



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

**Vorlesungen über die chemische Gleichgewichtslehre und  
ihre Anwendung auf Probleme der Mineralogie,  
Petrographie und Geologie**

**Marc, Robert**

**Jena, 1911**

VIII. Vorlesung:

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77915](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77915)

## VIII. Vorlesung.

# Systeme aus drei Komponenten.

### Literatur.

- Ostwald, Lehrbuch der allgem. Chemie. II<sup>2</sup>. Gleichgew. 3. Ordnung, S. 934ff.  
Schreinemakers, Ztschr. phys. Chemie, Bände 1897—1900.  
C. R. A. Wright, Proc. Roy. Soc. 1889—1893.  
J. H. L. Vogt, Tschemmks Mitteilungen 24, 542 (1905), 25, 361 ff. (1906).  
Charpy, Contribution à l'étude des alliages.

Durch das Hinzutreten einer neuen Komponente werden die Verhältnisse insofern wieder komplizierter, als nunmehr ein System erst eindeutig definiert ist, wenn außer über Temperatur und Druck noch über die Konzentration zweier Stoffe verfügt ist, oder wenn bei gegebenem Druck und gegebener Temperatur drei Phasen vorhanden sind.

Die beliebige Änderung der Konzentration zweier Stoffe in einem aus drei Stoffen bestehenden System können wir aber nur dann in einem ebenen Diagramm zum Ausdruck bringen, wenn wir Druck und Temperatur als gegeben voraussetzen.

Die Zeichnung in der Ebene gibt uns also eine Isotherme und Isobare wieder. Für die gleichzeitige Änderung der Temperatur müssen wir dann die dritte Dimension zu Hilfe nehmen. Wir gelangen so zu einem räumlichen Modell. Gleichzeitige Änderung von Konzentration, Temperatur und Druck läßt sich in diesem System überhaupt nicht mehr ohne weiteres in einer einzelnen Figur zur Darstellung bringen.

Zur Darstellung der Konzentrationsänderungen bei gegebenem Druck und Temperatur wollen wir bei dreikomponentigen Systemen von der bisher üblichen Anwendung rechtwinkliger Koordinaten abgehen und ein gleichseitiges Dreieck als Koordinatennetz benutzen.

In diesem Dreieck können wir die relative Zusammensetzung in zweierlei Weise zum Ausdruck bringen. Die erste von Gibbs<sup>1)</sup> vorgeschlagene Methode besteht darin, die Höhe des Dreiecks gleich der Gesamtmenge (ausgedrückt in Molen) zu setzen, und zwar am einfachsten gleich 1. Die Konzentrationen, mit denen jeder einzelne Stoff an dem System beteiligt ist, werden dann in Bruchteilen der

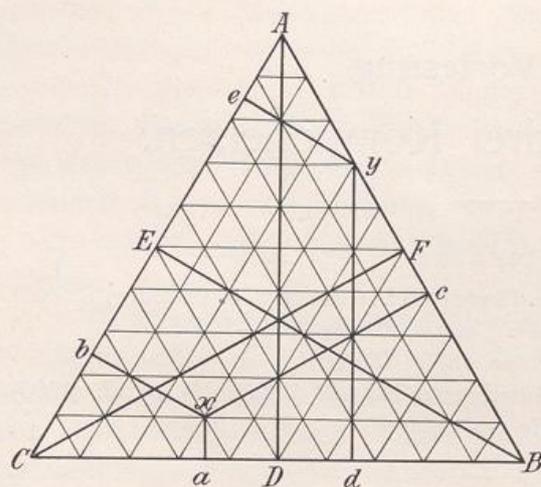


Fig. 65.

Gesamtkonzentration ausgedrückt. Ein solches Dreiecksdiagramm ist in Figur 65 dargestellt. Zu jedem Punkt in diesem Dreieck lassen sich drei Höhen parallel zu den Höhen des Dreiecks errichten, deren Summe gleich der Gesamthöhe ist.

So lassen sich zu dem Punkte  $x$  die Höhen  $xa$ ,  $xb$ ,  $xc$  errichten, deren Summe  $xa + xb + xc = h$  ist. Wenn wir jetzt parallel zu der Höhe  $AD$  die Konzentration des Stoffes  $A$ , parallel zu der Höhe

$BE$  die Konzentration des Stoffes  $B$  und parallel zu der Höhe  $CF$  die Konzentration des Stoffes  $C$  in Bruchteilen der Gesamtmenge aufgetragen denken, so würde also der Punkt  $x$  einem ternären System entsprechen von der Zusammensetzung  $\frac{xa}{h}$  Mole  $A$ ,  $\frac{xb}{h}$  Mole  $B$  und  $\frac{xc}{h}$  Mole  $C$ . Ein beispielsweise in der Seite  $AB$  liegender Punkt  $y$  würde der Zusammensetzung  $\frac{yd}{h}$  Mole  $A$  und  $\frac{ye}{h}$  Mole  $B$ , null Mole  $C$ , also einem binären System entsprechen.

Diese Art des Koordinatennetzes für ternäre Systeme ist dem Petrographen durchaus vertraut, da dieselbe zur Darstellung der Gesteinszusammensetzungen nach der Methode von Osann dient.

Die andere Art ist die von Roozeboom vorgeschlagene. Sie besteht darin, daß die Länge des gleichseitigen Dreiecks gleich der Gesamtmenge willkürlich gleich 1 oder 100 gesetzt wird und die Konzentrationen der einzelnen Stoffe, die am System beteiligt sind, in

1) Thermodyn. Studien, übersetzt von W. Ostwald, Leipzig 1892, S. 141.

Bruchteilen dieser Gesamtmenge ausgedrückt werden. Ein Punkt im Innern des Dreiecks wird dann auch hier die Zusammensetzung eines ternären Systems darstellen. Die Konzentration der einzelnen Komponenten in diesem System finden wir, wenn wir von diesem Punkt parallele Linien zu den drei Seiten des Dreiecks ziehen (Fig. 66). Die Summe dieser drei Linien ist dann bekanntlich gleich der Länge der Dreiecksseiten. Der Punkt  $x$  der Figur stellt ein System dar, in dem  $xa$  Mole des Stoffes A,  $xb$  Mole des Stoffes B und  $xc$  Mole des Stoffes C auf insgesamt 100 Mole vorhanden sind.

Um den Punkt  $x$  zu finden, tragen wir auf einer Seite des Dreiecks, z. B.  $AB$ , von  $B$  aus zunächst die relative Menge von  $A$  im ternären Gemenge auf, d. i. die Strecke  $Bc$ , dann die relative Menge von  $C$ , also die Strecke  $cc$ ; die Strecke  $cA$  entspricht dann der relativen

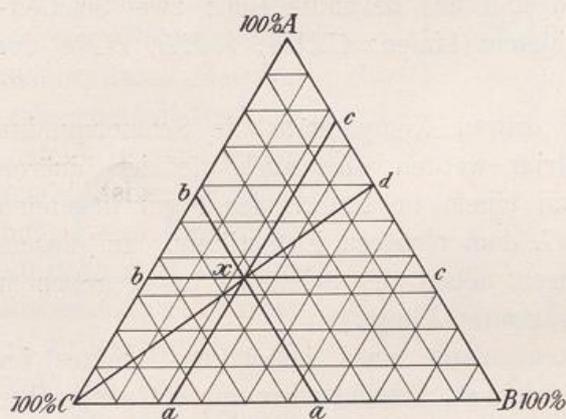


Fig. 66.

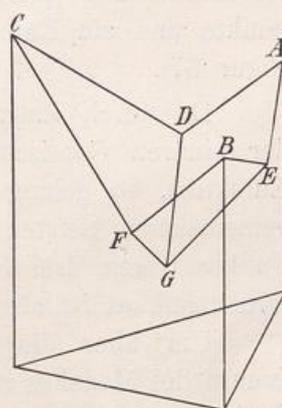


Fig. 67.

Menge von  $B$ . Von den beiden Punkten  $c$  aus ziehen wir Parallelen zu den Seiten des Dreiecks. Der Schnittpunkt ist der gesuchte Punkt. Eine durch den Punkt  $x$  und einen Winkel, z. B.  $C$ , gezogene Linie  $Cd$  teilt die dem Winkel gegenüberliegende Seite  $AB$  in demselben Verhältnis, wie die Linie  $ab$ . Der Punkt  $d$  gibt uns daher ohne weiteres das Verhältnis von den zwei Komponenten des Systems  $A$  und  $B$  auf 100 umgerechnet. Eine zu einer Seite parallele Linie ist der geometrische Ort aller Punkte, in denen die Konzentration der einen Komponente und die Summe der Konzentrationen der beiden anderen Komponenten konstant bleibt, während die relative Konzentration der beiden anderen Komponenten wechselt. So bleibt längs der Linie  $ac$  die Konzentration von  $B$  konstant und ebenso die Summe der Konzentrationen von  $A$  und  $C$ , während das Verhältnis der beiden letzteren vom Punkte  $a$ , wo  $A = 0$  bis zum Punkte  $c$ , wo  $C = 0$  wechselt.

Ein binäres System wird durch einen Punkt auf einer der Seiten des Dreiecks zum Ausdruck gebracht. So stellt der Punkt  $a$  einen Punkt des binären Systems  $B-C$  und der Punkt  $b$  einen solchen des Systems  $A-C$  und der Punkt  $c$  einen solchen des Systems  $B-A$  dar.

Wir wollen uns bei den nachstehenden Betrachtungen dieser letzteren Darstellungsweise bedienen.

Da wir zur Darstellung der Temperaturänderungen die dritte Dimension zu Hilfe nehmen müssen, so gelangen wir zu einem gleichseitigen Dreikantprisma als Grundmodell.

Wir betrachten hier zunächst nur den einfachsten Fall, daß die drei Stoffe miteinander keine Verbindungen zu bilden vermögen und auch Löslichkeit in festem Zustande ausgeschlossen ist. Wir gelangen dann zu drei Zweistoffsystemen, die auf den Seitenflächen des Prismas zur Darstellung gebracht sind und das bekannte Bild: zwei Schmelzpunkte und ein Eutektikum bieten (Linien:  $CDA$ ,  $AEB$ ,  $BFC$  der Figur 67).

Da durch Zusatz einer dritten Komponente die Schmelzpunkte der binären Gemische erniedrigt werden, also auch die der binären Eutektika, so gelangen wir zu einem im Innern der Figur liegenden gemeinsamen tiefsten Punkt  $G$ , dem ternären Eutektikum. In diesem Punkte treten drei feste Phasen neben der Schmelze bei gegebenem Druck auf, es ist also ein invarianter Punkt.

Um über die Zusammensetzung eines beliebigen Punktes im Innern des Modelles etwas zu erfahren, brauchen wir nur die senkrechte Projektion auf die Basis des Prismas auszuführen, und wie oben geschildert, die Zusammensetzung dieses Punktes zu ermitteln.

Die starke Schmelzpunktserniedrigung, die durch Zusammenschmelzen mehrerer Komponenten erhalten werden kann, ist eine bekannte Tatsache. Ein gutes Beispiel hierfür bietet die bekannte ternäre Legierung von Rose.

Schmp. der Komponenten	Schmp. der binären Eutektika	Schmp. des ternären Eutektikums.
Bi 268 °	Bi-Pb 127 °	Bi-Pb-Sn 96 °
Pb 325 °	Bi-Sn 133 °	
Sn 232 °	Pb-Sn 182 °	

(Durch Zusatz von Kadmium kann der Schmelzpunkt noch weiter bis auf 65,5 ° herabgedrückt werden — Woodsches Metall).

Durch die Möglichkeit der Bildung von Verbindungen zwischen den Einzelkomponenten, also binärer Verbindungen sowie ternärer Ver-

bindungen, ferner der Bildung fester Lösungen, können die Verhältnisse natürlich wesentlich komplizierter werden. Es ist uns nicht möglich, im einzelnen auf diese Fälle einzugehen.

Eingehende experimentelle Untersuchungen für die Mineralogie wichtiger ternärer Systeme dieser Art sind bisher nur spärlich bekannt geworden und die an ihnen gemachten Messungen sind zumeist noch ziemlich lückenhaft.

Wir gehen zunächst auf einige interessante Untersuchungen

Vogts<sup>1)</sup> über das ternäre System Kalk-Natron-Kali-Feldspat ein, das er durch Betrachtungen natürlicher Feldspat-Vorkommen in ähnlicher Weise, wie das in dem letzten Kapitel für die binären Feldspatgemische erläutert worden ist, zu konstruieren gesucht hat.

Die drei hierhergehörigen binären Systeme hatten folgende Eigenschaften: Das Paar

Kalk-Natronfeldspat war in allen Verhältnissen mischbar. Das Paar Kali-Natronfeldspat zeigte eine nur partielle Mischbarkeit

und hatte ein eutektisches Schmelzpunktminimum. Auch für das binäre System Kalk-Kalifeldspat nimmt Vogt, wie wir schon erwähnten, partielle Mischbarkeit mit eutektischem Minimum an. Tragen wir die drei binären Systeme auf die drei Seitenflächen des Dreikant-

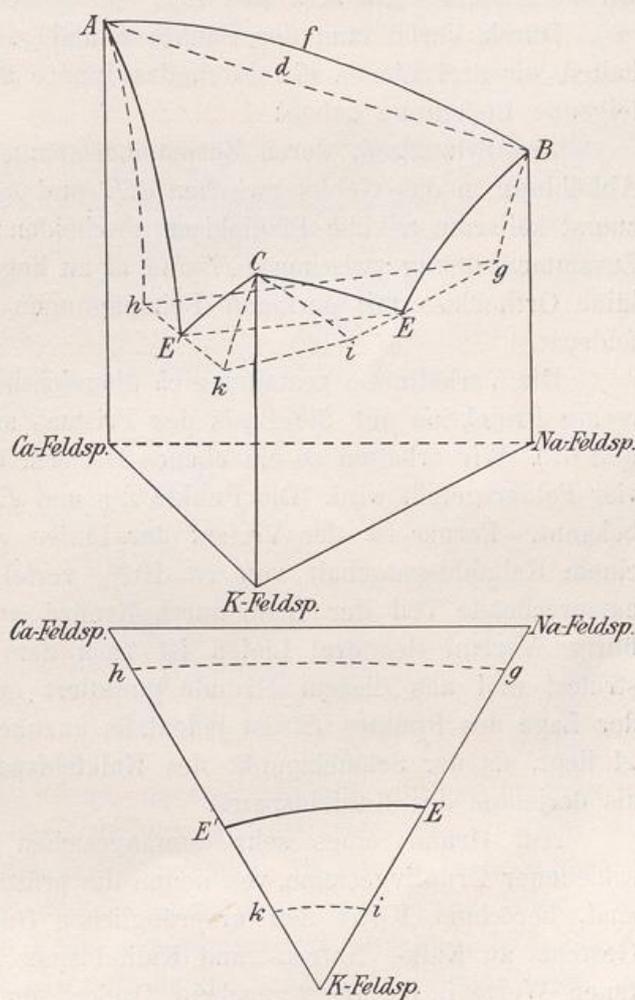


Fig. 68.

1) Tscherm. Mitt. 24. 542 (1905).

prismas auf, so erhalten wir etwa die Figur 68. Die Schmelzpunkte der reinen Einzelkomponenten  $A, B, C$  sind einigermaßen genau bekannt. Ebenso ist der Verlauf der Linie  $AfB$  relativ sichergestellt. Schließlich ist die Zusammensetzung der Punkte  $E, g, i$  von Vogt aus seinen Betrachtungen abgeleitet worden. Gar nichts Zuverlässiges wissen wir über die Punkte  $h, k$  und  $E'$ .

Durch Verbindung der Punkte  $h$  und  $g, i$  und  $k, E$  und  $E'$  erhalten wir drei Linien, die durch das Innere der Figur gehen und die folgende Bedeutung haben:

Aus Schmelzen, deren Zusammensetzung so ist, daß wir bei der Abkühlung in das Gebiet zwischen  $EE'$  und  $hg$  gelangen, werden sich zuerst kaliarme triklone Plagioklase abscheiden; aus Schmelzen, deren Zusammensetzung zwischen  $EE'$  und  $ik$  zu liegen kommt, zuerst monokline Orthoklase mit geringen Beimengungen von Natron- und Kalkfeldspat.

Die Verhältnisse gestalten sich übersichtlicher, wenn wir die senkrechte Projektion auf die Basis des Prismas ausführen (Fig. 68 unten und 69). Wir erhalten so ein ebenes Dreieck, das durch drei Linien in vier Felder geteilt wird. Die Punkte  $i, g$  und  $E$  in dieser Figur 69 sind bekannt. Ferner ist der Verlauf der Linien  $gh, E'E$  und  $ik$  bis zu einem Kalkfeldspatgehalt von ca. 10% verfolgt worden. Es ist der entsprechende Teil der Linie durch Kreuze angedeutet worden. Der übrige Verlauf der drei Linien ist nach der Wahrscheinlichkeit konstruiert und aus diesem Grunde punktiert gezeichnet worden. Von der Lage des Punktes  $E'$  ist jedenfalls anzunehmen, daß er näher an  $A$  liegt, da der Schmelzpunkt des Kalkfeldspates wesentlich höher ist als derjenige des Kalifeldspates.

Auf Grund eines sehr umfangreichen Analysenmaterials verschiedener Eruptivgesteine, von denen die präsumptiv besten ausgewählt sind, berechnet Vogt den ursprünglichen Gehalt des geschmolzenen Gesteins an Kalk-, Natron- und Kalifeldspat und trägt die so erhaltenen Werte in das oben gegebene Dreieck ein. Aus Schmelzen, deren Zusammensetzung oberhalb der Linie  $EE'$  fällt, müßte primär Plagioklas, aus einer solchen unterhalb zuerst Orthoklas abgeschieden sein.

Die Zusammensetzung der Schmelzen, aus denen nun tatsächlich Orthoklas als primäres Abscheidungsprodukt auftritt, sind durch volle Punkte, diejenigen, aus denen zuerst Plagioklas sich abgeschieden hat, durch kleine Kreise angedeutet. Wir sehen, daß tatsächlich die Kreise sämtlich oberhalb, die Vollpunkte sämtlich unterhalb der eutektischen Linie  $EE'$  liegen.



zu suchen ist, wird durch einen Pfeil angedeutet. Man sieht, daß der abgeschiedene Plagioklas stets reicher an Kalk ist, als der Zusammensetzung der Lösung entspricht, (die Pfeile in der oberen Hälfte der Figur sind sämtlich nach links gerichtet), umgekehrt sind die Orthoklase stets kalkärmer als die Lösung, aus der sie kristallisieren. Die Pfeile im unteren Teil der Figur sind mehr oder weniger stark nach rechts geneigt.

Der relativ geringe Kalkgehalt der Feldspate führenden Gesteine bringt es mit sich, daß über die linke Seite der Figur näheres sich nicht hat feststellen lassen.

Auch das ternäre System, Quarz-Orthoklas-Albit ist von Vogt<sup>1)</sup> rekonstruiert worden. Es ist dieses schon deshalb von großem Interesse, weil diese Mineralien die Hauptabscheidungsprodukte des granitischen Magmas darstellen. Wir werden die Kristallisation des granitischen Magmas im nächsten Kapitel an der Hand einer anderen Darstellung behandeln und daher soll hier nur auf die Vogtschen Ausführungen verwiesen werden.

In der italienischen Übersetzung seiner chemischen Kosmographie, die gegenüber dem deutschen Original eine Reihe von Erweiterungen und Umänderungen erfahren hat, gibt E. Baur<sup>2)</sup> eine Dreiecksprojektion für das System CaO, MgO, SiO<sub>2</sub>. Die Grenzen zwischen den Stabilitätsgebieten der einzelnen möglichen Stoffe sind auf Grund der von Vogt gegebenen „Individualisierungsgrenzen“ (Silikatschmelzlösungen I, Tab. I) gezeichnet worden. Diese Individualisierungsgrenzen geben uns die Gebiete, innerhalb deren der betreffende Stoff als erstes Ausscheidungsprodukt auftritt. Wie leicht einzusehen und von Vogt auch zuerst hervorgehoben worden ist, sind diese Individualisierungsgrenzen identisch mit den eutektischen Linien.

Das von Baur gegebene Diagramm ist auf Grund der neueren Forschungen, namentlich der Untersuchungen der Washingtoner Arbeiten ein wenig abgeändert in Figur 70 wiedergegeben.

Für das Zweistoffsystem SiO<sub>2</sub>, MgO verwenden wir die von J. H. L. Vogt, Silikatschmelzlösungen S. 96 angeführten Daten.

Der Schmelzpunkt des reinen Magnesiumoxyds ist von Hempel zu 2250° bestimmt worden, den Schmelzpunkt des Olivins gibt Vogt zu 1450° an, den Schmelzpunkt des Enstatits entnehmen wir der Arbeit von Day<sup>3)</sup> zu ca. 1525°. Die Lage des Eutektikums zwischen

1) Tschermaks Mitteilungen 25, S. 362 (1905).

2) Emilio Baur, Cosmografia chimica. Milano (1908).

3) Bull. of Geol. Soc. 21, 141 (1910) und Allen u. White, Amer. Journ.

Olivin und Enstatit findet Vogt näher zum Enstatit etwa bei 0,6 Olivin, 0,4 Enstatit (Punkt *a*). Der Schmelzpunkt der Kieselsäure schließlich ist von Day, Allen und Shepherd<sup>1)</sup> zu 1600° bestimmt worden.

Auf der Linie  $SiO_2$ — $CaO$  sind sämtliche Punkte bis auf den Schmelzpunkt von  $CaO$  von Day, Allen und Shepherd eingehend ermittelt worden (s. Kap. V, S. 68).

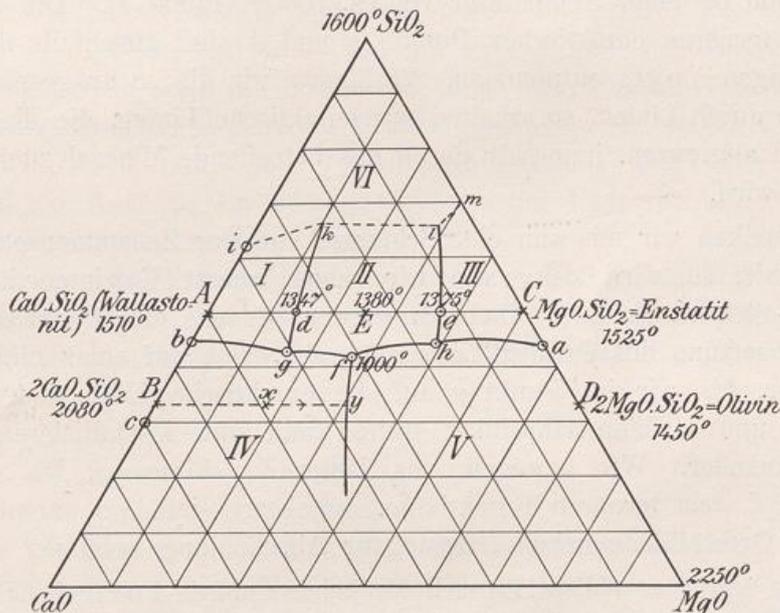


Fig. 70.

Ferner haben Shepherd und Rankin<sup>2)</sup> das binäre System  $CaO$ ,  $MgO$  untersucht und konstatiert, daß dieselben keine Verbindung mit einander bilden. Die Lage des Eutektikums konnte nicht bestimmt werden.

Schließlich haben Allen u. White<sup>3)</sup> das binäre System Kalziummetasilikat (Wollastonit)-Magnesiummetasilikat (Enstatit) untersucht, also ein System, das durch die Linie  $AC$  unserer Figur angedeutet ist. Dieses

Science Sillim. [4] 27. 1 (1909). Eigentlich handelt es sich hier nicht um den Schmelzpunkt des Enstatits, sondern des monoklinen Magnesiapyroxens. Vgl. S. 46. Da aber in der Natur stets an dessen Stelle der labilere Enstatit auftritt, so berechtigt uns dieses auch bei den nachstehenden Betrachtungen stets vom Enstatit zu reden.

- 1) Tschemmaks Mitteilungen 26, 169.
- 2) Zeitschr. f. anorg. Chem. 68, 370 (1910).
- 3) l. c.

System ergab eine Verbindung, den Diopsid  $\text{CaMg}(\text{SiO}_3)_2$ , der bei ca.  $1375^\circ$  schmilzt<sup>1)</sup> (Punkt *E*). Die Lage der beiden Eutektika wurde bei ca.  $1347^\circ$  und einer Zusammensetzung 28  $\text{MgSiO}_3$ , 72  $\text{CaSiO}_3$  und  $1375^\circ$  und einer Zusammensetzung 68  $\text{MgSiO}_3$  und 32  $\text{CaSiO}_3$  ermittelt. Es sind dies die beiden Punkte *d* und *e*. Das ternäre Eutektikum Diopsid-Olivin-Äkermannit liegt nach Vogts Silikatschmelzlösungen I, Taf. 1 und II, Taf. 4 bei 42,5 Mol.-Proz.  $\text{SiO}_2$ , 30,5 Mol.-Proz.  $\text{CaO}$ , 27,0 Mol.-Proz.  $\text{MgO}$  und bei einer Temperatur von ca.  $1000^\circ$  (Punkt *f*). Die übrigen beiden ternären eutektischen Punkte *g* und *h* sind gleichfalls den Berechnungen Vogts entnommen. Verbinden wir die so ausgezeichneten Punkte durch Linien, so erhalten wir eutektische Linien, die diejenigen Gebiete abgrenzen, innerhalb deren das betreffende Mineral zuerst entstehen wird.

Denken wir uns nun eine Schmelze von der Zusammensetzung *x* abgekühlt, so wird sich, wie wir sehen, zuerst Kalziumorthosilikat  $2 \text{CaO} \cdot \text{SiO}_2$  abscheiden. Dadurch werden wir uns direkt von der Zusammensetzung des Orthosilikates entfernen, also auf einer Linie *Bxy* bewegen, bis wir im Punkt *y* auf die eutektische Linie *yf* zwischen Olivin und Kalziumorthosilikat treffen und nun kristallisieren diese nebeneinander. Wir bewegen uns längs der Linie *yf*, bis wir im Punkte *f*, dem ternären Eutektikum, angelangt sind, wo nunmehr die beiden Orthosilikate neben Diopsid zur Abscheidung gelangen werden.

In ähnlicher Weise läßt sich für jeden anderen Punkt des Systems ohne Schwierigkeiten feststellen, welcher Art der Kristallisationsgang sein wird.

Wir erkennen aus der Figur ohne weiteres, daß gewisse Phasen nicht nebeneinander im Endprodukt werden auftreten können. So schließt das Auftreten von Enstatit die Gegenwart von Wollastonit überhaupt im Gestein aus. Olivin wird niemals neben Wollastonit und ebensowenig das Kalziumorthosilikat neben Enstatit kristallisieren können, da sie keine eutektischen Linien gemeinsam haben. Ebensowenig wird Olivin neben Quarz auftreten können, dessen Gebiet oberhalb der Linie *iklm* liegt. Von den vier ausgezeichneten Punkten dieser Linie ist nur einer der Lage nach bekannt. Diese Linie ist deshalb punktiert gezeichnet. Es ist eine bekannte Tatsache, daß Olivin niemals in saurem Gestein auftritt.

1) Vgl. übrigens hierzu die wesentlich niedrigeren Schmelztemperaturen ( $1250$ — $1290^\circ$ ) des Diopsids nach Dittler, Zeitschr. f. anorg. Chem. 69, 273 (1911).

Als weitere Untersuchungen von ternären Systemen erwähnen wir ein von R. C. Wallace<sup>1)</sup> in neuester Zeit in Angriff genommenes. Es ist das System  $\text{Na}_2\text{O}$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{SiO}_2$ , in dem die Mineralien Korund  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , Tridymit  $\text{SiO}_2$ , Albit  $\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$ , Na-Leucit  $\text{NaAlSi}_2\text{O}_6$ , Nephelin  $\text{NaAlSiO}_4$  und Sillimanit  $\text{Al}_2\text{SiO}_5$  auftreten. Leider konnte ein großer Teil dieses Systems gar nicht zur Untersuchung gelangen; es ist dies zunächst der ganze Teil, der basischer ist als dem Natrium-Aluminat  $\text{NaAlO}_2$  und dem Natriummetasilikat  $\text{Na}_2\text{SiO}_3$  entspricht. Ferner ist von dem Rest ein großer Teil der Untersuchung nicht zugänglich, weil die Schmelzen selbst bei langsamer Abkühlung nicht kristallisieren, sondern zu Gläsern erstarren. In diesen Teil fällt auch der Leucit und Albit. Schließlich entzieht sich noch in der Gegend des Korunds ein Teil des Systems der Untersuchung, weil die Schmelzpunkte hier zu hoch liegen.

In dem der Untersuchung zugänglichen Teil treten drei Kristallarten auf: Korund, Sillimanit und Nephelin. Diese drei Hauptkristallarten bilden innerhalb gewisser Grenzen Mischkristalle und zwar:

1. Sillimanit mit Korund,
2. „ „  $\text{SiO}_2$ ,
3. Korund mit Natriumoxyd,
4. Nephelin mit Korund,
5. Nephelin mit Quarz und mit Natriummetasilikat.

Die Grenzen der Mischkristallbildung konnten noch nicht mit Sicherheit festgestellt werden.

Die angeführten Beispiele<sup>2)</sup> mögen genügen, um darzutun, daß auch das Studium ternärer petrographischer Systeme begonnen hat und daß es, wenn systematisch durchgeführt, zweifellos reichen Erfolg verspricht.

1) Zeitschr. f. anorg. Chem. 63, S. 1 ff. (1909).

2) Weitere Beispiele siehe: Jänecke, Zeitschr. f. phys. Chem. 64, 305 und 343 sowie die jüngste Arbeit von J. H. L. Vogt, Über das Spinell-Magnetit-Eutektikum. Videnskabs-Selskabets Skrifter, I. Math.-Naturw. Klasse 1910, Nr. 5, Christiania.