



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Stereometrie

Hauck, Guido

Tübingen, 1893

2 - 6: Prisma

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77777](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77777)

andern proportioniert. Je nachdem die Vielkante an entsprechenden Ecken kongruent oder symmetrisch sind, heißen die Polyeder gleichstimmig ähnlich oder ungleichstimmig ähnlich. Zwei Polyeder, von denen jedes einem von zwei symmetrischen Polyedern gleichstimmig ähnlich ist, sind zu einander ungleichstimmig ähnlich.

2—6: Prisma.

2. a. Zieht man durch die Ecken eines ebenen Vielecks $ABCD \dots$ (Fig. 41) in beliebiger Richtung (aber nicht in

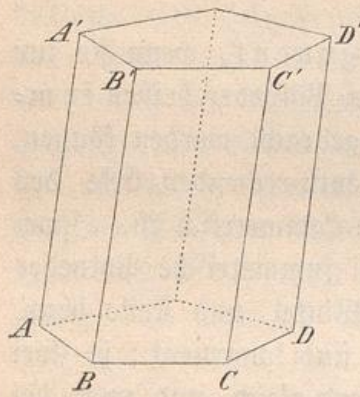


Fig. 41.

der Ebene des Vielecks) Parallelen, und legt durch je zwei aufeinanderfolgende Parallelen Ebenen, so werden diese von einer zur Vielecksebene parallelen Ebene nach den Seiten eines zweiten Vielecks $A'B'C'D' \dots$ geschnitten, das dem ersten kongruent ist. (Denn es sind, nach I. 2, je zwei entsprechende Vielecksseiten parallel, daher, nach I. 4. b, je zwei entsprechende Winkel gleich; ferner sind je zwei entsprechende Vielecksseiten gleich, da sie mit den parallelen Verbindungslinien ihrer Endpunkte ein Parallelogramm bilden.) Diese Parallelogramme samt den zwei Vielecken begrenzen ein Polyeder, welches Prisma heißt.

b. Ein Prisma ist also ein Polyeder, dessen Oberfläche aus zwei kongruenten und parallel liegenden Vielecken und aus eben so vielen Parallelogrammen besteht, als jedes Vieleck Seiten hat. Die Vielecke heißen die Grundflächen, die Parallelogramme die Seitenflächen des Prismas, die Gesamtheit der Seitenflächen bildet seinen Mantel. Die Seiten der Grundflächen heißen Grundkanten, die übrigen, unter sich gleichen und parallelen Kanten heißen Seitenkanten. An jeder Ecke befindet sich ein Drei-

kant. Die Entfernung der beiden Grundflächen heißt die Höhe des Prismas.

c. Ein Prisma heißt dreiseitig, vierseitig u. s. w., wenn seine Grundflächen Dreiecke, Vierecke u. s. w. sind.

d. Jede zu den Seitenkanten parallele Schnittebene schneidet das Prisma nach einem Parallelogramm (I. 1. a und I. 2). Insbesondere ist jeder durch zwei Seitenkanten gehende Diagonalschnitt ein Parallelogramm. Jede zu den Grundflächen parallele Schnittebene schneidet nach einem den Grundflächen kongruenten Vieleck; eine solche Schnittfigur heißt ein Parallelschnitt. Die Schnittfigur einer zu den Seitenkanten senkrechten Schnittebene heißt ein Querschnitt. Alle Querschnitte eines Prismas sind kongruent.

e. Wird der Mantel eines Prismas von einer Ebene geschnitten, die den Grundflächen nicht parallel ist, so wird dadurch das Prisma in zwei Polyeder zerlegt, von denen jedes ein schief abgeschnittenes Prisma heißt.

3. a. Ein Prisma heißt senkrecht, wenn die Seitenkanten auf den Grundflächen senkrecht stehen; andernfalls heißt es schief. Im senkrechten Prisma sind die Seitenflächen und die durch je zwei Seitenkanten gehenden Diagonalschnitte Rechtecke; die Seitenkanten sind gleich der Höhe. Zwei senkrechte Prismen, die kongruente Grundflächen und gleiche Höhen haben, sind kongruent; denn sie können (gemäß I. 7. a) zur Deckung gebracht werden.

b. Ein Prisma heißt regulär, wenn es senkrecht ist und reguläre Vielecke zu Grundflächen hat. Im regulären Prisma sind alle Seitenflächen kongruent und alle Dreiecke kongruent. Die Strecke zwischen den Mittelpunkten der Grundflächen ist den Seitenkanten parallel u. gleich und heißt die Achse des regulären Prismas.

c. Schneidet man den Mantel eines senkrechten Prismas längs einer Seitenkante auf, wickelt ihn als zusammenhängendes Stück von dem Prisma ab, und breitet ihn in einer



Ebene aus, so legen sich in der Netz- oder Abwicklungsfigur die Grundkanten beider Grundflächen je in eine Gerade. Der Umriss der Abwicklungsfigur wird also ein Rechteck, dessen eine Seite gleich der Seitenkante, dessen andere Seite gleich dem Umfang der Grundfläche ist.

d. Ein Cylinder kann als reguläres Prisma angesehen werden, dessen Grundflächen unendl. viele unendl. kleine Seiten haben. Daher kann der Mantel des Cylinders gleich dem Prismenmantel abgewickelt und in einer Ebene ausgebreitet werden. Die Abwicklungsfigur ist (nach c) ein Rechteck, dessen eine Seite gleich der Mantellinie, dessen andere Seite gleich dem Umfang des Grundkreises ist.

4. a. Ein Prisma, dessen Grundflächen Parallelogramme sind (Fig. 42), heißt Parallellach oder Spat (auch Parallelepipedon). Von seinen sechs Flächen, die alle Parallelogramme sind, sind je zwei parallel und kongruent. Jedes Paar paralleler Flächen kann als Grundflächen betrachtet werden. Von den zwölf Kanten sind je vier parallel und gleich. Es sind also drei verschiedene Kantenlängen vorhanden. Von jeder Ecke gehen drei ungleiche

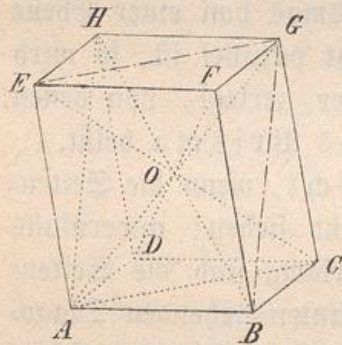


Fig. 42.

Kanten aus.

b. Zwei Ecken eines Parallellachs, die nicht in der nämlichen Fläche liegen, heißen gegenüberliegende Ecken. Zu jeder Ecke ist nur eine gegenüberliegende vorhanden. Ihre Verbindungsstrecke ist eine Diagonale. Das Parallellach hat vier Diagonalen. Von diesen ist jede zugleich Diagonale in zwei von den sechs Diagonalschnitt-Parallelogrammen, und je zwei sind Diagonalen in einem und demselben Diagonalschnitt. Hieraus folgt, daß sich alle vier Diagonalen in einem Punkt schneiden und gegenseitig halbieren. Dieser Punkt heißt der Mittelpunkt des Pa-

rallelflachs. (3. B. halbieren sich in Fig. 42 AG und BH gegenseitig in O wegen Parallelogramm ABGH. CE geht ebenfalls durch O und wird in O halbiert wegen Parallelogramm ACEG, u. s. f.)

c. Die Dreifante an den acht Ecken stehen in derselben Beziehung zu einander wie die acht von drei Ebenen gebildeten Dreifante (II. Anh. 27). Insbesondere sind die Dreifante an zwei gegenüberliegenden Ecken symmetrisch.

5. a. Ein senkrechtcs Prisma, dessen Grundflächen Rechtecke sind, heißt rechtwinkliges Parallelfloch oder Quader. Seine Flächen und Diagonalschnitte sind (nach 3. a) alle Rechtecke. Von den Diagonalschnitten sind je zwei kongruent. Die vier Diagonalen sind gleich. Die Dreifante an den acht Ecken sind sämtlich Oktanten.

b. Sind in einem Parallelfloch drei von einer Ecke ausgehende Kanten gleich, so sind alle zwölf Kanten gleich. Das Parallelfloch ist also von lauter Rhomben umgeben und heißt Rhomboeder. — Unter Rhomboeder im engeren Sinn versteht man ein solches, dessen sechs Rhomben kongruent sind. Die zwei gegenüberliegenden Ecken, in denen alsdann drei gleiche Rhombenwinkel zusammenstoßen, heißen Hauptecken, ihre Verbindungsstrecke heißt Hauptdiagonale. Das Rhomboeder heißt spiz oder stumpf, je nachdem jene drei gleichen Winkel spiz oder stumpf sind.

c. Ein Quader, der zugleich Rhomboeder ist, dessen sechs Flächen also lauter Quadrate sind, heißt Würfel (auch Kubus oder reguläres Hexaeder). Im Würfel sind alle sechs Diagonalschnitte kongruent.

6. Zwei Quader sind kongruent, wenn sie drei von einer Ecke ausgehende Kanten einzeln gleich haben (3. a). Ein Quader ist also bestimmt durch drei von einer Ecke ausgehende Kanten. Ein Würfel ist daher bestimmt durch eine Kante. — Der Würfel, dessen Kante gleich der Längeneinheit ist, wird als Körpereinheit oder Kubikeinheit benügt. Unter dem Rauminhalt oder Kubikinhalte

oder Volumen eines Körpers versteht man die Zahl der Kubikeinheiten, die er faßt. Zwei Körper, die gleichen Rauminhalt haben, heißen gleich.

7—10: Pyramide.

7. a. Zieht man nach den Ecken eines ebenen Vielecks

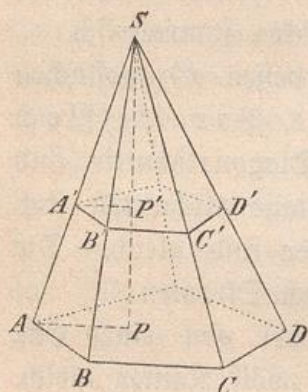


Fig. 43.

ABCD.. (Fig. 43) von einem außerhalb seiner Ebene gelegenen Punkt S Strecken, und legt durch je zwei aufeinanderfolgende Strecken eine Ebene, so begrenzen die in diesen Ebenen liegenden Dreiecke zusammen mit dem Vieleck ein Polyeder, welches Pyramide heißt.

b. Eine Pyramide ist also ein Polyeder, dessen Oberfläche aus einem Vieleck und ebenso vielen Dreiecken besteht, als das Vieleck

Seiten hat. Das Vieleck heißt die Grundfläche, die Dreiecke heißen die Seitenflächen, die Gesamtheit der Seitenflächen bildet den Mantel der Pyramide. Die Seiten der Grundfläche heißen Grundkanten, die übrigen, von S ausgehenden Kanten Seitenkanten. Die Ecke S heißt die Spitze, die Entfernung SP der Spitze von der Grundfläche die Höhe der Pyramide.

c. Eine Pyramide heißt dreiseitig, vierseitig u. s. w., wenn ihre Grundfläche ein Dreieck, Viereck u. s. w. ist. — An jeder Grundecke befindet sich ein Dreikant, an der Spitze ein Vieltant, und zwar ein n -kant, wenn die Pyramide n -seitig ist. — Die dreiseitige Pyramide heißt auch Vierflach (oder Tetraeder). Im Vierflach kann jede Fläche als Grundfläche, die ihr gegenüberliegende Ecke als Spitze betrachtet werden.

d. Jede durch die Spitze gehende Schnittebene schneidet die Pyramide nach einem Dreieck. Insbesondere ist jeder