Die Festigkeitslehre

Lauenstein, Rudolf

Stuttgart, 1902

2. Der durch Einzelkräfte belastete Träger auf drei Stützen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78212

Danach ist das Moment über der Mittelstütze des symmetrischen gleichmäßig belasteten Trägers von der Länge 2 l auf drei in gleicher Höhe liegenden Stützen gleich dem größten Momente des gleichmäßig belasteten, an beiden Enden frei aufliegenden Trägers von der Länge l.

Für die Berechnung des Trägerquerschnittes kann man daher annehmen, daß die Felder A C und B C durch je einen besonderen Träger überspannt sind.

Zur Berechnung der Stütze C selbst, die z. B. aus einer Säule oder einem Unterzug bestehen kann, ist diese Annahme dagegen unzulässig, denn der Druck, welchen zwei Einzelträger A C und B C auf die Stütze C übertragen, würde nur $= p\,l$ sein, während in Wirklichkeit der durchlaufende Träger A C B nach Gl. 65) einen größeren Druck auf die Mittelstütze ausübt.

Durch eine Aenderung in der Höhenlage der Stützen werden die Momente stark beeinflußt, und zwar wird durch eine Senkung der Mittelstütze das Moment $\mathfrak{M}_c$ verkleinert, die Momente $\mathfrak{M}$ vergrößert. Durch eine geringe Senkung der Mittelstütze läßt sich daher die Tragfähigkeit des Balkens vergrößern, wogegen eine Ueberhöhung der Mittelstütze nachteilig auf die Tragfähigkeit einwirkt. Da durch Zufälligkeiten, z. B. nachträgliches ungleichförmiges Setzen der Auflager, die Höhenlage derselben sich gegeneinander leicht etwas verändern kann und eine genaue Ueberwachung häufig schwer durchzuführen ist, so bleibt hauptsächlich aus diesem Grunde die Anwendung der Träger auf mehreren Stützen mit Recht beschränkt, obgleich bei diesen an Material etwas gespart werden kann.

2. Der durch Einzelkräfte belastete Träger auf drei Stützen.

Es wird auch hier wieder vorausgesetzt, daß die Stützen in gleicher Höhe liegen, und daß die Feldweiten A C und B C (Fig. 74) einander gleich sind. Die Einzelkräfte P sollen in den Feldmitten angreifen.

Die Durchbiegung des Punktes A gegen den Punkt C ist im ganzen = Null. Sie setzt sich zusammen aus einem Teile, hervorgebracht durch den Stützenwiderstand A und aus einem andern Teile in entgegengesetzter Richtung, welcher durch die Einzelkraft P erzeugt wird.

Der Angriffspunkt E der Einzelkraft P erfährt nach Gl. 36) S. 46 durch P allein die Durchbiegung:

$$f_1 = \frac{P\left(\frac{l}{2}\right)^3}{3\,E\,J} = \frac{P\,l^3}{24\,E\,J}$$

Der Punkt A liegt aber (Fig. 75) um das Maß:

$$f_2 = \frac{l}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

tiefer als der Punkt E, und da nach Gl. 38) S. 47:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P\left(\frac{l}{2}\right)^2}{2\,E\,J}$$

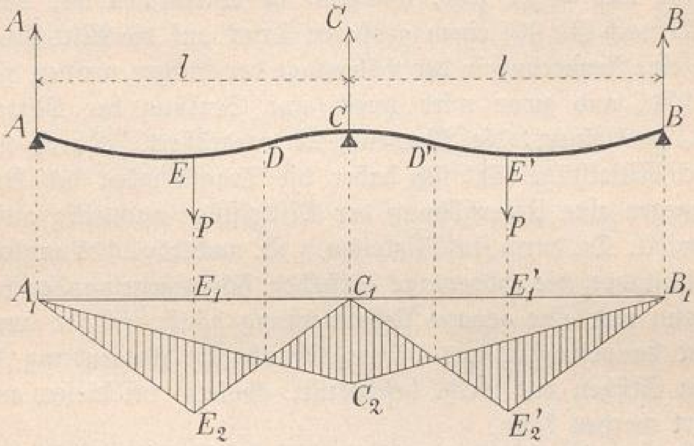
ist, so entsteht:

$$f_2 = \frac{l}{2} \cdot \frac{P\left(\frac{l}{2}\right)^2}{2\,E\,J} = \frac{P\,l^3}{16\,E\,J}$$

Die Gesamtdurchbiegung des Punktes A, hervorgebracht durch die Kraft P beträgt danach:

$$f_1 + f_2 = \frac{P\,l^3}{24\,E\,J} + \frac{P\,l^3}{16\,E\,J} = \frac{5}{48}\,\frac{P\,l^3}{E\,J}$$

Fig. 74.

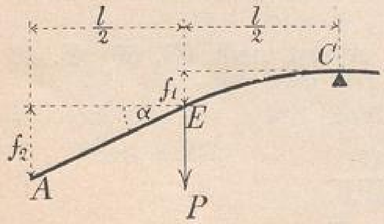


Diese wird gerade wieder aufgehoben durch die von dem Stützenwiderstande A allein bewirkte Durchbiegung nach oben, welche nach Gl. 36) S. 46 die Größe hat:

$$f = \frac{A\,l^3}{3\,E\,J}$$

Setzt man $f = f_1 + f_2$, so erhält man:

Fig. 75.



$$A = B = \frac{5}{16}\,P$$

$$C = \frac{22}{16}\,P$$

Das Moment im Angriffspunkte von P ist:

$$\mathfrak{M} = \frac{5}{16}\,P \cdot \frac{l}{2} = \frac{5}{32}\,P\,l$$

Das Moment über der Mittelstütze hat die Größe:

$$\mathfrak{M}_c = \frac{5}{16}\,P \cdot l - P \cdot \frac{l}{2} = -\frac{3}{16}\,P\,l$$

Der Träger ist daher zu berechnen nach:

$$\mathbf{\frac{3}{16}\,P\,l = k\,W} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 67)$$

Für die Strecke von A bis E (Fig. 74) ist:

$$\mathfrak{M}_x = A\,x = \frac{5}{16}\,P\,x$$

oder:

$$\mathfrak{M}_x = \frac{P}{2}\,x - \frac{3}{16}\,P\,x$$

Für x = 0 wird:

$$\mathfrak{M} = 0$$

für $x = \frac{l}{2}$ wird:

$$\mathfrak{M} = \frac{P\,l}{4} - \frac{3}{32}\,P\,l$$

Für die Strecke von E bis C (Fig. 74) ist:

$$\mathfrak{M}_x = A\,x - P\left(x - \frac{l}{2}\right)$$

oder:

$$\mathfrak{M}_x = \frac{P}{2}\,(l - x) - \frac{3}{16}\,P\,x$$

Für $x = \frac{l}{2}$ wird (wie oben):

$$\mathfrak{M} = \frac{P\,l}{4} - \frac{3}{32}\,P\,l$$

Für x = l wird:

$$\mathfrak{M}_c = -\frac{3}{16}\,P\,l$$

hieraus ergibt sich die in Fig. 74 angedeutete graphische Darstellung der Momente. Darin ist:

$$E_1 E_2 = E'_1 E'_2 = \frac{P\,l}{4}$$

und:

$$C_1 C_2 = \frac{3}{16}\,P\,l$$

Die Lage der Punkte D und D′ ist analytisch bestimmt durch die Bedingung:

$$\frac{P}{2}\,(l - x_0) - \frac{3}{16}\,P\,x_0 = 0$$

Man erhält:

$$x_0 = \frac{8}{11}\,l$$

3. Der an einem Ende wagerecht eingespannte, am anderen Ende frei aufliegende Träger.

a) Der Träger ist gleichmäßig auf seine ganze Länge belastet.

Liegt (Fig. 76) der Auflagerpunkt A mit der Einspannungsstelle C in gleicher Höhe, so ist dieser Träger anzusehen als die Hälfte des unter 1) be-