# Lehrbuch der Stereometrie

**Hauck, Guido**

**Tübingen, 1893**

Vorbemerkung

urn:nbn:de:hbz:466:1-77777

vor. Der Satz ist also bewiesen für ein Vieleck von beliebig vielen Seiten. Da ferner eine krummlinige Figur als Vieleck von unendl. vielen unendl. kleinen Seiten betrachtet werden kann, so gilt der Satz auch, wenn die gedrehte Figur krummlinig ist.

Anm. Beide Beweise bleiben gültig, auch wenn eine Seite des gedrehten Vielecks in die Drehachse fällt. — Satz b gilt auch für den Fall, daß die gedrehte Figur ein nicht geschlossener polygonaler Zug (oder Kurvenbogen) ist.

Zusatz. Mittels dieser Sätze läßt sich Inhalt und Oberfläche von jedem Umdrehungskörper berechnen, sobald der Flächen-Schwerpunkt und Umfangs-Schwerpunkt des Halbmeridians bekannt ist. (Z. B. bestimme man hiernach Inhalt, Mantel und Oberfläche von Cylinder, Kegel und Kegelrumpf.) Die Sätze können aber auch umgekehrt verwendet werden, um die Schwerpunkte einer ebenen Figur zu bestimmen, sobald der Rauminhalt, bezw. die Oberfläche eines Körpers bekannt ist, der durch Drehung der Figur entstanden gedacht werden kann. Um z. B. Flächen-Schwerpunkt, Bogen-Schwerpunkt und Umfangs-Schwerpunkt eines Halbkreises zu bestimmen, verwende man die Kugel. Alle drei Punkte liegen auf dem zum Durchmesser des Halbkreises senkrechten Halbmesser. Bezeichnet man ihre Entfernungen vom Durchmesser bezw. mit $x_f$, $x_b$, $x_u$, und ist R der Halbmesser des Halbkreises, so hat man:

$$\frac{R^2\pi}{2} \cdot 2x_f\pi = \frac{4}{3}R^3\pi, \quad \text{woraus:} \quad x_f = \frac{4R}{3\pi}.$$

$$R\pi \,.\, 2x_b\pi = 4R^2\pi, \quad \text{„} \quad x_b = \frac{2R}{\pi}.$$

$$(R\pi + 2R)\,.\, 2x_u\pi = 4R^2\pi, \quad \text{„} \quad x_u = \frac{2R}{2+\pi}.$$

## C. Aufgaben.

### Vorbemerkung.

Bei der algebraischen Behandlung von stereometrischen Aufgaben tritt nicht selten der Fall ein, daß das Resultat nur näherungsweise mit Zirkel und Lineal konstruiert werden kann, oder daß man sich mit dem bloßen Auftragen des numerischen Rechnungsresultates begnügen muß. Denn es lassen sich mit Zirkel und Lineal nur solche algebraische Ausdrücke konstruieren, die rational sind oder Quadratwurzeln enthalten, nicht aber solche mit Kubikwurzeln, wie sie bei stereometrischen Aufgaben häufig vorkommen. Ferner läßt sich die Länge eines Kreisbogens auf einer Geraden oder auf einer andern Kreislinie nur mittels einer Näherungskonstruktion auftragen.

### 1—10: Beispiele von Aufgaben mit algebraischer Lösung.

## Aufgabe 1.

Die Höhe eines Cylinders zu bestimmen, dessen Halbmesser gegeben ist, und dessen Mantel einen geg. Flächeninhalt habe.

**Auflösung.** Der geg. Halbmesser sei r, der Flächeninhalt $q^2$, die gesuchte Höhe werde mit x bezeichnet. Dann muß sein. (III. 9. b):

$$2 r \pi x = q^2, \quad \text{woraus folgt:}$$

$$x = \frac{q^2}{2 r \pi}.$$

Man hat daher den Kreis vom Halbmesser r zu rektifizieren, und zu seinem Umfang und q die dritte Proportionale zu bestimmen: so ist diese die gesuchte Höhe. Oder man berechnet aus den geg. Zahlenwerten von r und $q^2$ den Zahlenwert von x.

## Aufgabe 2.

Einen Cylinder zu konstruieren, dessen Höhe gegeben ist, und der mit einem geg. Cylinder gleichen Rauminhalt habe.

**Auflösung.** Der geg. Cylinder habe den Halbmesser r