Lehrbuch der Stereometrie

Hauck, Guido

Tübingen, 1893

83 - 90: Umdrehungskörper

urn:nbn:de:hbz:466:1-77777

h (= 1 geogr. Meile) über der Erdoberfläche überschaut werden kann? b) Wie hoch muß man sich über die Erdoberfläche erheben, um eine Fläche von 1000 Quadratmeilen überschauen zu können? (Erddurchmesser = 1719 geogr. Meilen.) — Antw.: a) 5394 Quadratmeilen; b) 0,1852 Meilen = 1,374 km.

78. Die krumme Oberfläche einer Kugelzone, deren Grundkreise gleich sind, soll mit einem einzigen Papierstreifen ohne Falten überklebt werden, so daß längs den Grundkreisen keine —, längs dem zugehörigen Aequator die größte Dehnung des Papiers stattfindet. Wie groß darf die Höhe der Zone höchstens sein, wenn die Längenausdehnungsfähigkeit des feuchten Papiers $\frac{1}{n}\left(=\frac{1}{24}\right)$ ist? — Antw.: $\frac{\sqrt{2n+1}}{n+1} = 0{,}28$ des Kugeldurchm.

79. Eine Kugel vom Halbmesser R (= 20 cm) wird cylindrisch ausgebohrt, so daß die Cylinderachse durch den Mittelpunkt geht und der Halbmesser des Loches r (= 8 cm) ist. Wie groß ist der Inhalt des ausgehöhlten Körpers? (III. Anh. 41. a.) — Antw.: 25799 ccm.

80. Die Grundflächen eines Kegelrumpfes haben die Halbmesser r und r′ (= 4 und 3 cm), seine Höhe ist h (= 2 cm); a) wie groß ist der Halbmesser der dem Kegelrumpf umbeschriebenen Kugel? b) wie verhält sich der Inhalt des Kegelrumpfes zum Inhalt der umbeschriebenen Kugelzone? c) wie verhält sich der Mantel des Kegelrumpfes zur krummen Oberfläche der Zone? — Antw.: a) 4,0697 cm; b) wie 74 zu 79; c) wie 0,96155 zu 1.

81. In eine Kugel vom Halbmesser R (= 6 cm), sind vier gleiche Berührungskugeln so einbeschrieben, daß alle einander berühren; wie groß ist ihr Halbmesser? — Antw.: 2,697 cm.

82. Wie schwer ist eine gläserne Bikonvexlinse, deren Oberfläche aus zwei Kugelhauben mit gemeinsamem Grundkreis besteht, wenn die zugehör. Kugeln die Halbm. R u. R′ (= 50 u. 30 cm) haben, und wenn die Linse die (längs der Achse gemessene) Dicke a (= 0,5 cm) hat? — Antw.: 44,06 g.

83—90: Umdrehungskörper.

83. Eine Kette von Schmiedeisen besteht aus n (100) gleichen wulstförmigen Ringen. Wird sie geradlinig ausgespannt,

so daß sich die Ringe paarweise berühren, und daß ihre Berührungspunkte und Mittelpunkte alle in gerader Linie liegen, so befindet sich zwischen jedem ersten und dritten Ring ein Spielraum gleich der Dicke eines Ringes, und beträgt die Gesamtlänge der Kette (zwischen den zwei äußersten Punkten gemessen) 1 (3,02) Meter. Wie groß ist das Gewicht der Kette? — Antwort: 7,686 kg.

84. Ein Dreieck ABC wird um eine zu AB parallele Gerade MN gedreht. In welchen Abständen von AB muß MN angenommen werden, wenn der Inhalt des erzeugten Umdrehungskörpers 2, 3, ... n-mal so groß sein soll als der Inhalt des durch Drehung des Dreiecks um AB erzeugten Umdrehungskörpers? — Antw.: In den Abständen: $\frac{1}{3}h$, $\frac{2}{3}h$, ... $\frac{n-1}{3}h$, wenn h die zu AB gehörige Höhe des Dreiecks ist.

85. Die Ecken eines Dreiecks ABC haben von einer in seiner Ebene liegenden Geraden MN die Entfernungen a, b, c (= 13, 9, 2). Von der Ecke A soll eine Transversale AT so gezogen werden, daß, wenn das Dreieck um MN als Achse gedreht wird, die von den beiden Teildreiecken ATB und ATC beschriebenen Umdrehungskörper einander gleich sind. In welchem Verhältnis ist BC im Punkt T zu teilen? (Vgl. Bew. von III. 20. a.) — Antw.: Im Verh. $\frac{\sqrt{(a+b+c)^2+(b-c)^2}-(b-c)}{a+b+c} = \frac{3}{4}$.

86. Der Bogen eines Kreisabschnittes mißt 120°, sein Halbmesser ist R (= 6 cm). Wie groß ist a) die Entfernung des Flächenschwerpunktes des Kreisabschnittes von seiner Sehne, b) der Inhalt des durch Drehung des Kreisabschnittes um seine Sehne erzeugten Umdrehungskörpers? (Mittels III. Anh. 41. a.) — Antw.: a) 1,23 cm. b) 170,895 ccm.

87. In einem Wulst vom Mittelkreishalbmesser R (= 4 cm) und Meridianhalbmesser r (= 2 cm) wird durch die zwei Parallelkreise, die gleich dem Mittelkreis sind, eine Kugelfläche gelegt. Wie groß sind die zwei ringförmigen Teile, in die der Wulst durch sie geteilt wird? — Antw.: Jeder ist gleich der Hälfte des Wulstes = $Rr^2\pi^2$ = 157,914 ccm.

88. Auf einer Geraden sind folgende Strecken abgetragen: ab = 6, bc = 5, cd = 1, de = $1\frac{1}{2}$, ef = $10\frac{1}{2}$; in den

Punkten a, b, c . . . sind auf der Geraden nach der nämlichen Seite hin die Senkrechten errichtet: $aA = bB = 16\frac{1}{2}$, $bB' = cC' = 14$, $cC = dD = eE' = 13\frac{1}{2}$, $eE = fF = 12$; endlich ist AB gezogen, über B'C' nach außen ein Halbkreis errichtet, CD gezogen, E mit D durch einen Viertelskreis verbunden, dessen Mittelpunkt E' ist, und EF gezogen. Die hiedurch entstandene Figur bildet den halben Achsenschnitt eines Toskanischen Säulenfußes, dessen unterster Teil eine quadratische Platte (mit aA als halber Grundkante und ab als Höhe) ist, und dessen übrige Teile durch Drehung der übrigen Figur um bf als Achse entstehen. Wie groß ist das Gewicht des in Sandstein ausgeführten Säulenfußes, wenn die obigen Maße als Dezimeter verstanden werden? — Antw.: 41451 kg.

89. Wie groß ist der Inhalt eines gestreckten Umdrehungsellipsoides, das durch Drehung einer Ellipse von den Halbachsen a u. b (= 4 u. 3 cm) um die große Achse 2a entsteht? (Vgl. II. Anh. 22. c u. III. Anh. 40.) — Antw.: $\frac{4}{3}ab^2\pi = 150{,}8$ ccm.

90. Wie groß ist der Inhalt eines abgeplatteten Umdrehungsellipsoides, das durch Drehung einer Ellipse von den Halbachsen a u. b um die kleine Achse 2 b entsteht? (Vgl. II. Anh. 22. c, III. Anh. 12. b, III. 20. Zus.) — Was ist der Rauminhalt des als abgeplattetes Rotationsellipsoid aufgefaßten Erdkörpers, wenn die Abplattung $\frac{a-b}{a} = \frac{1}{299}$, und ein Grad des Aequators gleich 15 geogr. Meilen ist? — Antw. $\frac{4}{3}\,a^2b\pi = 1\,082\,840$ Millionen Kubikkilometer.