# Lehrbuch der Stereometrie

**Hauck, Guido**

**Tübingen, 1893**

25 - 31: Projektionssätze

b. Diese zwei Ebenen bilden zusammen mit den ursprünglichen zwei Ebenen ein harmonisches Ebenenbüschel. Ein solches hat die Eigenschaft, daß es von jeder Geraden nach vier harmonischen Punkten, und von jeder Ebene nach vier harmonischen Strahlen geschnitten wird. (Bew. zuerst für eine Gerade, die in einer zur Schnittlinie der vier Ebenen senkrechten Ebene liegt, hierauf mit Hilfe einer solchen — für eine beliebige Gerade.)

c. Werden vier durch eine gemeinschaftliche Schnittlinie gehende Ebenen von einer Geraden nach vier harmonischen Punkten, oder von einer Ebene nach vier harmonischen Strahlen geschnitten, so gilt dasselbe von jeder andern Schnittgeraden und Schnittebene.

22. a. Wird ein Ebenenbüschel (d. i. eine Anzahl von Ebenen, die durch die nämliche gerade Linie gehen) von einer Anzahl paralleler Geraden geschnitten, so sind die Abschnitte der letzteren zwischen denselben Ebenen einander proportioniert.

b. Werden zwei sich schneidende Ebenen von einer Schar paralleler Geraden geschnitten, und liegt auf jeder Geraden ein Punkt, der die Strecke zwischen ihren zwei Spurpunkten in einem geg. Verhältnis teilt, so ist der geom. Ort dieses Punktes eine Ebene, die durch die Schnittlinie der zwei ursprüngl. Ebenen geht.

† 23. a. Werden zwei parallele Ebenen von beliebigen Geraden geschnitten, und liegt auf jeder Geraden ein Punkt, der die Strecke zwischen ihren zwei Spurpunkten in einem geg. Verhältnis teilt, so ist der geom. Ort dieses Punktes eine Ebene, die den zwei ursprüngl. Ebenen parallel ist und ihre Entfernung in dem geg. Verhältnis teilt. (Kehrsatz von I. 14. d.)

b. Befinden sich zwischen zwei Ebenen drei gleiche und parallele Strecken, die nicht in einer Ebene liegen, so sind jene zwei Ebenen parallel. (Kehrsatz von I. 14. c.)

24. Legt man durch zwei windschiefe gerade Linien zwei beliebige Ebenen, und zieht in einer Medianebene der von ihnen gebildeten Keile parallel zur Keilkante beliebig eine Gerade, so hat diese von den zwei Windschiefen gleiche kürzeste Entfernungen. (I. 15. Zus. und I. Anh. 20.)

### 25—31: Projektionssätze.

† 25. a. Die Projektion eines ebenen Vielecks auf eine zu seiner Ebene parallele Projektionsebene ist dem Vieleck kongruent.

b. Zieht man durch die Ecken eines ebenen Vielecks in beliebiger Richtung Parallelen, die eine mit der Vielecks-Ebene parallele Ebene schneiden, so bilden die Schnittpunkte die Ecken eines zweiten Vielecks, das dem ersten kongruent ist.

† 26. Die Projektionen paralleler Strecken sind parallel und den Strecken proportioniert.

27. a. Die Projektion eines rechten Winkels, dessen einer Schenkel der Projektionsebene parallel ist, ist wieder ein rechter Winkel. (I. 9. a.)

b. Ein Rechteck, dessen eine Seite der Projektionsebene parallel ist, projiziert sich wieder als Rechteck. — Ein Rhombus, dessen eine Diagonale der Projektionsebene parallel ist, projiziert sich wieder als Rhombus.

28. Steht eine Gerade senkrecht auf einer Ebene, so ist ihre Projektion auf eine beliebige Projektionsebene senkrecht zu der Spurlinie der Ebene.

29. a. Legt man durch die Halbierungslinie eines Winkels oder seines Nebenwinkels eine Ebene, so haben die Schenkel gleiche Neigung gegen die Ebene, und ihre Projektionen auf die Ebene machen mit der Halbierungslinie gleiche Winkel. (Man schneide von den Schenkeln gleiche Strecken ab.)

b. Die Halbierungslinie eines Winkels projiziert sich auf eine zu ihr oder zur Halbierungslinie des Nebenwinkels parallele Ebene als Halbierungslinie der Projektion des Winkels.

30. Die Summe der Neigungswinkel einer Geraden gegen zwei zu einander senkrechte Ebenen liegt zwischen 0 und R. (I. 13. a.) (Wann ist die Summe = 0, und wann = R?)

† 31. Werden verschiedene in einer Ebene liegende Vielecke auf eine zweite Ebene projiziert, so sind ihre Inhalte den Inhalten ihrer Projektionen proportioniert, und zwar verhält sich jedes Vieleck zu seiner Projektion wie eine beliebige Strecke einer Neigungslinie der Vielecks-Ebene (I. Anh. 10) zu ihrer Projektion. Der Satz gilt auch für Vielecke von unendl. vielen unendl. kleinen Seiten. (Man beweise den Satz zuerst für ein Trapez, dessen eine Seite in der Spurlinie der Vielecksebene liegt und dessen zwei parallele Seiten Neigungslinien sind. Ein beliebiges Vieleck läßt sich dann als algebr. Summe von solchen Trapezen darstellen.)