Lehrbuch der Stereometrie

Hauck, Guido

Tübingen, 1893

38 - 39: Prismatoid

urn:nbn:de:hbz:466:1-77777

b. Der Rauminhalt eines Kegelrumpfes ist gleich einem Cylinder von der gleichen Höhe und einem Halbmesser gleich der halben Summe der Grundkreis-Halbmesser des Rumpfes, plus einem Kegel von der gleichen Höhe und einem Grundkreis-Halbmesser gleich der halben Differenz der Grundkreis-Halbmesser des Rumpfes.

38—39: Prismatoid.

38. a. Der Inhalt eines Prismas, dessen Grundflächen Trapeze sind, ist gleich dem arithm. Mittel zwischen den zwei parallelen Seitenflächen — mal ihrer Entfernung.

b. Der Inhalt eines schiefabgeschnittenen Parallelflachs ist gleich dem arithm. Mittel zwischen den vier Parallelkanten oder zwischen zwei gegenüberliegenden Parallelkanten — mal dem zu ihnen senkrechten Querschnitt. (III. 16. Zus. 2.)

39. a. Ein Prismatoid werde auf die Ebene seiner unteren Grundfläche G projiziert; die obere Grundfläche (Deckfläche) sei D. Die algebr. Summe der Projektionen derjenigen Seitenflächen, die mit D eine Kante gemein haben, (Oberdreiecke) werde durch O, diejenige der übrigen Seitenflächen (Unterdreiecke) durch U bezeichnet; so zwar, daß in den zwei algebr. Summen jede Fläche mit positivem oder negativem Vorzeichen versehen wird, je nachdem sie sich mit obenliegender Außenseite oder Innenseite projiziert. Man hat dann stets: $D + O + U = G$. Ist die Höhe des Prismatoids $= h$, so ist sein Inhalt: $K = \frac{h}{3}(3D + 2O + U)$ oder $= \frac{h}{3}(2D + G + O)$. (Satz von E. Gusserow.) (Man berücksichtige auch den Fall, daß zwei Seitenflächen, die einen einspringenden Keil einschließen, in der Projektion auf die nämliche Seite der Keilkante zu liegen kommen, so daß in der Nähe der Kante die Polyederoberfläche von einer zur Grundfläche senkrechten Linie in vier Punkten geschnitten wird.)

b. Ist die Höhe eines Prismatoides $= h$, eine Grundfläche $= G$, und derjenige Parallelschnitt, der von G eine Entfernung $= \frac{h}{3}$ hat, $= S$, so ist der Inhalt: $K = \frac{h}{4}(G + 3S)$.