die Abschnitte der letzteren zwischen denselben Ebenen einander proportioniert.

b. Werden zwei sich schneidende Ebenen von einer Schar paralleler Geraden geschnitten, und liegt auf jeder Geraden ein Punkt, der die Strecke zwischen ihren zwei Spurpunkten in einem geg. Verhältnis teilt, so ist der geom. Ort dieses Punktes eine Ebene, die durch die Schnittlinie der zwei ursprüngl. Ebenen geht.

† 23. a. Werden zwei parallele Ebenen von beliebigen Geraden geschnitten, und liegt auf jeder Geraden ein Punkt, der die Strecke zwischen ihren zwei Spurpunkten in einem geg. Verhältnis teilt, so ist der geom. Ort dieses Punktes eine Ebene, die den zwei ursprüngl. Ebenen parallel ist und ihre Entfernung in dem geg. Verhältnis teilt. (Kehrsatz von I. 14. d.)

b. Befinden sich zwischen zwei Ebenen drei gleiche und parallele Strecken, die nicht in einer Ebene liegen, so sind jene zwei Ebenen parallel. (Kehrsatz von I. 14. c.)

24. Legt man durch zwei windschiefe gerade Linien zwei beliebige Ebenen, und zieht in einer Medianebene der von ihnen gebildeten Keile parallel zur Keilkante beliebig eine Gerade, so hat diese von den zwei Windschiefen gleiche kürzeste Entfernungen. (I. 15. Zus. und I. Anh. 20.)

25—31: Projektionssätze.

† 25. a. Die Projektion eines ebenen Vielecks auf eine zu seiner Ebene parallele Projektionsebene ist dem Vieleck kongruent.