



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Stereometrie

Hauck, Guido

Tübingen, 1893

64 - 82: Kugel und Kugelteile

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77777](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77777)

Kante vom Wasserspiegel e ($= 1,5$ cm). Wie groß ist das spezifische Gewicht des Holzes? — Antw.: 0,713.

64—82: Kugel und Kugelteile.

64. Wie groß ist der Halbmesser einer Kugel vom Inhalt K ($= 324$ ccm)? — Antw.: 4,26 cm.

65. Die Inhalte zweier Kugeln verhalten sich wie m zu n (3 zu 10); wie verhalten sich ihre Oberflächen? — Antw.: Wie 0,44814 zu 1.

66. Aus drei Kugeln von den Halbmessern r_1, r_2, r_3 ($= 7, 9, 15$ cm) wird eine einzige gegossen; wie groß wird ihr Halbmesser? — Antw.: 16,4 cm.

67. Eine halbkugelförmige Schale von Gußeisen hat den äußeren Durchmesser $2R$ ($= 20$ cm) und die Dicke d ($= 1,5$ cm). a) Wie groß ist ihr Gewicht? b) Wie groß dürfte die Dicke höchstens sein, damit die Schale in Wasser schwimmen könnte? — Antw.: a) 5,860 kg; b) 0,48 cm.

68. Aus einem kugelförmigen Tropfen Seifenwasser vom Durchmesser d ($= 4$ mm) wird eine Seifenblase vom Durchmesser D ($= 6$ cm) geblasen. Wie dick ist die Blase? — Antw.: 0,003 mm.

69. Wie viele Kugeln lassen sich aus P (82) russ. Pfund Blei gießen, wenn der Durchmesser einer jeden $2r$ (4) russ. Lin. mißt? — Antw.: 9269.

70. Ein Gefäß, dessen Innenraum die Form eines regulären sechsseitigen Prismas von der Grundkante a ($= 5$ cm) hat, enthält Wasser. Darin wird eine Kugel untergetaucht, welche die Wände berührt. Um wieviel steigt dadurch der Wasserspiegel? — Antw.: Um 5,24 cm.

71. a) Um wieviel Kilogramm ist ein mit Wasserstoff gefüllter kugelförmiger Luftballon leichter als die Luft, die er verdrängt, wenn der Durchmesser des Ballons $2r$ (25) Meter mißt, und wenn das Quadratmeter der Hülle P (0,03) Kilogramm wiegt? b) Wie groß ist das spezifische Gewicht der Luft in derjenigen Höhe, wo der Ballon dasselbe Gewicht hat wie die verdrängte Luftkugel? — Antw.: a) 9842,8; b) 0,000097.

72. Wie verhält sich der Inhalt einer Kugel zu dem In-

halt des einbeschriebenen und des umbeschriebenen Tetraeders, Würfels, Oктаeders, Dodekaeders, Icosaeders?

Antw.: Ist K der Inhalt der Kugel, T_i der des einbeschr., T_u der des umbeschr. Tetraeders u. s. w., so ist:

$$\frac{K}{T_i} = \frac{3\pi\sqrt{3}}{2} = 0,12252 \quad \frac{K}{T_u} = \frac{\pi}{6\sqrt{3}} = 3,30797$$

$$\frac{K}{H_i} = \frac{\pi\sqrt{3}}{2} = 0,36755 \quad \frac{K}{H_u} = \frac{\pi}{6} = 1,90986$$

$$\frac{K}{O_i} = \pi = 0,31831 \quad \frac{K}{O_u} = \frac{\pi}{3\sqrt{3}} = 1,65399$$

$$\frac{K}{D_i} = \frac{\pi\sqrt{3}(5-\sqrt{5})}{10} = 0,66491 \quad \frac{K}{D_u} = \frac{\pi\sqrt{65+29\sqrt{5}}}{15\sqrt{10}} = 1,32503$$

$$\frac{K}{J_i} = \pi\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}} = 0,60546 \quad \frac{K}{J_u} = \frac{\pi(3+\sqrt{5})^2}{60\sqrt{3}} = 1,20657$$

73. Eine Kugel vom Durchmesser $2R$ ($= 15$ cm) wird durch zwei parallele Kreise in eine Zone und zwei Kugelabschnitte geteilt. Wie groß sind die Inhalte dieser drei Teile, wenn ihre Höhen sich verhalten wie $1:m:n$ ($3:4:5$)? — Antw.: 276,12 ccm, 826,30 ccm und 664,73 ccm.

74. Eine hölzerne Kegelfugel schwimmt im Wasser, so daß die benetzte Kugelhaube größer als die Halbkugel ist. Durch Anwendung von II. Aufg. 10. a und b wird der ebene Halbmesser des nassen Randkreises r ($= 5,2$ cm) und der Kugelhalbmesser R ($= 6$ cm) gefunden. Wie groß ist das spez. Gewicht der Kugel? — Antw.: 0,843.

75. In welchem Verhältnis wird die Achse eines Kugelausschnittes durch den zugehörigen Kreis geteilt, a) wenn der Kreis den Inhalt — b) wenn er die Oberfläche halbiert? — Antw.: a) Im Verh. des goldenen Schnittes $\frac{1}{2}(1+\sqrt{5}):1 = 1,618:1$; b) Im Verh. $3:2$.

76. Auf der Oberfläche einer Kugel vom Halbmesser R ($= 10$ cm) befindet sich ein sphär. Dreieck mit den Winkeln α, β, γ ($= 93^\circ 40', 67^\circ 32' 16'', 105^\circ 36' 44''$). Wie groß ist der Inhalt des Körpers, der von dem zugehör. Dreieck aus der Kugel ausgeschnitten wird? — Antw.: 505,08 ccm.

77. a) Wie groß ist der Flächenraum, der von einer Höhe

h (= 1 geogr. Meile) über der Erdoberfläche überschaut werden kann? b) Wie hoch muß man sich über die Erdoberfläche erheben, um eine Fläche von 1000 Quadratmeilen überschauen zu können? (Erddurchmesser = 1719 geogr. Meilen.) — Antw.: a) 5394 Quadratmeilen; b) 0,1852 Meilen = 1,374 km.

78. Die krumme Oberfläche einer Kugelzone, deren Grundkreise gleich sind, soll mit einem einzigen Papierstreifen ohne Falten überklebt werden, so daß längs den Grundkreisen keine —, längs dem zugehörigen Äquator die größte Dehnung des Papiers stattfindet. Wie groß darf die Höhe der Zone höchstens sein, wenn die Längenausdehnungsfähigkeit des feuchten Papiers $\frac{1}{n}$ ($= \frac{1}{24}$) ist? — Antw.: $\frac{\sqrt{2n+1}}{n+1} = 0,28$ des Kugeldurchm.

79. Eine Kugel vom Halbmesser R (= 20 cm) wird cylindrisch ausgebohrt, so daß die Cylinderachse durch den Mittelpunkt geht und der Halbmesser des Loches r (= 8 cm) ist. Wie groß ist der Inhalt des ausgehöhlten Körpers? (III. Anh. 41. a.) — Antw.: 25799 ccm.

80. Die Grundflächen eines Kegelrumpfes haben die Halbmesser r und r' (= 4 und 3 cm), seine Höhe ist h (= 2 cm); a) wie groß ist der Halbmesser der dem Kegelrumpf umbeschriebenen Kugel? b) wie verhält sich der Inhalt des Kegelrumpfes zum Inhalt der umbeschriebenen Kugelzone? c) wie verhält sich der Mantel des Kegelrumpfes zur krummen Oberfläche der Zone? — Antw.: a) 4,0697 cm; b) wie 74 zu 79; c) wie 0,96155 zu 1.

81. In eine Kugel vom Halbmesser R (= 6 cm), sind vier gleiche Berührungskugeln so einbeschrieben, daß alle einander berühren; wie groß ist ihr Halbmesser? — Antw.: 2,697 cm.

82. Wie schwer ist eine gläserne Bikonvexlinse, deren Oberfläche aus zwei Kugelhauben mit gemeinsamem Grundkreis besteht, wenn die zugehör. Kugeln die Halbm. R u. R' (= 50 u. 30 cm) haben, und wenn die Linse die (längs der Achse gemessene) Dicke a (= 0,5 cm) hat? — Antw.: 44,06 g.

83–90: Umdrehungskörper.

83. Eine Kette von Schmiedeeisen besteht aus n (100) gleichen wulstförmigen Ringen. Wird sie geradlinig ausgespannt,