Die Festigkeitslehre

Lauenstein, Rudolf

Stuttgart, 1902

4. Der an beiden Enden wagrecht eingespannte, gleichmäßig belastete Träger.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78212

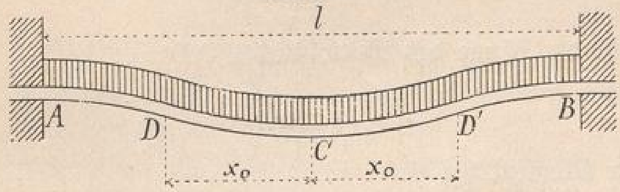
4. Der an beiden Enden wagerecht eingespannte, gleichmäßig belastete Träger.

Die Form der elastischen Linie bei diesem Träger (Fig. 78) zeigt, daß zwei Punkte D und D′ vorhanden sind, in denen das Moment = Null ist.

Die vorläufig noch unbekannte Entfernung dieser Punkte von der Mitte des Trägers sei x_0.

Das mittlere Trägerstück von der Länge $2\,x_0$ kann angesehen werden als ein an den Enden frei aufliegender Träger, welcher auf jeden Unter-

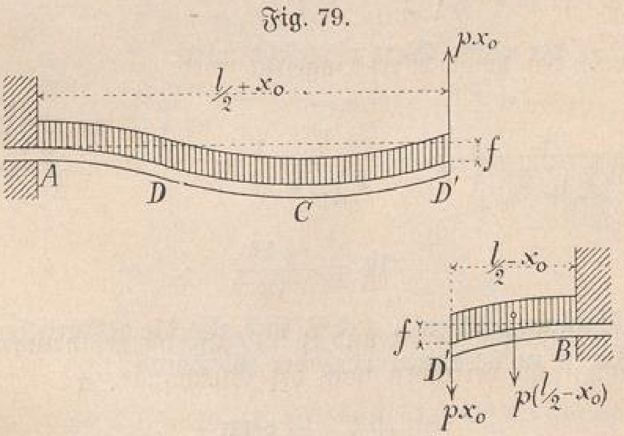
Fig. 78.



stützungspunkt den Auflagerdruck $p\,x_0$ überträgt. Die Seitenstücke A D und B D′ bilden daher gleichmäßig belastete Konsolträger, an deren freiem Ende die Einzelkraft $p\,x_0$ wirkt.

Der Gleichgewichtszustand wird nicht gestört, wenn man sich den Träger AB im Punkte D′ zerschnitten denkt und dafür für das linke Trägerstück A D′

Fig. 79.



die lotrecht aufwärts gerichtete Kraft $p\,x_0$, für das rechte Trägerstück die lotrecht abwärts gerichtete Kraft $p\,x_0$ als äußere Kraft hinzufügt (Fig. 79). Bezeichnet man die Durchbiegung des Punktes D′ gegen die Punkte A und B mit f, so ergibt sich nach Gl. 36) S. 46 und Gl. 40) S. 49 für das linke Trägerstück:

$$f = \frac{p\left(\frac{l}{2} + x_0\right)^4}{8\,E\,J} - \frac{p\,x_0\left(\frac{l}{2} + x_0\right)^3}{3\,E\,J}$$

und für das rechte Trägerstück:

$$f = \frac{p\left(\frac{l}{2} - x_0\right)^4}{8\,E\,J} + \frac{p\,x_0\left(\frac{l}{2} - x_0\right)^3}{3\,E\,J}$$

Setzt man diese beiden Werte von f einander gleich, so folgt:

$$3\left[\left(\frac{l}{2} + x_0\right)^4 - \left(\frac{l}{2} - x_0\right)^4\right] = 8\,x_0\left[\left(\frac{l}{2} + x_0\right)^3 + \left(\frac{l}{2} - x_0\right)^3\right]$$

Durch Auflösung dieser Gleichung ergibt sich:

$$x_0 = \frac{l}{2\sqrt{3}}$$

Danach ist die Länge des Mittelstückes D D′

$$2\,x_0 = \frac{l}{\sqrt{3}}$$

und das größte Moment bei C:

$$\mathfrak{M}_c = \frac{p\,\frac{l}{\sqrt{3}}\cdot\frac{l}{\sqrt{3}}}{8} = \frac{p\,l^2}{24}$$

Für das Moment bei B ergibt sich:

$$\mathfrak{M} = p\,x_0\left(\frac{l}{2} - x_0\right) + \frac{p\left(\frac{l}{2} - x_0\right)^2}{2}$$

und wenn für x_0 der obige Wert eingesetzt wird:

$$\mathfrak{M} = p\,\frac{l}{2\sqrt{3}}\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2\sqrt{3}}\right) + \frac{p\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2\sqrt{3}}\right)^2}{2}$$

woraus folgt:

$$\mathfrak{M} = \frac{p\,l^2}{12}$$

Die Einspannungsstellen A und B sind also die gefährlichen Querschnitte und der Träger ist zu berechnen nach der Gleichung:

$$\frac{\mathbf{p\,l^2}}{\mathbf{12}} = \mathbf{k\,W} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 68)$$

5. Der an beiden Enden wagerecht eingespannte, in der Mitte durch eine Einzelkraft P belastete Träger.

Die Entfernung x_0 der Punkte D und D′, in denen das Moment = Null ist, von der Mitte des Trägers erhält man in ähnlicher Weise wie unter 4).

Das mittlere Trägerstück D D′ von der Länge $2\,x_0$ kann betrachtet werden als ein an den Enden frei aufliegender Träger, welcher auf jeden