



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# Lehrbuch der Stereometrie

**Hauck, Guido**

**Tübingen, 1893**

36 - 60: Ein- und umbeschriebene Polyeder

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77777](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77777)

32. Einen Oktanten durch eine Ebene so zu schneiden, daß das Schnittdreieck einem geg. Dreieck kongruent sei. (Man findet die in den Seitenflächen liegenden rechtwinkl. Dreiecke entweder durch III. Anh. Aufg. 4 oder direkt durch Bestimmung ihrer Katheten.)

33. In einer Fläche eines regul. Tetraeders ist eine Gerade parallel einer Kante geg. Durch dieselbe eine Ebene so zu legen, daß sie das Tetraeder nach einem Trapez schneide, in das sich ein Kreis einbeschreiben läßt. (Die zwei Verbindungslinien der Mittelpunkte der Gegenseiten eines jeden durch die Gerade gehenden Schnitttrapezes liegen in zwei festen Ebenen.)

34. In einem geg. Sechseck sind die sechs Winkel gleich, und die erste, dritte und fünfte Seite haben gleiche Länge; es soll a) ein Oktaeder, b) ein Würfel gefunden werden, dem das Sechseck als Schnittfigur angehört.

35. Dieselbe Aufg. für ein Dodekaeder. (Wann erhält man 1, 2, 3 Lösungen?)

### 36—60: Ein- und umbeschriebene Polyeder.

(Lösung meist mit Hilfe von Ähnlichkeitspunkten oder dadurch, daß man sich zuerst durch Lösung der umgekehrten Aufgabe ein dem gesuchten ähnliches Gebilde verschafft.)

36. Einem geg. Kegel a) einen Würfel, b) ein Oktaeder einzubeschreiben, so daß eine Fläche in der Grundfläche des Kegels liege, die übrigen Ecken auf seinem Mantel liegen.

37. Einem geg. Kugelabschnitt a) ein gleichseitig-halbbregul.  $n$ -seitiges Prisma, b) ein gleichseitig-halbbregul.  $2n$ -seitiges Prismatoid einzubeschreiben, so daß eine Grundfläche in der Grundkreisebene des Kugelabschnittes liege, die übrigen Ecken auf seiner Haubenfläche liegen. (Vgl. III. Anh. 63. a.)

38. In ein geg. Vierflach einen Würfel einzubeschreiben, so daß in einer Fläche des Vierflachs vier Würfecken liegen, in einer zweiten Fläche zwei, in den zwei übrigen Flächen je eine.

39. In einen geg. Kugeloctanten einen Würfel einzubeschreiben, so daß eine seiner Flächen in einer Seitenfläche des Octanten liege, zwei Kanten in den zwei andern Seitenflächen, und zwei Ecken auf der Kugelfläche.

40. Einen Kegelmantel, von dem der Grundneigungswinkel der Mantellinien und a) das Verhältnis der Grundkreise, b) die Höhe geg. ist, in einen geg. Kugeloktanten so einzubeschreiben, daß ein Grundkreis auf der Kugeloberfläche liege, der andere Grundkreis die drei Seitenflächen des Oktanten berühre.

41. Einer geg. Kugel ein Vierflach einzubeschreiben, a) das einem geg. Vierflach ähnlich sei, b) dessen Flächen mit vier geg. Ebenen parallel seien.

42. Einer geg. Kugel a) ein gleichseitig-halbbregul.  $2n$ -seitiges Prismatoid einzubeschreiben, b) ein gleichflächig-halbbregul.  $2n$ -seitiges Trapezoeder umzubeschreiben. (Vgl. III. Anh. 61. b.)

43. Ein Vierflach zu konstr., das einem geg. Vierflach ähnlich sei, und von dessen Ecken jede auf der Oberfläche einer von vier geg. konzentrischen Kugeln liege. (II. Anh. 11. a.)

44. Einem geg. Vierflach einen Wulst (vgl. III. Aufg. 10) von geg. Verhältnis der Halbmesser des Meridiankreises und des Mittelkreises so einzubeschreiben, daß er jede Fläche berühre, und daß seine Achse einer geg. Geraden parallel sei.

45. In eine geg. Kugel acht gleiche Kugeln so einzubeschreiben, daß ihre Mittelpunkte die Ecken eines Würfels bilden, und daß jede die geg. Kugel und drei der übrigen Kugeln berühre.

46. Einer geg. Kugel vier andere Kugeln, von denen drei gleich groß seien und der Halbmesser der vierten zum Halbmesser der drei ersten ein geg. Verhältnis habe, so einzubeschreiben, daß jede die andern drei sowie die geg. Kugel berühre.

47. Einem geg. Würfel a) zwei gleiche Kugeln, b) zwei Kugeln, deren Halbmesser ein geg. Verhältnis haben, so einzubeschreiben, daß ihre Mittelpunkte auf einer Würfel diagonale liegen, und daß sie einander und je drei in einer Ecke zusammenstoßende Flächen berühren.

48. Einem geg. Rhomboeder ein Oktaeder so einzubeschreiben, daß in jeder Rhomboederfläche eine Oktaederecke liege.

49. Einem Rhomboeder, von dem die Kantenlänge und ein Rhombenwinkel geg. ist, ist ein Cylinder von geg. Verhältnis des Halbmessers zur Höhe so einzubeschreiben, daß seine Achse in die Hauptdiagonale des Rhomboeders fällt und die zwei Grundkreise je drei Rhomboederflächen berühren. Es soll der Achsenschnitt des Cylinders durch ebene Konstr. gefunden werden.

50. Ein Rhomboeder zu konstr., das so in einen geg. Cylinder gelegt werden kann, daß seine Hauptecken in die Grundkreis-Ebenen, die übrigen Ecken auf die Mantelfläche zu liegen kommen. — Wie müssen sich Höhe und Halbmesser des Cylinders verhalten, damit das Rhomboeder zum Würfel werde?

51. Einer geg. Kugel ein Rhomboeder umzubeschreiben, von dem ein Rhombenwinkel geg. ist.

52. Einem geg. Oktaeder einen Würfel so einzubeschreiben, daß seine acht Ecken auf den von zwei gegenüberliegenden Ecken ausgehenden Kanten des Oktaeders liegen.

53. Einem geg. Oktaeder ein Tetraeder so einzubeschreiben, daß eine Mitteltransversale des Tetraeders in eine Oktaederdiagonale falle, und daß seine Ecken a) in vier Oktaederflächen, b) auf vier Oktaederkanten liegen. (III. Anh. 52. a, 49. a und vor. Aufg.)

54. a. Einem geg. Tetraeder einen Würfel so einzubeschreiben, daß in jeder Tetraederfläche eine Würfecke liege. (Entw. direkt od. durch III. Anh. 53. a und 49. a.)

b. Einem geg. Dodekaeder ein Oktaeder so umzubeschreiben, daß die acht Oktaederflächen durch acht Ecken des Dodekaeders gehen. (III. Anh. 52. b oder 53. b.)

c. Einem geg. Würfel ein Ikosaeder so umzubeschreiben, daß acht Flächen des Ikosaeders durch die acht Würfecken gehen.

55. a. Ein Körper, der aus einem Cylinder und aus zwei auf dessen Grundflächen aufgesetzten kongr. Kegeln besteht, kann so in ein oktaedr. Granatoeder eingeschrieben werden,  $\alpha$ ) daß der Cylinder 4, und jeder Kegel 4 Flächen berührt,  $\beta$ ) daß der Cylinder 6, und jeder Kegel 3 Flächen berührt. Es soll beidemal der Achsenschnitt des Körpers gezeichnet werden.

b. Ein Körper, der aus einem Cylinder, aus zwei auf dessen Grundflächen aufgesetzten kongr. Kegeln, und aus zwei auf die andern Grundflächen der Kegeln aufgesetzten kongr. Kegeln besteht, kann so in ein ikosaedr. Granatoeder eingeschrieben werden, daß der Cylinder 10, jeder Kegelnrumpf und jeder Kegel 5 Flächen berührt. Es soll der Achsenschnitt des Körpers gezeichnet werden. (Ein Großkreis der dem Granatoeder eingeschriebenen Kugel muß die Seiten des Achsenschnittes

berühren. Sämtliche Berührungsmantellinien fallen in Rhombendiagonalen.)

56. Aus einem geg. Pyramidentetraeder ein Leuzitoeder auszuschneiden, so daß in jeder Fläche des Pyramidentetraeders eine Fläche des Leuzitoeders liege. (Die Mittelpunkte der Tetraederkanten bilden die Oктаederecken des Leuzitoeders.)

57. Einem geg. Wulst ein regul. 10-seitiges Prismatoid berührend umzubeschreiben, dessen Höhe gleich dem Durchmesser des Meridiankreises sei. Grundfläche und Seitenfläche sollen durch ebene Konstruktion gefunden werden, wenn die Halbmesser des Meridiankreises und des Mittelkreises geg. sind.

58. Ein Kegel hat mit einem Cylinder den Grundkreis gemein, und seine Spitze liegt im Mittelpunkt des andern Grundkreises des Cylinders. In den Raum zwischen Kegelmantel, Cylindermantel und Cylindergrundkreis sind a) sechs — b) fünf gleiche Berührungskugeln so einbeschrieben, daß jede ihre zwei Nachbarkugeln berührt. Es soll der Achsenschnitt des Cylinders konstr. werden, wenn der Halbmesser der Kugeln geg. ist.

59. a. Einer geg. Kugel einen Kegelrumpf einzubeschreiben, der gleiche Höhe und gleiche Mantelfläche mit einem geg. Cylinder habe.

b. Einer geg. Kugel einen Kegelrumpf umzubeschreiben, dessen Mantel gleich einem geg. Kreis sei.

60. Einer geg. Kugel einen Kegelrumpf einzubeschreiben, wenn die Verhältnisse der Mantelfläche zu den zwei Grundkreisen geg. sind.

### III. Berechnungs-Aufgaben.

#### Vorbemerkung.

Bei der Anwendung der Körperberechnung auf praktische Beispiele kommt auch das Gewicht in Betracht. Zu seiner Bestimmung ist die Kenntnis des spezifischen Gewichtes des Stoffes, woraus der betreffende Körper besteht, erforderlich.

Unter dem spezifischen Gewichte eines Stoffes versteht man diejenige Zahl, die angiebt, wie vielmal ein aus dem Stoff bestehender