Die Festigkeitslehre

Lauenstein, Rudolf

Stuttgart, 1902

§ 13. Widerstand gegen Abscherung.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78212

Das nächstliegende Profil ist (nach der Tabelle S. 29) Nr. 24 mit $W_x = 353$. Für dieses ist genau:

$$c = \frac{W_x}{W_y} = 8{,}5$$

folglich wird:

$$W_x = \frac{75\,808 + 8{,}5 \,.\, 31\,658}{1000} = 345$$

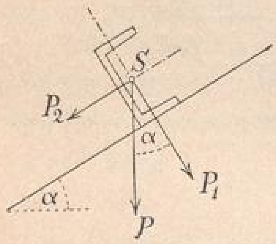
d. h. I-Eisen Nr. 24 genügt als Trägerquerschnitt.

Aufgabe 49. Bei einem eisernen Dache sei die wagerechte Entfernung der Pfetten = 2,4 m, die Binderentfernung b = 3,2 m. Der Neigungswinkel der Dachfläche ist angenommen zu $\alpha = 21^0\,50'$ entsprechend $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}4 = 1 : 2{,}5$). Die lotrechte Belastung für 1 qm Grundrißfläche betrage p = 175 kg. Es soll das erforderliche Profil der aus ⊏-Eisen zu bildenden Pfette berechnet werden (Fig. 92).

Auflösung. Die lotrechte Belastung der Pfette ist:

$$P = 2{,}4 \,.\, 3{,}2 \,.\, 175 = 1344 \text{ kg}$$

Fig. 92.



Durch Zerlegung erhält man:

$$P_1 = P \cos \alpha = 1344 \,.\, 0{,}92827 = 1248 \text{ kg}$$
$$P_2 = P \sin \alpha = 1344 \,.\, 0{,}37191 = 500 \text{ kg}$$

Demnach sind, wenn die Pfette als Träger auf 2 Stützen behandelt wird, die Momente:

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{P_1 b}{8} = \frac{1248 \,.\, 320}{8} = 49\,920$$

$$\mathfrak{M}_2 = \frac{P_2 b}{8} = \frac{500 \,.\, 320}{8} = 20\,000$$

Nach Gl. 79) S. 108 ist (bei k = 1000) und vorläufiger Annahme von c = 6:

$$W_x = \frac{49\,920 + 6 \,.\, 20\,000}{1000} = 170$$

Das nächstliegende Profil ist (nach Tabelle 1 S. 28) Nr. 20 mit W = 191. Für dieses ist genau c = 7,09, folglich würde bei Beibehaltung des Profiles Nr. 20 die Inanspruchnahme betragen:

$$k = \frac{49\,920 + 7{,}09 \,.\, 20\,000}{191} = 1004 \text{ kg|qcm}$$

§ 13.

Widerstand gegen Abscherung.

Der Widerstand gegen Abscherung tritt dann auf, wenn die äußeren Kräfte einen Teil des Körpers von dem anderen in einer Fläche abzuschieben oder abzuscheren streben. Dieser Widerstand ist verhältnisgleich der abzuscherenden Fläche.

Ist daher P die auf die Abscherung wirkende Kraft, F die abzuscherende

Fläche und t die dabei auftretende innere Spannung, so ist unter der Annahme, daß sich die Kraft gleichmäßig über die Querschnittsfläche verteilt:

$$\mathbf{P} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{t} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 81)$$

Soll der Körper dem Abscheren mit Sicherheit widerstehen, so darf die Schubspannung t eine gewisse zulässige Grenze nicht überschreiten, und zwar kann man für Metalle annehmen:

$$\mathbf{t} = \frac{4}{5}\,\mathbf{k} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 82)$$

wobei für k der kleinere Wert der nach der Tabelle § 1 S. 4 zulässigen Inanspruchnahme gegen Zug oder Druck einzusetzen ist.

Beim Holz kann man parallel zur Faserrichtung annehmen:

für Tannenholz $t = 4{,}5$ kg
für Kiefernholz $t = 6$ kg
für Eichenholz $t = 8$ kg

In der Richtung rechtwinklig zur Stammachse gilt Gl. 82).

Aufgabe 50. Wie groß muß der Durchmesser d eines schmiedeeisernen Bolzens sein, welcher eine Schubkraft von 6000 kg mit Sicherheit aufnehmen soll?

Auflösung. Da hier:

$$k = {}^4/_5 \, . \, 1000 = 800 \text{ kg}$$

einzusetzen ist, so wird:

$$\frac{d^2 \pi}{4} \, . \, 800 = 6000$$

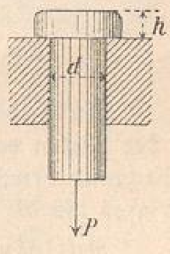
$$d = \sqrt{\frac{4 \, . \, 6000}{3{,}14 \, . \, 800}} = 3{,}1 \text{ cm}$$

Aufgabe 51. Ein schmiedeeiserner Bolzen (Fig. 93) soll durch eine in der Achsenrichtung wirkende Kraft P = 8000 kg belastet sein. Wie groß muß der Durchmesser d und wie groß die Kopfhöhe h ausgeführt werden?

Auflösung. Der Durchmesser d ergibt sich aus der Gleichung:

$$\frac{d^2 \pi}{4} \, . \, k = P$$

Fig. 93.



zu:

$$d = \sqrt{\frac{4\,P}{\pi\,k}} = \sqrt{\frac{4 \, . \, 8000}{3{,}14 \, . \, 1000}} = 3{,}2 \text{ cm}$$

Die abzuscherende Fläche des Kopfes ist:

$$F = d \, \pi \, h$$

folglich:

$$d \, \pi \, h \, . \, {}^4/_5 \, k = P$$

$$h = \frac{P}{d \, \pi \, {}^4/_5 \, k} = \frac{8000}{3{,}2 \, . \, 3{,}14 \, . \, 800} = 1 \text{ cm}$$

Aufgabe 52. Eine Blechtafel von $\delta = 1{,}2$ cm Stärke soll mit Nietlöchern von $d = 2{,}5$ cm Durchmesser versehen werden. Wie groß ist die zum Durchstoßen der Löcher erforderliche Kraft P, wenn man die Inanspruchnahme, bei welcher der Bruch erfolgt, $= 4000$ kg annimmt?

Auflösung. Die abzuscherende Fläche ist:

$$F = d \cdot \pi \cdot \delta = 2{,}5 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}2 = 9{,}42 \text{ qcm}$$

folglich:

$$P = 9{,}42 \cdot 4000 = 37680 \text{ kg}$$

Aufgabe 53. Welcher Schubkraft kann ein Nagel aus Eichenholz von 2,6 cm Durchmesser mit Sicherheit widerstehen?

Auflösung. Die abzuscherende Fläche ist:

$$F = \frac{2{,}6^2 \cdot 3{,}14}{4} = 5{,}31 \text{ qcm}$$

für:

$$t = {}^4/_5 \cdot 80 = 64 \text{ kg}$$

wird dann:

$$P = 5{,}31 \cdot 64 = 340 \text{ kg}$$

Aufgabe 54. Auf den Balken eines Hängewerkes wird durch die versatzte Strebe eine wagerechte Schubkraft H = 2484 kg ausgeübt (Fig. 94). Die Breite b von Balken und Strebe sei = 18 cm. Wie groß muß das Maß a angenommen werden, wenn der Balken aus Kiefernholz vorausgesetzt wird?

Fig. 94.

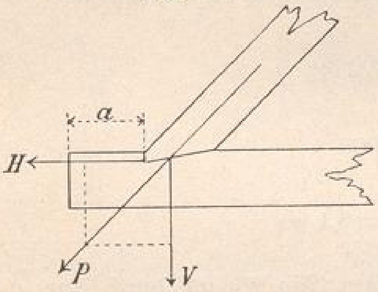
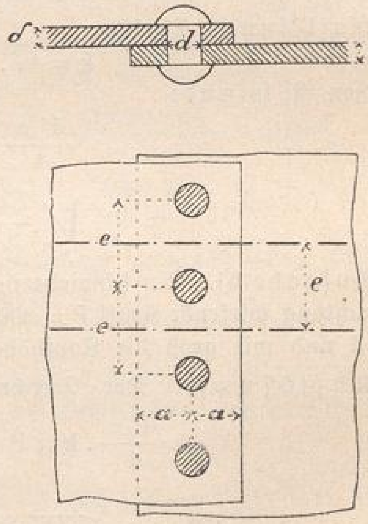


Fig. 95.



Auflösung. Die abzuscherende Fläche ist:

$$F = a \cdot b = a \cdot 18$$

für:

t = 6 kg (parallel zur Faserrichtung)

wird dann:

$$a \cdot 18 \cdot 6 = 2484$$

$$a = \frac{2484}{18 \cdot 6} = 23 \text{ cm}$$

Aufgabe 55. Bei einer einfachen Vernietung (Fig. 95) soll die Entfernung e der Nieten voneinander und das Maß a, d. i. die Entfernung von Nietmitte bis Blechrand berechnet werden unter der Annahme, daß der Nietdurchmesser doppelt so groß als die Blechstärke ($d = 2\,\delta$) gewählt wird.

Auflösung. Eine Abscherung der Niete darf nicht eher eintreten als ein Zerreißen des Bleches zwischen den Nieten.

Denkt man sich also einen Streifen von der Breite der Nietteilung e herausgeschnitten, so ist für diesen:

$$\frac{d^2\,\pi}{4} \cdot \frac{4}{5} k_{\text{Niet}} = (e - d)\,\delta\, k_{\text{Blech}}$$

Da für die Niete, welche starke Formänderung ertragen müssen, ein weit besseres Eisen verwendet wird, als für das Blech, so darf man annehmen:

$$\tfrac{4}{5}\, k_{\text{Niet}} = k_{\text{Blech}}$$

wodurch aus der letzten Gleichung, wenn darin noch $\delta = \tfrac{1}{2}\, d$ gesetzt wird, folgt:

$$\frac{d^2 \pi}{4} = (e - d)\,\frac{d}{2}$$

$$e = \left(1 + \frac{3{,}14}{2}\right) d$$

dafür genügend genau:

$$\mathbf{e = 2{,}5\, d}$$

Ferner darf eine Abscherung der Niete nicht eher eintreten als ein Herausschieben oder Aufstauchen des Bleches vor den Nieten; daher ist für einen Streifen von der Breite e:

$$\frac{d^2 \pi}{4} \cdot \frac{4}{5}\, k_{\text{Niet}} = 2\left(a - \frac{d}{2}\right) \delta\, \frac{4}{5}\, k_{\text{Blech}}$$

Setzt man wieder:

$$\tfrac{4}{5}\, k_{\text{Niet}} = k_{\text{Blech}}$$

und:

$$\delta = \tfrac{1}{2}\, d$$

so folgt:

$$\frac{d^2 \pi}{4} = 2\left(a - \frac{d}{2}\right)\frac{d}{2}\,\frac{4}{5}$$

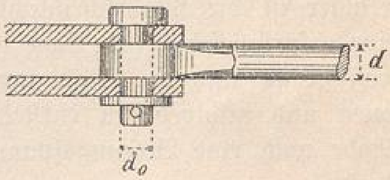
$$a = \left(\frac{5 \cdot 3{,}14}{16} + \frac{1}{2}\right) d$$

dafür genügend genau:

$$\mathbf{a = 1{,}5\, d}$$

Aufgabe 56. Die schmiedeeiserne Zugstange eines Dachbinders sei mit $P = 10000$ kg belastet und soll mittels eines Stahlbolzens mit zwei Knotenblechen verbunden werden (Fig. 96). Wie groß ist der Durchmesser d der Zugstange, und wie groß der Durchmesser d_0 des Bolzens auszuführen?

Fig. 96.



Auflösung. Der Durchmesser der Zugstange ergibt sich (bei $k = 1000$ kg) aus der Gleichung:

$$\frac{d^2 \pi}{4} \cdot 1000 = 10000$$

zu:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 10000}{3{,}14 \cdot 1000}} = \infty\ 3{,}6 \text{ cm}$$

Wird das Auge der Stange in derselben Breite ausgeführt, so kann der Bolzen angesehen werden als ein an beiden Enden eingespannter Träger von 3,6 cm Länge, welcher durch 10000 kg gleichmäßig belastet ist. Die Berechnung desselben geschieht nach Gl. 68) S. 98, worin:

$$p\, l = 10000$$

$$W = \frac{d_0^{\,3} \pi}{32}$$

einzusetzen ist.

$$10000 \cdot \frac{3{,}6}{12} = k \cdot \frac{d_o^3 \pi}{32}$$

für k = 1200 wird dann:

$$d_o = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 10000 \cdot 3{,}6}{12 \cdot 1200 \cdot 3{,}14}} = \infty\ 3{,}0 \text{ cm}$$

Wollte man den Bolzen auf Abscherung berechnen, so würde man zu geringe Abmessungen erhalten, wie sich aus folgender Rechnung ergibt.

Da der Bolzen zweischnittig ist, d. h. da hier zwei Querschnitte abzuscheren sind, so ist:

$$2 \frac{d_o^2 \pi}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot 1200 = 10000$$

$$\frac{d_o^2 \pi}{4} = \frac{10000}{2 \cdot {}^4\!/_5 \cdot 1200} = 5{,}2 \text{ qcm}$$

$$d_o = 2{,}6 \text{ cm}$$

Das Beispiel zeigt, daß bei Bolzenverbindungen wie in Fig. 96 die Beanspruchung auf Biegung häufig größer ausfallen kann als auf Abscherung. In zweifelhaften Fällen thut man gut, beide Rechnungen, auf Biegung und auf Abscherung durchzuführen.

§ 14.

Widerstand gegen Zerknicken.

Ist ein gerader prismatischer Stab vom Querschnitt F mit seinen Enden A und B gelenkartig befestigt und wirkt, während der untere Endpunkt unterstützt ist, an dem oberen Endpunkte und in der Achsenrichtung des Stabes eine Kraft P, so erzeugt diese nach § 2 eine Druckspannung:

$$k = \frac{P}{F}$$

Je länger der Stab im Verhältnis zu seinem Querschnitt ist, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit, daß er unter Einwirkung der Kraft P seine ursprünglich gerade Lage beibehält: es wird vielmehr, wenn die Kraft P groß genug und der Stab lang genug ist, eine seitliche Ausbiegung eintreten und infolgedessen entsteht dann außer der Druckspannung k in dem Stabe noch eine Biegungsspannung, hervorgebracht durch das Moment der Kraft P.

Bei allmählichem Anwachsen der Kraft P wird schließlich durch gleichzeitige Wirkung der Druckspannung k und der Biegungsspannung eine Zerstörung eintreten, der Stab wird zerknickt werden.

Lange dünne Stäbe werden daher eher zerknickt als zerdrückt und müssen außer auf Druck auch noch auf Zerknicken berechnet werden.

Der Stab AB (Fig. 97) erfahre durch die Kraft P in der Mitte die Durchbiegung f und befinde sich im Gleichgewicht. Wir denken uns den unteren Teil desselben bis zu der Mitte C fest eingespannt.