UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Stereometrie

Hauck, Guido

Tübingen, 1893

7 - 10: Pyramide

urn:nbn:de:hbz:466:1-77777

Visual Library

oder Volumen eines Körpers versteht man die Zahl der Kubikeinheiten, die er faßt. Zwei Körper, die gleichen Rauminhalt haben, heißen gleich.

7—10: Pyramide.

7. a. Zieht man nach den Ecken eines ebenen Vielecks ABCD . . (Fig. 43) von einem außerhalb seiner Ebene gelegenen Punkt S Strecken, und legt durch je zwei aufeinanderfolgende Strecken eine Ebene, so begrenzen die in diesen Ebenen liegenden Dreiecke zusammen mit dem Vieleck ein Polyeder, welches Pyramide heißt.

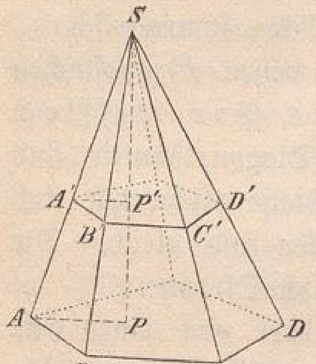

Fig. 43.

b. Eine Pyramide ist also ein Polyeder, dessen Oberfläche aus einem Vieleck und ebenso vielen Dreiecken besteht, als das Vieleck Seiten hat. Das Vieleck heißt die Grundfläche, die Dreiecke heißen die Seitenflächen, die Gesamtheit der Seitenflächen bildet den Mantel der Pyramide. Die Seiten der Grundfläche heißen Grundkanten, die übrigen, von S ausgehenden Kanten Seitenkanten. Die Ecke S heißt die Spitze, die Entfernung SP der Spitze von der Grundfläche die Höhe der Pyramide.

c. Eine Pyramide heißt dreiseitig, vierseitig u. s. w., wenn ihre Grundfläche ein Dreieck, Viereck u. s. w. ist. — An jeder Grundecke befindet sich ein Dreikant, an der Spitze ein Vielkant, und zwar ein n=kant, wenn die Pyramide n=seitig ist. — Die dreiseitige Pyramide heißt auch Vierflach (oder Tetraeder). Im Vierflach kann jede Fläche als Grundfläche, die ihr gegenüberliegende Ecke als Spitze betrachtet werden.

d. Jede durch die Spitze gehende Schnittebene schneidet die Pyramide nach einem Dreieck. Insbesondere ist jeder durch zwei Seitenkanten gehende Diagonalschnitt ein Dreieck. Diagonalen besitzt die Pyramide nicht. — Die Schnittfigur A′B′C′D′ . . (Fig. 43) einer zur Grundfläche parallelen Schnittebene heißt ein Parallelschnitt. Es wird (in B. 10. a) bewiesen werden, daß jeder Parallelschnitt der Grundfläche ähnlich ist.

8. a. Eine Pyramide heißt regulär, wenn die Grundfläche ein reguläres Vieleck ist, und die Spitze auf der Geraden liegt, die auf der Grundfläche in deren Mittelpunkt senkrecht steht. In einer regulären Pyramide sind daher die Grundkanten unter sich gleich, und die Seitenkanten unter sich gleich (I. 12. b). Die Seitenflächen sind kongruente gleichschenklige Dreiecke, und die Dreikante an den Grundecken sind kongruente gleichschenklige Dreikante (II. 8). Hieraus folgt weiter, daß das Vielkant an der Spitze regulär ist, sowie daß die Seitenflächen und Seitenkanten je unter sich gleiche Neigung gegen die Grundfläche haben.

b. Sind in einer regulären dreiseitigen Pyramide die Seitenflächen gleichseitige Dreiecke (und also der Grundfläche kongruent), so heißt das Polyeder: reguläres Tetraeder oder Tetraeder im engeren Sinn.*)

c. Schneidet man den Mantel einer regulären Pyramide längs einer Seitenkante auf, wickelt ihn als zusammenhängendes Stück von der Pyramide ab, und breitet ihn in einer Ebene aus, so erhält man als Netz- oder Abwicklungsfigur ein Vieleck von der Eigenschaft, daß eine Ecke von allen übrigen eine Entfernung gleich der Seitenkante hat, und daß die Summe aller nicht an jene Ecke anstoßenden Seiten gleich dem Umfang der Grundfläche ist.

d. Jeder Kegel kann als reguläre Pyramide angesehen werden, deren Grundfläche unendl. viele unendl. kleine Seiten hat. Daher kann der Mantel des Kegels gleich dem

*) Im folgenden wird unter Tetraeder schlechtweg — stets das reguläre Polyeder verstanden, während die allgemeine dreiseitige Pyramide durch Vierflach bezeichnet wird.

Pyramidenmantel abgewickelt und in einer Ebene ausgebreitet werden. Die Abwicklungsfigur ist (nach c) ein Kreisausschnitt, dessen Halbmesser gleich der Mantellinie, und dessen Bogen gleich dem Umfang des Grundkreises ist.

9. Jedes Polyeder kann man von einem beliebigen, in seinem Innern liegenden Punkt aus in Pyramiden zerlegen, indem man von dem Punkt nach sämtlichen Ecken Strahlen zieht und den Punkt als gemeinschaftliche Spitze, die Strahlen als Seitenkanten, die einzelnen Polyederflächen als Grundflächen der Pyramiden nimmt. Die gemeinschaftliche Spitze kann auch in eine Ecke des Polyeders verlegt werden.

10. a. Eine Pyramide S, ABCD .. (Fig. 43, S. 124) wird durch einen Parallelschnitt A'B'C'D' .. in zwei Teile zerlegt, von welchen der zwischen Grundfläche und Parallelschnitt liegende Teil: *Pyramidenrumpf* heißt. Die letzteren zwei Flächen, welche ähnlich sind (7. d), heißen die *Grundflächen*, die übrigen, welche Trapeze sind, die *Seitenflächen*, die Entfernung der Grundflächen heißt die *Höhe* des Pyramidenrumpfs. Die Pyramide, die den Rumpf zur ganzen Pyramide ergänzt, heißt seine *Ergänzungs-Pyramide*.

b. Ein Pyramidenrumpf heißt *regulär*, wenn er von einer regulären Pyramide abgeschnitten ist. Im regulären Pyramidenrumpf sind die Grundflächen ähnliche reguläre Vielecke, die Seitenflächen kongruente gleichschenklige Trapeze; die Seitenkanten haben gleiche Länge.

c. Ein Kegel wird durch einen Parallelkreis in einen *Kegelrumpf* und dessen *Ergänzungskegel* zerlegt. Der Grundkreis des ursprünglichen Kegels und der Parallelkreis heißen die *Grundkreise* des Kegelrumpfes. Die Stücke der ursprünglichen Mantellinien zwischen den beiden Grundkreisen haben alle gleiche Länge und heißen die *Mantellinien*, das Stück der Achse zwischen den beiden Grundkreisen heißt die *Achse* des Kegelrumpfes. Der Achsenschnitt ist ein gleichschenkliges Trapez, dessen parallele Seiten Grundkreis-Durchmesser, und dessen Schenkel Mantellinien sind. Die *Abwicklungsfigur* des Mantels eines Kegelrumpfes ist ein Kreisring-Ausschnitt, welcher die Differenz der Abwicklungsfiguren des ganzen Kegels und des Ergänzungskegels vorstellt.

11—13: Prismatoid.

11. a. Ein Polyeder, das begrenzt ist von zwei beliebigen, in parallelen Ebenen liegenden Vielecken ABC . . und FGH . . (Fig. 44*), und außerdem von lauter Dreiecken, deren jedes mit dem einen Vieleck eine Seite, mit dem andern eine Ecke gemein hat, heißt *Prismatoid*. Die zwei Vielecke heißen seine *Grundflächen*, die Dreiecke seine *Seitenflächen*; die Seiten der Grundflächen heißen *Grundkanten*, die übrigen Kanten — *Seitenkanten*. Hat die eine Grundfläche m, die andere n Seiten, so hat das Prismatoid m + n Seitenflächen und m + n Seitenkanten, und heißt (m + n)-*seitig*. Die Entfernung der zwei parallelen Grundflächen heißt die *Höhe* des Prismatoids.

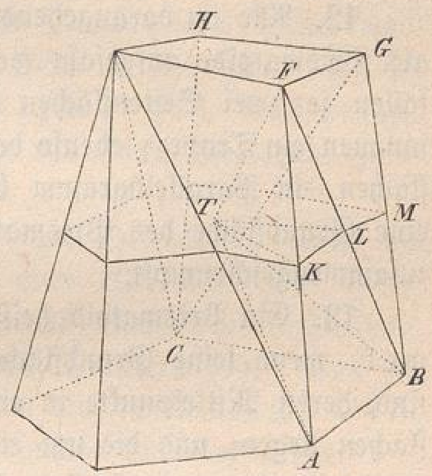

Fig. 44.

b. Ein Prismatoid ist durch die Gestalt und Lage seiner Grundflächen allein nicht vollständig bestimmt, da die Ecken noch auf die mannigfaltigste Weise durch Seitenkanten verbunden werden — und also die Seitenflächen noch die verschiedenartigsten Lagen haben können.

c. Eine durch die Mitte der Höhe parallel zu den Grundflächen gelegte Ebene halbiert sämtliche Seiten-

*) Man denke sich in Fig. 44 die von Punkt T ausgehenden Linien hinweg.