UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Festigkeitslehre

Lauenstein, Rudolf

Stuttgart, 1902

Beispiel der Berechnung von Balken, Unterzügen und Säulen für ein einfaches zweistöckiges Gebäude.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78212

Visual Library

Es ergeben sich dann folgende Werte für a:

Nr. des ⊏-Eisens	$6^1/_2$	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
a =	1,54	2,72	4,14	5,50	6,82	8,16	9,48	10,78	12,22	13,34	14,60	15,94	17,24

Aufgabe 64. Eine Säule aus zwei ⊏-Eisen von 5,5 m Höhe ist belastet mit P = 36000 kg. Welches Profil ist zu wählen unter Voraussetzung des Einspannungsfalles I Fig. 102 S. 119?

Auflösung. Nach Gl. 90) S. 119 ist:

$$J = \frac{P\,l^2}{2\,E} = \frac{36000\,.\,550^2}{2\,.\,2000000} = 2722{,}5$$

Für jedes der beiden ⊏-Eisen ist danach erforderlich:

$$J_x = \frac{J}{2} = 1361{,}25$$

Nach Tabelle 1 § 6 S. 28 genügt Nr. 18 mit:

$$J_x = 1354 \text{ und } F = 28 \text{ qcm}$$

Die Beanspruchung auf Druck beträgt:

$$k = \frac{36000}{2\,.\,28} = 643 \text{ kg}$$

Das kleinste Trägheitsmoment eines ⊏-Eisens ist:

$$J_{min} = 114$$

Die beiden ⊏-Eisen sind daher miteinander zu verbinden in Abständen von:

$$l_1 = \sqrt{\frac{2\,.\,2\,.\,2000000\,.\,114}{36000}} = 159 \text{ cm}$$

Danach sind erforderlich mindestens 3 Verbindungen.

Beispiel der Berechnung von Balken, Unterzügen und Säulen für ein einfaches zweistöckiges Gebäude. (Fig. 107.)

1. Oberer Stock. (Holzbalken und eiserner Unterzug.)

Es sollen folgende Angaben zu Grunde gelegt werden:

Säulenentfernung . . . . . . L = 480 cm
Säulenhöhe . . . . H = 500 cm
Spannweite der Balken . . . . l = 400 cm
Entfernung der Balken voneinander B = 60 cm
Belastung einschließlich Eigengewicht p = 500 kg für ein Quadratmeter.

a) Holzbalken.

Die Belastung eines Trägers ist:

$$P = 4\,.\,0{,}6\,.\,500 = 1200 \text{ kg}$$

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

folglich das größte Moment:

$$\mathfrak{M} = \frac{1200 \cdot 400}{8} = 60000$$

Bei k = 60 kg wird:

$$W = \frac{60000}{60} = 1000 = \frac{b\,h^2}{6}$$

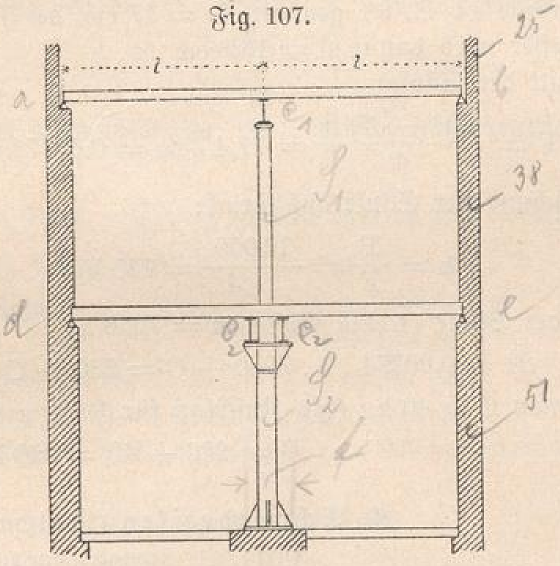
Nimmt man $b = \frac{3}{4}h$, so folgt:

$$\frac{3\,h^3}{4 \cdot 6} = 1000$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 6 \cdot 1000}{3}} = \sqrt[3]{8000} = 20 \text{ cm}$$

$$b = \frac{3}{4}h = \frac{3}{4} \cdot 20 = 15 \text{ cm}$$

Fig. 107.



b) Eiserner Unterzug.

Die Belastung ist, da die Balken als Träger auf drei Stützen $\frac{5}{8}$ ihrer Belastung auf den Unterzug übertragen:

$$P = \frac{5}{8} \cdot L \cdot 2l \cdot p = \frac{5}{8} \cdot 4{,}8 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 500 = 12000 \text{ kg}$$

Es genügt vollkommen, diese Belastung als gleichförmig verteilt anzunehmen; es wird dann:

$$\mathfrak{M} = \frac{12000 \cdot 480}{8} = 720000$$

und für k = 1000 kg:

$$W = \frac{720000}{1000} = 720$$

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Nach Tabelle 2 § 6 S. 29 ist erforderlich ein I=Eisen Nr. 32 mit $W_x = 781$.

Die Beanspruchung wird dann genau:

$$k = \frac{720\,000}{781} = 922 \text{ kg/qcm}$$

c) Säule.

Die Belastung der Säule ist gleich der des Unterzuges, also:

$$P = 12\,000 \text{ kg}$$

α) Gußeisen (ringförmiger Querschnitt).

$$J = \frac{3}{4}\,\frac{P\,H^2}{E} = \frac{3\,.\,12\,000\,.\,500^2}{4\,.\,1\,000\,000} = 2250$$

Nach Tabelle 14 S. 38 genügt: D = 17 cm bei $\delta = 1{,}6$ cm. Der innere Durchmesser wird dann: d = 13,8 cm.

Querschnitt der Säule:

$$F = \frac{(D^2 - d^2)\,\pi}{4} = 77{,}4 \text{ qcm} = 0{,}00774 \text{ qm}$$

Beanspruchung der Säule auf Druck:

$$k = \frac{P}{F} = \frac{12\,000}{77{,}4} = 155 \text{ kg}$$

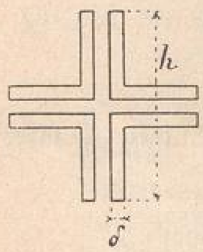
Gewicht der Säule (1 cbm Gußeisen = 7250 kg):

$$G = 0{,}00774\,.\,5\,.\,7250 + C = 280 + C$$

Rechnet man C = 40 kg (als Zuschlag für Kopf u. s. w.), so wird:

$$G = 280 + 40 = 320 \text{ kg}$$

Fig. 108.



β) Schmiedeeisen (Kreuzquerschnitt).

$$J = \frac{P\,H^2}{2\,E} = \frac{12\,000\,.\,500^2}{2\,.\,2\,000\,000} = 750$$

Zur vorläufigen Bestimmung der Abmessungen der erforderlichen Winkeleisen kann man statt des genauen Trägheitsmoments des Kreuzquerschnittes genügend genau setzen (Fig. 108):

$$J = \frac{2\,\delta\,h^3}{12}$$

Für $\delta = 1$ cm wird dann:

$$\frac{2\,.\,1\,.\,h^3}{12} = 750$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{12\,.\,750}{2}} = 16{,}5 \text{ cm}$$

Danach genügen Winkel $7{,}5 \times 7{,}5 \times 1$ mit 1,5 cm Zwischenraum. Die Querschnittsfläche eines Winkels ist $f = 14{,}1$ qcm, folglich ist die Beanspruchung auf Druck:

$$k = \frac{P}{4f} = \frac{12\,000}{4 \cdot 14{,}1} = 213 \text{ kg}$$

Das Gewicht eines Winkels beträgt $g = 11$ kg für ein Meter Länge; danach berechnet sich das Gewicht der Säule zu:

$$G = 4 \cdot H \cdot g + C$$
$$G = 4 \cdot 5 \cdot 11 + C = 220 + C$$

$C = 30$ geschätzt gibt:

$$G = 220 + 30 = 250 \text{ kg}$$

Das kleinste Trägheitsmoment eines Winkels ist:

$$i = 29{,}8$$

folglich wird nach Gl. 93) S. 119, worin $z = 4$ einzusetzen ist:

$$l_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot 2 \cdot 2\,000\,000 \cdot 29{,}8}{12\,000}} = 199 \text{ cm}$$

Es sind daher 2 Verbindungen der 4 Winkel untereinander erforderlich.

2. Unterer Stock. (Eiserne Balken und eiserner Unterzug.)

Die gegebenen Werte seien:

Säulenentfernung	$L = 480$ cm
Säulenhöhe	$H = 540$ cm
Spannweite der Balken	$l = 387$ cm
Entfernung der Balken voneinander	$B = 96$ cm
Belastung einschließlich Eigengewicht	$p = 800$ kg für ein Quadratmeter.

a) Eiserne Balken.

Belastung eines Balkens:

$$P = 3{,}87 \cdot 0{,}96 \cdot 800 = 2972 = \sim 3000 \text{ kg}$$

Erforderliches Widerstandsmoment:

$$W = \frac{3000 \cdot 387}{8 \cdot 1000} = 145$$

Gewählt: I-Eisen Nr. 18.

b) Eiserner Unterzug.

Belastung:

$$P = {}^5/_8 \cdot 4{,}8 \cdot 2 \cdot 3{,}87 \cdot 800 = 18576$$

Erforderliches Widerstandsmoment:

$$W = \frac{18576 \cdot 480}{8 \cdot 1000} = 1115$$

Gewählt: Zwei I-Eisen Nr. 29.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

c) Säule.

Die Säule wird belastet durch den Unterzug mit 18 576 kg; außerdem hat dieselbe die Belastung und das Eigengewicht der Säule des oberen Stockes aufzunehmen.

α) Gußeisen (ringförmiger Querschnitt).

$$P = 18576 + 12000 + 320 = 30896 \text{ kg}$$

Das erforderliche Trägheitsmoment ist:

$$J = \frac{3}{4}\frac{P H^2}{E} = \frac{3}{4}\frac{30896 \,.\, 540^2}{1000000} = 6757$$

Nach Tabelle 14 S. 38 genügt: $D = 22$ cm bei $\delta = 2{,}2$ cm
$d = 17{,}6$ cm

Querschnitt:

$$F = \frac{(D^2 - d^2)\,\pi}{4} = 137 \text{ qcm}$$

Beanspruchung auf Druck:

$$k = \frac{30896}{137} = 226 \text{ kg}$$

Gewicht:

$$G = 0{,}0137 \,.\, 5{,}4 \,.\, 7250 + C = 536 + C$$

$C = 64$ kg geschätzt gibt: $G = 600$ kg

β) Schmiedeeisen (Kreuzquerschnitt).

$$P = 18576 + 12000 + 250 = 30826 \text{ kg}$$

$$J = \frac{P H^2}{2 E} = \frac{30826 \,.\, 540^2}{2 \,.\, 2000000} = 2247$$

Für den Querschnitt Fig. 108 ist dann annähernd:

$$\frac{2\,\delta\, h^3}{12} = 2247$$

und für $\delta = 1{,}2$ cm:

$$h = \sqrt[3]{\frac{12 \,.\, 2247}{2 \,.\, 1{,}2}} = 22{,}4 \text{ cm}$$

Danach sind erforderlich Winkel $10 \times 10 \times 1{,}2$ mit 2,4 cm Zwischenraum
Querschnitt eines Winkels:

$$f = 22{,}7 \text{ qcm}$$

Beanspruchung auf Druck:

$$k = \frac{P}{4 f} = \frac{30826}{4 \,.\, 22{,}7} = 339 \text{ kg}$$

Gewicht eines Winkels:

$g = 17{,}7$ kg für ein Meter Länge

Gewicht der Säule:

$$G = 4 \,.\, 5{,}4 \,.\, 17{,}7 + C = 382 + C$$

$C = 58$ kg geschätzt gibt: $G = 382 + 58 = 440$ kg

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Das kleinste Trägheitsmoment eines Winkels ist:

$$i = 86{,}2$$

folglich wird nach Gl. 93) S. 119 für $z = 4$:

$$l_1 = \sqrt{\frac{4 \,.\, 2 \,.\, 2\,000\,000 \,.\, 86{,}2}{30\,826}} = 212 \text{ cm}$$

Es sind daher zwei Verbindungen erforderlich.

d) Säulenfuß.

Nimmt man die zulässige Beanspruchung des Unterstützungsquaders zu $k = 18$ kg an, so ergibt sich die nötige Auflagerfläche der gußeisernen Säule zu:

$$F = \frac{30\,896 + 600}{18} = 1750 \text{ qcm}$$

Die Seite a des quadratischen Säulenfußes folgt dann aus:

$$F = a^2 - \frac{d^2 \pi}{4}$$

$$1750 = a^2 - \frac{17{,}6^2 \,.\, 3{,}14}{4}$$

$$a = \sqrt{1993} = \sim 45 \text{ cm}$$

Für die schmiedeeiserne Säule wird:

$$F = a^2 = \frac{30\,826 + 440}{18} = 1737 \text{ qcm}$$

$$a = \sqrt{1737} = 42 \text{ cm}$$

§ 15.

Widerstand gegen Verdrehung.

Ein an einem Ende fest eingespannter prismatischer Stab wird durch ein am anderen freien Ende wirkendes Kräftepaar, dessen Moment $\mathfrak{M}$ sei, auf Verdrehungsfestigkeit in Anspruch genommen, indem das Kräftepaar den Stab um seine Längsachse zu verdrehen oder zu verwinden strebt.

Der Stab soll hier als voller Kreiscylinder vorausgesetzt werden und es soll dabei angenommen werden, daß das Kräftepaar in einer Ebene wirkt, welche rechtwinklig zu der Achse des Cylinders steht.

Denkt man sich den Cylinder zusammengesetzt aus einer sehr großen Anzahl sehr dünner, unter sich gleicher Scheiben, so wird bei einer, durch das Kräftepaar bewirkten, eintretenden Verwindung jede einzelne Scheibe sich, durch eine geringe Drehung um ihren Mittelpunkt, gegen die nebenliegende Scheibe verschieben. Als innere Widerstände treten daher hier Schubspannungen auf,

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN