Lehrbuch der Stereometrie

Hauck, Guido

Tübingen, 1893

10: Fundamentalkonstruktionen der Sphärik

urn:nbn:de:hbz:466:1-77777

10: Fundamentalkonstruktionen der Sphärik.

Aufgabe 10.

Gegeben eine massive Kugel, deren Halbmesser nicht bekannt ist, und auf deren Oberfläche die Konstruktionen mit bloßer Anwendung eines Zirkels ausgeführt werden sollen.

a. Von einem auf der Kugeloberfläche aufgezeichneten Kugelkreis den ebenen Halbmesser zu finden.

b. Den Halbmesser der Kugel zu bestimmen.

c. Durch zwei auf der Kugeloberfläche geg. Punkte einen Großkreis zu legen.

Auflösung. a. Man nehme auf dem geg. Kugelkreis drei beliebige Punkte an, steche mit dem Zirkel ihre Entfernungen ab, und zeichne in einer Ebene ein Dreieck mit diesen drei Entfernungen als Seiten: so ist der dem Dreieck umbeschriebene Kreis gleich dem geg. Kugelkreis.

b. Man beschreibe aus einem beliebigen Punkt der Kugeloberfläche mit beliebiger Zirkelöffnung einen Kugelkreis (vgl. II. Einl. 13. d) und bestimme dessen ebenen Halbmesser (Aufg. a). Konstruiert man dann ein rechtwinkliges Dreieck aus dem ebenen Halbmesser als Höhe und der zuerst benützten Zirkelöffnung als Kathete: so ist die Hypotenuse gleich dem Durchmesser der Kugel.

c. Man zeichne in einer Ebene einen Kreis, dessen Halbmesser gleich dem Kugelhalbmesser ist (Aufg. b); dann stellt der vierte Teil seiner Peripherie den sphär. Halbmesser eines Großkreises der Kugeloberfläche vor (II. Einl. 13. e). Nimmt man also die zugehörige Sehne in den Zirkel, und schlägt auf der Kugeloberfläche mit dieser Zirkelöffnung aus den zwei geg. Punkten Kreisbögen, so sind deren zwei Schnittpunkte die beiden Pole des gesuchten Großkreises (II. 4. b); beschreibt man aus einem von ihnen mit der nämlichen Zirkelöffnung einen Kreis, so ist dieser der verlangte.

Anm. Hiernach können sämtliche Konstruktionen der Sphärik (vgl. II. Einl. 13. f) auf der Kugeloberfläche mit bloßer Anwendung des Zirkels ausgeführt werden. Liegt eine Kugel geg. vor, so wird man den sphär. Halbmesser ihrer Großkreise gleich zu Anfang ein für allemal bestimmen. (Die Schenkel des zu benützenden Zirkels müssen größer als der Halbmesser der Kugel sein.)

D. Anhang

von Lehrsätzen und Aufgaben.

I. Lehrsätze.

1—16: Die Kugel. Geometrische Örter. Berührungskegel.

1. Das Produkt aus den zwei Abschnitten aller durch denselben Punkt gehenden Sehnen einer Kugel ist konstant. (Die Abschnitte sind additiv oder subtraktiv, je nachdem der Punkt innerhalb oder außerhalb der Kugel liegt.)

2. Unter allen durch einen Punkt im Innern einer Kugel gelegten Ebenen erzeugt diejenige, welche auf dem durch den Punkt gehenden Halbmesser senkrecht steht, den kleinsten Schnittkreis.

3. Schneidet man zwei konzentrische Kugelflächen durch eine beliebige Ebene, so hat der Kreisring zwischen den zwei Schnittkreisen einen konstanten Flächeninhalt.

4. Durch drei in drei verschiedenen Ebenen liegende Kreise, von denen jeder jeden zweimal schneidet, läßt sich immer eine Kugelfläche legen. (I. 12. Zus. 2.)

5. a. Eine Kugelfläche wird von einer sie schneidenden Kegel- oder Cylinderfläche, deren Achse durch ihren Mittelpunkt geht, nach zwei Kreislinien geschnitten, deren Ebenen senkrecht zur Achse sind.

b. Lehrsatz I. 12 bleibt richtig, wenn statt „Ebene" — „Kugelfläche" gesetzt wird. Der Punkt kann außerhalb oder innerhalb der Kugelfläche liegen. Unter „Fußpunkt der Senkrechten" ist der Fußpunkt der kürzesten Strecke zu verstehen. Die längste Strecke fällt in dieselbe Gerade (Zentrallinie) wie die kürzeste.