Lehrbuch der Stereometrie

Hauck, Guido

Tübingen, 1893

47 - 63: Reguläre und halbregul. Polyeder. Regul. Krystallsystem

urn:nbn:de:hbz:466:1-77777

47–63: Reguläre und halbreguläre Polyeder. Regul. Krystallsystem.

47. a. Je zwei Gegenkanten eines regul. Tetraeders sind zu einander senkrecht. Die Verbindungsstrecke ihrer Mittelpunkte stellt ihre kürzeste Entfernung vor.

b. Bei Dodekaeder und Ikosaeder sind 5 Gruppen von je 3 Paaren paralleler Kanten vorhanden, deren Richtungen zu einander senkrecht sind.

48. Für jedes regul. Polyeder läßt sich eine Kugel konstruieren, die sämtliche Kanten in deren Halbierungspunkten berührt. Ihr Mittelpunkt fällt mit dem Mittelpunkt der ein- und der umbeschriebenen Kugel zusammen.

49. a. Die Mittelpunkte der Flächen eines regul. Polyeders bilden die Ecken eines andern, dem ersten zugeordneten regul. Polyeders. (Vgl. III. 4. Zus.)

b. Ist einer Kugel ein regul. Polyeder einbeschrieben, und legt man in seinen Ecken die Berührungsebenen an die Kugel, so schließen diese ein zweites, dem ersten zugeordnetes regul. Polyeder ein; und umgekehrt.

c. Die Ebenen, die durch die Endpunkte der von je einer Ecke ausgehenden Kanten eines regul. Polyeders — oder durch Punkte dieser Kanten, die von der Ecke gleich weit abstehen — gelegt werden, schließen ein zweites, dem ersten zugeordnetes regul. Polyeder ein.

Man sagt daher, die Flächen des einen von zwei zugeordneten regul. Polyedern *stumpfen die Ecken des andern ab*.

50. Die Ecken jedes der in II. Anh. Aufg. 61 besprochenen fünf Netze von regul. sphär. Vielecken auf einer Kugeloberfläche bilden die Ecken eines der Kugel einbeschriebenen — oder die Berührungspunkte der Flächen eines der Kugel umbeschriebenen regul. Polyeders. (Hiernach kann man auch von der Sphärik aus zu den regul. Polyedern gelangen, und zwar reichen hiezu die drei regul. Dreiecksnetze aus.)

51. Haben zwei einander zugeordnete regul. Polyeder gleiche Halbmesser der umbeschriebenen Kugeln, so haben sie auch

a. gleiche Halbmesser der ihren Flächen umbeschriebenen Kreise, und daher auch gleiche Halbmesser der einbeschriebenen Kugeln. (Die sphär. Mittelpunkte der den Flächen des einen umbeschr. Kreise bilden die Ecken eines mit dem andern kongr. Polyeders.)

b. Das Produkt der Halbmesser der kantenberührenden Kugeln ist gleich dem Produkt der Halbmesser der einbeschriebenen und der umbeschriebenen Kugel: $\rho\rho' = rR$. (Bei der in a. angedeuteten Lage liegt je ein ρ und ein R des einen Pol. bezw. mit einem ρ' und einem r des andern in der nämlichen Geraden.)

c. Die Rauminhalte der zwei Polyeder verhalten sich wie die Halbmesser ihrer kantenberührenden Kugeln. (Satz von Dostor.)

52. a. Unter den Ecken eines Würfels sind 2 Gruppen von je 4 Ecken vorhanden, die zugleich Ecken eines regul. Tetraeders sind; die Tetraederkanten werden durch Quadratdiagonalen vorgestellt. (Vgl. III. Anh. 19. d.)

b. Unter den Ecken eines Dodekaeders sind 5 Gruppen von je 8 Ecken vorhanden, die zugleich Ecken eines Würfels sind; die Würfelkanten werden durch Fünfecksdiagonalen vorgestellt (III. Anh. 47. b). Das Dodekaeder kann aufgefaßt werden als Würfel, auf dessen sechs Flächen kongruente Walmdächer aufsitzen; jede Dreiecksfläche eines Walmdaches bildet mit einer Trapezfläche eines andern zusammen ein regul. Fünfeck.

53. a. Unter den Flächen eines regul. Oktaeders sind 2 Gruppen von je 4 Flächen vorhanden, die (erweitert gedacht) zugleich Flächen eines regul. Tetraeders sind. (Vgl. III. Anh. 19. c und d.)

b. Unter den Flächen eines Ikosaeders sind 5 Gruppen von je 8 Flächen vorhanden, die zugleich Flächen eines Oktaeders sind. (III. Anh. 52. b und 49. b.)

54. a. Die Mitten der 6 Kanten eines Tetraeders bilden die Ecken eines Oktaeders. (Vgl. III. Anh. 19. c.)

b. Die Mitten der 12 Kanten eines Würfels oder eines Oktaeders bilden die Ecken des nämlichen gleicheckig-halbregul. Polyeders, dessen Oberfläche aus 8 kongr. regul. Dreiecken und 6 kongr. Quadraten besteht, und an dessen Ecken sich kongr. Vierkante befinden.

c. Die Mitten der 30 Kanten eines Dodekaeders oder eines Ikosaeders bilden die Ecken des nämlichen gleicheckig-halbregul. Polyeders, dessen Oberfläche aus 20 kongr. regul. Dreiecken und

12 kongr. regul. Fünfecken besteht, und an dessen Ecken sich kongr. Vierkante befinden.

Durch Erweiterung der Flächen der in a, b, c genannten Polyeder erhält man je zwei zugeordnete regul. Polyeder in sternförmiger Durchdringung (zwei zugeordnete regul. Polyeder „im Gleichgewicht“.)

55. Legt man durch jede Kante eines regul. Polyeders eine Ebene, die mit den anstoßenden Flächen gleiche Keile bildet und das Polyeder nicht schneidet, so umschließen diese Ebenen

a. beim Tetraeder die Flächen eines Würfels. (Vgl. III. Anh. 52. a.)

b. Beim Würfel und beim Oktaeder umschießen die 12 Ebenen das nämliche gleichflächig-halbregul. Polyeder, welches Rhomben-Dodekaeder oder Granatoeder heißt. Seine Oberfläche besteht aus 12 kongr. Rhomben, deren kleinere Diagonalen die Würfelkanten, deren größere Diagonalen die Oktaederkanten sind. Es hat 14 Ecken; an den 8 Würfelecken befinden sich kongr. regul. Dreikante, an den 6 Oktaederecken kongr. regul. Vierkante.

c. Beim Dodekaeder und beim Ikosaeder umschließen die durch die 30 Kanten gelegten Ebenen das nämliche gleichflächig-halbregul. Polyeder, welches Rhomben-Triakontaeder oder ikosaedrisches Granatoeder heißt. Seine Oberfläche besteht aus 30 kongr. Rhomben, deren kleinere Diagonalen die Dodekaederkanten, deren größere die Ikosaederkanten sind. Es hat 32 Ecken; an den 20 Dodekaederecken befinden sich kongr. regul. Dreikante, an den 12 Ikosaederecken kongr. regul. Fünfkante.

Man sagt, die in a, b, c genannten Polyeder stumpfen die Kanten der ursprüngl. Polyeder ab. — Die beiden Granatoeder heißen auch Keplerische Körper.

56. Die Flächen der in 55. a, b, c genannten Polyeder berühren die kantenberührende Kugel des ursprünglichen Polyeders; die Berührungspunkte fallen in die Mittelpunkte der Flächen und bilden die Ecken der in 54. a, b, c genannten Körper, (die Flächen der ersteren stumpfen die Ecken der letzteren ab). Die Diagonalen der Flächen der in 55 genannten Polyeder bilden die scharfen Kanten der in 54 (Schlußbemerkung) genannten sternförmigen Körper.

57. a. Das oktaedr. Granatoeder kann in 4 kongr. stumpfe Rhomboeder (vgl. III. Einl. 5. b) zerlegt werden. (4 Würfelecken des Granatoeders, die zugleich Tetraederecken sind, stellen von jedem Rhomboeder eine Hauptecke vor, die 4 andern Hauptecken liegen im Mittelpunkt.)

b. Die 6 Granatoederflächen, welche an dem als 6-seitiges Prismatoid aufgefaßten Oktaeder die Seitenkanten abstumpfen, gehören einem regul. 6-seitigen Prismenmantel an, dessen 6 Kanten der Prismatoid-Höhe parallel sind. Das Granatoeder kann (in 4-facher Weise) aufgefaßt werden als 6-seitiges Prisma, das durch je 3 Flächen oben und unten dachförmig (rhomboedrisch) zugespitzt ist. Sämtliche Keile sind $= 120^\circ$.

Beim ikosaedr. Granatoeder sind 6 Gruppen von je 10 Flächen vorhanden, die einem regul. 10-seitigen Prismenmantel angehören. Jeder Keil ist $= 144^\circ$.

c. Verbindet man in einem regulären 6-seitigen Prisma einen auf der oberen Verlängerung der Prismenachse beliebig gewählten Punkt mit drei nicht auf einander folgenden Ecken der oberen Grundfläche und legt durch je zwei Verbindungslinien eine Ebene, so schließen diese drei Ebenen zusammen mit dem Prismenmantel und der untern Grundfläche einen Körper ein, der von 3 kongr. Rhomben, 6 kongr. Trapezen und einem regul. Sechseck begrenzt ist. Er hat stets den gleichen Rauminhalt, wie auch der Punkt auf der Achse angenommen werden mag. Die Oberfläche dagegen ist veränderlich; sie ist am kleinsten für diejenige Annahme, welche mit der Granatoederform übereinstimmt. (Form der Bienenzellen.)

---

58. Die 6 Ecken eines Oktaeders seien mit A, die Mittelpunkte seiner 8 Flächen mit f, die Mittelpunkte seiner 12 Kanten mit k bezeichnet, sein Mittelpunkt sei O. Auf den 6 Strahlen OA seien ferner 6 gleiche Strecken $OB > OA$ abgeschnitten. Die 6 Strahlen OA bilden die Kanten von 8 Oktanten. 3 Punkte A oder B, die auf verschiedenen Kanten des nämlichen Oktanten liegen, werden im folgenden diesem Oktanten zugehörig genannt. Ein Punkt, der auf einem Strahl Of oder Ok liegt, wird mit F oder K bezeichnet.

a. Legt man durch je 3 Punkte A, A und B, die dem nämlichen Oktanten zugehören, eine Ebene, so umschließen die 24 auf diese Weise möglichen Ebenen ein Polyeder, das Pyramidenoktaeder heißt*). Es kann nämlich aufgefaßt werden als Oktaeder, auf dessen 8 Flächen kongr. regul. Pyramiden aufgesetzt sind. Die Spitzen F dieser Pyramiden liegen auf den Strahlen Of und bilden die Ecken eines Würfels. Die 24 Flächen des Körpers sind kongr. gleichschenklige Dreiecke. An den 8 Würfelecken F befinden sich kongr. regul. 3-kante, an den 6 Oktaederecken A: kongr. (nicht regul.) 8-kante. — Ist OB gleich OA plus der Oktaederkante, so sind auch die 8-kante regulär, der Körper gehört also dann zu den gleichflächig-halbregulären Polyedern. — Wird OB = ∞ gewählt, so fallen je zwei an eine Oktaederkante anstoßende Dreiecksflächen in eine Ebene: das Pyramidenoktaeder geht in das Granatoeder über.

b. Legt man durch je 3 Punkte A, B und B, die dem nämlichen Oktanten zugehören, eine Ebene, so umschließen die 24 auf diese Weise möglichen Ebenen ein Polyeder, das Leuzitoeder heißt. Die 24 Flächen des Körpers sind kongr. Deltoide (Vierecke, die in Beziehung auf eine Diagonale symmetrisch sind). Der Körper hat 26 Ecken von 3erlei Art, nämlich: 6 Oktaederecken A, 8 Ecken F (Würfelecken), 12 Ecken K (welche die Ecken des in Anh. 54. b genannten Körpers bilden). Die 48 Kanten sind von 2erlei Art; die 24 Kanten AK können als gebrochene Oktaederkanten, die 24 Kanten FK als gebrochene Würfelkanten bezeichnet werden. An den Ecken A befinden sich kongr. regul. 4-kante, an den Ecken F: kongr. regul. 3-kante, an den Ecken K: kongr. (nicht regul.) 4-kante. — Ist OB gleich OA plus der Oktaederkante, so sind auch die letztgenannten 4-kante regul., das Polyeder ist also gleichflächig-halbregulär. — Ist OB = 2 OA, so bilden die Hauptdiagonalen der Deltoide die Kanten eines Granatoeders, der Körper stumpft alsdann die Kanten des Granatoeders ab. — Wird OB = ∞ gewählt, so geht das Leuzitoeder in den Würfel über.

c. Legt man durch je 2 dem nämlichen Oktanten zugehörige Punkte A und B parallel zu seiner dritten Kante eine

*) Um hier und im folgenden rasch eine Vorstellung von dem fraglichen Körper zu gewinnen, betrachte man jedesmal zunächst nur die zu einem Oktanten gehörigen Ebenen.

Ebene, so umschließen die 24 auf diese Weise möglichen Ebenen ein Polyeder, das Pyramidenwürfel heißt und aufgefaßt werden kann als Würfel, auf dessen 6 Flächen kongr. regul. Pyramiden aufgesetzt sind. Die 24 Flächen sind kongr. gleichschenklige Dreiecke. Der Körper hat 6 Ecken A und 8 Ecken F (Würfelecken). An den Ecken A befinden sich kongr. regul. 4-kante, an den Ecken F: kongr. (nicht regul.) 6-kante. — Ist OB = 2 OA, so ist der Körper gleichflächig-halbregulär, (Kristallform von Gold und Silber). — Ist OB = OA, so geht der Pyramidenwürfel in das Granatoeder über.

Die Flächen des (allgem.) Pyramidenwürfels stumpfen die gebrochenen Oktaederkanten eines Leuzitoeders ab. Umgekehrt stumpfen die Flächen des Leuzitoeders die Pyramidenkanten eines Pyramidenwürfels ab.

59. Auf den 6 Halbdiagonalen OA eines Oktaeders seien 6 gleiche Strecken OB und 6 gleiche Strecken OC abgeschnitten, und zwar sei OC > OB > OA. Im übrigen mögen die nämlichen Bezeichnungen gelten wie in 58. — Legt man durch je 3 Punkte A, B, C die dem nämlichen Oktanten zugehören, eine Ebene, so umschließen die 48 auf diese Weise möglichen Ebenen ein Polyeder, das Achtundvierzigflächner oder Diamantoeder heißt. Die 48 Flächen sind kongr. ungleichseitige Dreiecke. Der Körper hat 26 Ecken, und zwar von dem nämlichen Charakter wie das Leuzitoeder (6 Ecken A, 8 Ecken F, 12 Ecken K). Vergleicht man das Diamantoeder mit dem Leuzitoeder, so erscheinen die Deltoidflächen des letzteren längs ihren Hauptdiagonalen gebrochen. — Für den Fall, daß $\frac{1}{OB} + \frac{1}{OC} = \frac{1}{OA}$ ist, liegen je zwei Ecken A mit zwei Ecken F in einer Ebene und bilden die Ecken eines Rhombus; man hat dann die spezielle Form des Pyramidengranatoeders. — Die 72 Kanten des Diamantoeders sind von 3erlei Art: die 24 Kanten AK können als gebrochene Oktaederkanten, die 24 Kanten FK als gebrochene Würfelkanten, die 24 Kanten AF als Pyramidenoktaeder- oder Pyramidenwürfel-Kanten (eventuell als Granatoederkanten) bezeichnet werden. An den Ecken A befinden sich kongr. (nicht regul.) 8-kante, an den Ecken F — 6-kante, an den Ecken K — 4-kante. — Ist OB gleich 3 OA minus der Oktaederkante, und OC gleich

OA plus der doppelten Oktaederkante: so ist der Körper gleichflächig-halbregulär. (Zum Beweis betrachte man die Schnittfigur einer durch zwei Strahlen OA und Of gelegten Ebene. In dieser seien A, F, K drei auf einander folgende Ecken. Macht man kl parallel und gleich-gerichtet mit OA und gleich der halben Oktaederkante, so muß KF durch l gehen, wenn das Vierkant bei K regul. sein soll. Schneiden sich ferner FK und Ak in m, so muß Fm = FA sein, wenn das 6-kant bei F regul. sein soll. Da sich nun Ak und OF in f schneiden, und $fk = \frac{1}{2} fA$ ist, so muß sein: $km = \frac{1}{3} Ak$; folglich, wenn OA und KF sich in B schneiden: $OB - OA = 4\,kl$, u. s. w.)

Anm. Oktaeder, Pyramidenoktaeder, Granatoeder, Leuzitoeder, Würfel, Pyramidenwürfel, Diamantoeder stellen die 7 einzig möglichen (vollständigen) Formen des regulären Krystallsystems vor. Das Diamantoeder ist die allgemeinste Form, von der die 6 übrigen als spezielle Fälle angesehen werden können. — Uebrigens sind krystallographisch nur solche Formen möglich, für welche die Achsenabschnitte OA, OB, OC in rationalem Verhältnis stehen. Es haben daher die in 58. a. u. b und in 59 erwähnten halbregulären Formen nur geometrisches Interesse.

60. a. Unterdrückt man bei einem Pyramidenwürfel die Hälfte der Flächen und läßt die andere Hälfte bis zu ihrem gegenseitigen Schnitt sich ausdehnen, so zwar, daß immer drei solche Flächen unterdrückt werden, die mit einer bleibenden Fläche eine Kante gemein haben, und umgekehrt: so entsteht (als Halbflächner des Pyramidenwürfels) ein von 12 Fünfecken begrenzter Körper, welcher Pyritoeder heißt (Krystallform des Schwefelkies mit OB = 2 OA). Ist im ursprüngl. Pyramidenwürfel $OB = \frac{1}{2} OA (1+\sqrt{5})$, so ist der Körper identisch mit dem regul. Dodekaeder. Andernfalls sind die 12 Fünfecke nicht regulär, aber symmetrisch gestaltet. Der allgem. Körper kann (wie das regul. Dodekaeder, vgl. III. Anh. 52. b) aufgefaßt werden als Würfel, auf dessen 6 Flächen kongr. Walmdächer aufsitzen; doch haben deren Firstkanten eine andere Länge als die übrigen unter sich gleichen Kanten. — Läßt man die seither unterdrückten Flächen des Pyramidenwürfels bis zu ihrem gegenseitigen Schnitt sich ausdehnen, so entsteht ein zweites, dem ersten kongr. Pyritoeder, welches das erste so durchdringt, daß je zwei

Firstkanten sich rechtwinklig durchschneiden und gegenseitig halbieren. („Zwilling des eisernen Kreuzes.")

b. Verfährt man beim Diamantoeder ebenso wie in a), so erhält man als Halbflächner einen von 24 (unsymmetr.) Fünfecken begrenzten Körper, welcher *Gyroeder* heißt. Geht man zunächst vom Pyramidengranatoeder aus, so verhält sich dessen Halbflächner zum Granatoeder ähnlich wie das Pyritoeder zum Würfel: er kann aufgefaßt werden als Granatoeder, auf dessen 12 Flächen rhombische (schief-symmetrisch gestaltete) Walmdächer aufsitzen. Beim allgemeinen Gyroeder erscheint die Grundfläche jedes Walmdaches längs einer Diagonale gebrochen. Der Körper hat 38 Ecken; die 6 Ecken A und 8 Ecken F des Diamantoeders sind geblieben, dazu kommen als neue Ecken (anstatt der 12 Ecken K) die 24 Endpunkte E der Firstkanten. An den Ecken A befinden sich regul. 4-kante, an F: regul. 3-kante, an E: nicht regul. 3-kante. Die 60 Kanten haben 3erlei Längen*).

61. a. Setzt man zwei kongruente regul. Pyramiden so an einander, daß die Grundflächen sich decken, so heißt der entstehende Körper eine *Doppelpyramide*. Sind die Keile an den Grundkanten der Pyramiden halb so groß als die Keile an den Seitenkanten, so ist der Körper gleichflächig-halbregulär.

b. Sind die zwei Pyramiden 2n-seitig, und wendet man auf die Doppelpyramide dasselbe Verfahren an wie in 60, so erhält man als Halbflächner ein von 2n kongr. Deltoiden umschlossenes Polyeder, welches *Trapezoeder* heißt. Dasselbe entsteht auch, wenn man in einem regul. 2n-seitigen Prismatoid die Grundflächen unterdrückt und die Seitenflächen sich pyramidal erweitern läßt. — Ist in den zwei ursprüngl. Pyramiden die Grundkante = a, der Halbmesser des der Grundfläche umbeschriebenen Kreises = R, der Halbmesser der den zwei Pyramiden-Mänteln aus dem Mittelpunkt der Grundfläche einbeschriebenen Berührungskugel

---

*) Es giebt auch eine gleichflächig-halbreguläre Form des Gyroeders. Sie entsteht, wenn in dem ursprüngl. Diamantoeder zwischen OA = a, OB = b, OC = c die zwei Beziehungen gelten:

$$b^3 - ab^2 - a^2b - a^3 = 0, \qquad c^3 - 3ac^2 - a^2c - a^3 = 0.$$

Doch bietet die Ableitung dieser Beziehungen auf *elementarem* Wege Schwierigkeiten.

$= r$, und besteht die Beziehung: $r = \frac{R^2}{\sqrt{R^2 + a^2}}$, so ist das Trapezoeder gleichflächig-halbregulär. (Man drücke aus, daß die Berührungspunkte der Kugel mit drei an eine Fläche anstoßenden Flächen der Doppelpyramide die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks bilden müssen. — Das 10-seitige halbregul. Trapezoeder ergiebt sich leicht aus dem regul. Dodekaeder.)

62. a. Um jedes gleich eckig-halbregul. Polyeder und in jedes gleich flächig-halbregul. Polyeder läßt sich eine Kugel beschreiben. (Man betrachte, wie in III. 5, die je aus einer Fläche und deren Nachbarflächen — bezw. die je aus einer Ecke und deren Nachbarecken — bestehenden Gebilde.)

b. Ist einem gleich eckig-halbregul. Polyeder eine Kugel umbeschrieben, und legt man an sie in sämtlichen Ecken die Berührungsebenen, so umschließen diese ein gleich flächig-halbregul. Polyeder, das dem ursprünglichen zugeordnet oder reziprok heißt. Hat das ursprüngl. Polyeder ν regul. n-ecke, ν' n'-ecke, ν'' n''-ecke und π entspr.-gleiche p-kante, so hat das reziproke Polyeder ν regul. n-kante, ν' n'-kante, ν'' n''-kante und π kongr. p-ecke. — Umgekehrt: Ist einem gleich flächig-halbregul. Polyeder eine Kugel einbeschrieben, so bilden die Berührungspunkte die Ecken des ihm reziproken gleich eckig-halbregul. Polyeders. — Zu jedem halbregul. Polyeder der einen Gattung ist daher ein bestimmtes ihm reziprokes der andern Gattung vorhanden; jede Gattung kann aus der andern abgeleitet werden.

c. Die entsprechend-gleichen Vielkante eines gleich eckig-halbregul. Polyeders sind solche, um welche sich Kegelflächen beschreiben lassen. — Die kongr. Vielecke eines gleich flächig-halbregul. Polyeders sind solche, in welche sich Kreise beschreiben lassen.

63. a. Reziprok zu den in 61 genannten gleichflächig-halbregul. Doppelpyramiden und Trapezoedern sind die regul. Prismen mit quadratischen Seitenflächen und die regul. Prismatoide mit regul. Dreiecken als Seitenflächen. Außer diesen Körpern, deren Anzahl unbegrenzt ist, giebt es (und kann nur geben) von jeder Gattung der halbregul. Polyeder noch 13 Individuen. Ein Teil von ihnen ist im vorangehenden aufgeführt, die übrigen können auf ähnliche Weise erzeugt werden wie jene. Man kann

nämlich zu Pyramidenoktaeder und Pyramidenwürfel auch für die übrigen regul. Polyeder Analoga konstruieren. Ferner kann man die in 58, 59 und 60. b für das Oktaeder besprochenen Konstruktionen auch auf das Ikosaeder (Ecken A, Mittelpunkt O) anwenden, indem man mit Bez. auf die 20 von den Strahlen OA gebildeten Dreikante genau ebenso verfährt, wie beim Oktaeder mit Bez. auf die 8 Oktanten verfahren wurde. Die 13 gleichflächig-halbregul. Polyeder sind hiernach folgende: Pyramiden-Tetraeder, -Würfel, -Oktaeder, -Dodekaeder, -Ikosaeder; oktaedrisches Granatoeder, -Leuzitoeder, -Diamantoeder, -Gyroeder; ikosaedrisches Granatoeder, -Leuzitoeder, -Diamantoeder, -Gyroeder.

b. Hiemit sind (nach 62. b) zugleich auch die 13 möglichen gleicheckig-halbregul. Formen gefunden. Sie lassen sich übrigens auch direkt aus den regul. Polyedern durch regelmäßiges Abstumpfen ihrer Ecken und Kanten erzeugen, wozu in III. Anh. Aufg. 18. b die Anleitung gegeben wird. (Von ihnen auszugehen und aus ihnen die gleichflächig-halbregul. Formen nach 62. b abzuleiten, ist eigentlich der leichtere Weg. Doch bieten die letzteren das größere Interesse.)

II. Konstruktions-Aufgaben.

1—21: Konstruktionen von Polyedern und Polyedernetzen.

1. Von einer Pyramide sind die Grundfläche und zwei Seitenflächen gegeben. Es sollen die übrigen Seitenflächen, ferner die Höhe und sämtliche Keilwinkel durch Konstruktion in einer Ebene gefunden werden. (Die Seitenflächen findet man mit Hilfe von III. Anh. 32. a, die Höhe und die Keilwinkel an den Grundkanten mittels rechtw. Dreiecke, die Keilwinkel an den Seitenkanten wie W. α in II. Aufg. 6.)

2. a. Von einem Prisma sind geg: die Grundfläche und α) zwei an einander stoßende — β) zwei nicht an einander stoßende Seitenflächen. Es sollen die übrigen Seitenflächen, ferner die Höhe und sämtliche Keilwinkel durch Konstruktion in einer