



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Die Statik der Hochbau-Constructions**

**Landsberg, Theodor**

**Stuttgart, 1899**

1. Kap. Grundbegriffe

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77733](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77733)

2. Abschnitt.

Elemente der Elasticitäts- und Festigkeitslehre.

1. Kapitel.

Grundbegriffe.

74.  
Molecüle.

Jeder in der Natur vorkommende Körper besteht aus einzelnen, mit einander verbundenen, außerordentlich kleinen Theilen, den sog. Molecülen. Diese einzelnen Theile sind nicht unabänderlich fest zu einem starren Ganzen mit einander verbunden; vielmehr verändert sich die gegenseitige Lage derselben, also auch die Form des Körpers, wenn Kräfte auf den Körper wirken. Größe und Form der Aenderung sind vom Material des Körpers, von seiner Form, von der Größe und Wirkungsdauer der wirkenden Kräfte, von der Temperatur und von verschiedenen anderen Umständen abhängig.

Wenn die Kräfte, welche die Formveränderung hervorgebracht haben, zu wirken aufhören, so nimmt unter gewissen Bedingungen der Körper seine frühere Form wieder an.

75.  
Elasticität.

Jeder Körper hat die Eigenschaft, unter der Einwirkung von Kräften seine Form zu verändern und nach dem Aufhören der Kräftewirkung seine ursprüngliche Form mehr oder weniger vollständig wieder anzunehmen. Man nennt diese Eigenschaft Elasticität.

Vollkommen elastisch würde ein Körper sein, der nach dem Aufhören der Kräfteeinwirkung seine frühere Gestalt genau wieder annähme; vollkommen unelastisch derjenige Körper, welcher die in Folge der Kräfteeinwirkung geänderte Gestalt genau beibehalten würde, auch wenn die Kräfte zu wirken aufhörten.

Es giebt in der Natur weder vollkommen elastische, noch vollkommen unelastische Körper. Daraus folgt, daß kein Körper nach dem Aufhören der Kräfteeinwirkung vollständig seine frühere Form wieder annimmt; je näher er dem vollkommen elastischen Körper steht, desto mehr verschwindet die Formänderung; niemals aber verschwindet sie ganz.

76.  
Elastische und  
bleibende Form-  
änderung.

Man unterscheidet die elastische Formänderung, d. h. diejenige, welche mit dem Aufhören der Kräfteeinwirkung wieder verschwindet, und die bleibende Formänderung, d. h. diejenige, welche nicht wieder verschwindet, auch wenn die Kraft zu wirken aufhört.

Die gesammte Formänderung ist die Summe der bleibenden und der elastischen Formänderung; sie ist eine Folge der durch die äusseren Kräfte im Körper hervorgerufenen inneren Kräfte, welche, auf die Flächeneinheit bezogen, als Spannungen bezeichnet werden. Legt man der Betrachtung einen auf Zug oder Druck beanspruchten, geraden, prismatischen Stab von der ursprünglichen Länge  $l$  zu Grunde, so bezeichnet man das Verhältniß der absoluten Verlängerung  $\Delta l$  zur ursprünglichen Länge, d. h.  $\frac{\Delta l}{l}$  als Dehnung oder Verlängerungsverhältniß. Für einige wenige, aber gerade die wichtigsten Baustoffe, nämlich für Schweifseifen, Flusseifen und Stahl ist die Grösse der Dehnung direct proportional der im Stabe herrschenden Spannung, so lange diese Spannung eine gewisse Grenze nicht überschreitet. Man bezeichnet die Grenzspannung, bis zu welcher die Proportionalität zwischen Dehnung (bezw. Längenänderung) des Stabes und der Spannung im Stabe stattfindet, als Proportionalitätsgrenze. Innerhalb dieser Grenze ist für die genannten Baustoffe auch die bleibende Dehnung so gering, daß sie für die Praxis als nicht vorhanden angenommen werden kann; man braucht demnach innerhalb dieser Grenze nur die elastische Formänderung zu berücksichtigen.

Die Grenzspannung, bis zu welcher die bleibende Formänderung so gering ist, daß sie vernachlässigt werden kann, bezeichnet man als Elasticitätsgrenze. Für die oben angeführten Baustoffe fallen demnach Elasticitätsgrenze und Proportionalitätsgrenze zusammen, so daß im Nachfolgenden für diese Baustoffe die Proportionalitätsgrenze als Elasticitätsgrenze bezeichnet werden soll.

Für Gufseifen, Beton, Cementmörtel, Steine findet nach neueren Versuchen<sup>17)</sup> keine directe Proportionalität zwischen Dehnung und Spannung statt; man kann demnach bei diesen Baustoffen auch nicht von einer Proportionalitätsgrenze reden.

Die Elasticitätsgrenze ist für die verschiedenen Baustoffe, aber auch für die verschiedenen Arten der Beanspruchung verschieden. Im Allgemeinen wird sie für Beanspruchung durch Zug bei demselben Baustoff eine andere sein, als für Beanspruchung durch Druck.

Nach den Versuchen *Bauschinger's*<sup>18)</sup> ist für Schweifseifen, Flusseifen und Stahl, selbst für dieselbe Art der Beanspruchung, die Elasticitätsgrenze außerordentlich veränderlich. Man kann dieselbe durch gewisse Arbeiten allmählich immer mehr bis zu einer oberen Grenze heben, die bei manchen Stoffen nahe der Bruchgrenze liegt. Andererseits kann man die Elasticitätsgrenze sehr stark hinabwerfen und wieder heben, dann aber nur bis zu einer weit unter der ursprünglichen Grenze liegenden Höhe. Diese letztere bezeichnet *Bauschinger* als die natürliche Elasticitätsgrenze.

Wird bei den Stoffen mit ausgesprochener Elasticitätsgrenze die wirkende Spannung über die Elasticitätsgrenze gesteigert, so wächst die Formänderung wesentlich rascher, als die Spannung; insbesondere tritt eine sehr merkbare bleibende Formänderung ein; eine weitere Vergrößerung der Spannung bewirkt schliesslich das Zerreißen, Zerdrücken oder Zerbrechen des Körpers.

Diejenige Spannung, welche ein Stab vom Querschnitte gleich der Flächeneinheit höchstens ertragen kann, ehe er zerstört wird, nennt man den Festigkeits-Coefficienten des Materials.

77-  
Festigkeits-  
Coefficient.

<sup>17)</sup> BACH, C. Elasticität und Festigkeit. 3. Aufl. Berlin 1898.

<sup>18)</sup> Siehe: Vortrag *Bauschinger's* auf der Wanderversammlung des Verbandes deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine zu Frankfurt a. M. 1866. Verbandsmittheilungen, Bd. 1, S. 230 u. ff.

BAUSCHINGER, J. Mittheilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der K. technischen Hochschule in München. Heft XIII. München 1866.

Auch die Festigkeits-Coefficienten sind nach dem verschiedenen Baustoff und nach den verschiedenen Beanspruchungsweisen verschieden.

78.  
Aufgabe  
der  
Construction.

Man muß an jede Bauconstruction zunächst die Forderung stellen, daß sie durch die wirkenden Kräfte nicht zerstört wird. Mit dieser Anforderung allein darf man sich aber nicht begnügen. Das Verhalten der Baustoffe, sobald sie über die Elasticitätsgrenze hinaus beansprucht werden, ist wenig zuverlässig, und man stellt deshalb bei denjenigen Baustoffen, für welche die Elasticitätsgrenze genügend sicher bestimmt werden kann, die Bedingung, daß die Construction niemals über die Elasticitätsgrenze hinaus in Anspruch genommen werde.

79.  
Stabförmige  
Körper.

In den folgenden Untersuchungen werden wir uns hauptsächlich mit den sog. stabförmigen Körpern beschäftigen. Stabförmige Körper sind solche, bei denen die Längenabmessung die Breiten- und Höhenabmessungen wesentlich übertrifft.

Schneidet man den Körper an irgend einer Stelle durch eine senkrecht zur Längenrichtung an dieser Stelle gerichtete Ebene, so erhält man einen Querschnitt des Körpers. Die Verbindungslinie der Schwerpunkte aller Querschnitte des Körpers heißt die Axe des Körpers.

Ist die Axe eine Gerade, so hat man einen geraden stabförmigen Körper; alsdann sind alle Querschnitte des Körpers parallel. Ist die Axe eine krumme Linie, so ist der Körper ein krummer stabförmiger Körper.

80.  
Arten der  
Beanspruchung  
und  
Festigkeit.

Je nach der Wirkungsweise der Kräfte werden die Körper verschiedenartig beansprucht. Man unterscheidet

- 1) Beanspruchung auf Zug und Druck;
- 2) Beanspruchung auf Schub;
- 3) Beanspruchung auf Biegung;
- 4) Beanspruchung auf Drehung.

Zu 1). Beanspruchung auf Zug und Druck tritt auf, wenn die auf den Körper wirkenden Kräfte die Querschnitte so gegen einander zu verschieben streben, daß sich ihre Entfernung in der Richtung der Axe gegen einander verändert, vergrößert oder verringert.

Unter Zug-, bzw. Druckfestigkeit wird diejenige Kraft verstanden, welche in der Richtung der Axe auf die Flächeneinheit des Querschnittes höchstens wirken darf, ohne daß durch bloßen Zug, bzw. Druck eine Zerstörung des Körpers stattfindet; die geringste Vergrößerung dieser Kraft würde demnach den Zusammenhang des Körpers zerstören.

Zu 2). Beanspruchung auf Schub oder Abscheren findet statt, wenn die äußeren Kräfte das Bestreben haben, zwei benachbarte Querschnitte längs einander zu verschieben, ohne daß ihre Entfernung in der Richtung der Axe sich ändert.

Unter Schub- oder Abscherungsfestigkeit wird diejenige Kraft verstanden, welche auf die Flächeneinheit des Querschnittes höchstens wirken darf, ohne daß eine Zerstörung des Körpers an dieser Stelle durch Verschiebung der Nachbarquerschnitte gegen einander erfolgt.

Zu 3). Die Beanspruchung auf Biegung tritt auf, wenn die äußeren Kräfte das Bestreben zeigen, zwei Nachbarquerschnitte um eine Axe derart zu drehen, daß die Entfernung zweier Querschnitte an den verschiedenen Querschnittspunkten sich ändert.

Biegefestigkeit ist die Beanspruchung, welche die am meisten gespannten Fasern des Körpers für die Flächeneinheit des Querschnittes höchstens ertragen

können, ehe eine Zerstörung des Körpers durch Biegen, d. h. hier, bevor ein Zerbrechen eintritt.

Zu 4). Die Drehungsbeanspruchung tritt auf, wenn die wirkenden Kräfte zwei Nachbarquerchnitte gegen einander so zu verdrehen streben, daß ihre Entfernung gleich bleibt. Die Drehungsbeanspruchung ist für die Hochbau-Constructionen von untergeordneter Bedeutung.

#### Literatur.

Bücher über »Lehre von der Elasticität und Festigkeit«.

Indem auf die Werke über »Mechanik«, die stets einen Abriss über »Elasticität und Festigkeit« enthalten, nur ganz allgemein verwiesen werden mag, seien im Nachstehenden bloß die einschlägigen Sonderchriften namhaft gemacht:

- BARLOW, P. *Treatise on the strength of materials*. London 1833. — Neue Ausg. von W. HUMBER. 1867.  
 LAMÉ, G. *Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides*. Paris 1852. — 2. Aufl. 1866.  
 MOLL, C. L. & F. REULEAUX. *Die Festigkeit der Materialien etc.* Braunschweig 1853.  
 MORIN, A. *Résistance des matériaux*. Paris 1853. — 3. Aufl. 1862.  
 ROFFIAEN, E. *Traité sur la résistance des matériaux dans les constructions*. Lüttich 1858.  
 BOURDAIS, J. *Traité pratique de la résistance des matériaux appliquée à la construction etc.* Paris 1859.  
 JEEP, W. *Die Festigkeit der Materialien etc.* Weimar 1861.  
 SHIELDS, F. W. *The strains on structures of ironwork*. London 1861.  
 CLEBSCH, A. *Theorie der Elasticität fester Körper*. Leipzig 1862.  
 GRASHOF, F. *Theorie der Elasticität und Festigkeit etc.* Berlin 1866. — 2. Aufl. 1878.  
 WINKLER, E. *Die Lehre von der Elasticität und Festigkeit etc.* Theil 1. Prag 1867.  
 ANDERSON, C. E. *The strength of materials and structures*. London 1872.  
 MÜLLER-Breslau, H. *Elementares Handbuch der Festigkeitslehre etc.* Berlin 1875.  
 KURZ, A. *Taschenbuch der Festigkeitslehre etc.* Berlin 1877.  
 HATFIELD, R. G. *Theory of transverse strains and its application to the construction of buildings*. New-York 1877.  
 SERGENT, E. *Traité pratique de la résistance des matériaux*. Paris 1878. — 5. Aufl. 1884.  
 KENT, W. *The strength of materials*. New-York 1879.  
 LAMBERT, P. Tabellarische Zusammenstellung der Resultate aus der angewandten Festigkeitslehre, mit besonderer Berücksichtigung von Constructionen in Eisen und Holz. Zürich 1880.  
 LINGLIN, TH. *Traité élémentaire de la résistance des matériaux*. Paris 1880.  
 MADAMET, A. *Résistance des matériaux*. Paris 1881.  
 SIMERKA, V. *Elemente der technischen Mechanik etc.* Theil 1: *Elemente der Festigkeitslehre*. Pilsen 1882.  
 BOX, TH. *A practical treatise on the strength of materials etc.* London 1883.  
 VIGREUX, L. *Traité théorique et pratique de la résistance des matériaux*. Paris 1885.  
 STONEY, B. B. *The theory of stresses in girders and similar structures etc.* London 1885.  
 UHLICH, P. *Die Festigkeitslehre und ihre Anwendung*. Mittweida 1885. — 2. Aufl.: Dresden 1887.  
 PLANAT, P. *Pratique de la mécanique appliquée à la résistance des matériaux*. Paris 1887.  
 MOOS, N. A. *Elementary treatise on the strength of materials and strains in structures*. London 1887.  
 AERTS, L. *Eléments pratiques de la résistance des matériaux*. Paris 1888.  
 BRUNE, E. *Cours de construction professé à l'école des beaux-arts. 1<sup>e</sup> partie: Résistance des matériaux publiée avec le concours de A. FLAMANT*. Paris 1888.  
 JOHNEN, P. J. *Elemente der Festigkeitslehre etc.* Weimar 1889.  
 LAUENSTEIN, R. *Die Festigkeitslehre etc.* Stuttgart 1889. — 4. Aufl. 1898.  
 BACH, C. *Elasticität und Festigkeit*. Berlin 1889. — 3. Aufl. Berlin 1898.  
 GLINZER. *Grundriss der Festigkeitslehre*. Dresden 1890.  
 MÜLLER-Breslau, F. B. *Die neueren Methoden der Festigkeitslehre und der Statik der Bauconstructionen*. Leipzig 1893—96.  
 KECK, W. *Vorträge über Elasticitäts-Lehre als Grundlage für die Festigkeits-Berechnung der Bauwerke*. Hannover 1893.  
 DUQUESNAY, M. *Résistance des matériaux*. Paris 1893. — 2. Aufl. 1897.

- TETMAJER. Die Gesetze der Knickfestigkeit. Zürich 1896.  
 KECK, W. Vorträge über Mechanik. Theil 2. Hannover 1897.  
 FÖPPL, A. Vorlesungen über Technische Mechanik. Band 3: Festigkeitslehre. Leipzig 1897.  
 DUPLAIX, M. *Résistance des matériaux etc.* Paris 1897.

## 2. Kapitel.

## Zug und Druck, bzw. Zug- und Druckfestigkeit.

8r.  
Elasticitäts-  
gesetz.

Die reine Zug- und Druckelastizität kommt nur bei geraden Stäben vor.

Die Gesetze für alle Arten der Beanspruchung ergeben sich aus denjenigen, welche für die Zug- und Druckbeanspruchung gelten; demnach muß die letztere die Grundlage für die ganze Behandlung bilden.

Die gefammte Elastizitätslehre beruht auf folgendem Gesetze:

1) Die Verlängerung, bzw. Verkürzung eines in seiner Axenrichtung, d. h. auf Zug- oder Druckelastizität beanspruchten Stabes ist, so lange die Beanspruchung innerhalb der Elastizitätsgrenze bleibt, der ursprünglichen Länge des Stabes direct proportional. Das Verhältniß der Verlängerung (positiv oder negativ genommen) zu der ursprünglichen Länge wird die Dehnung oder das Verlängerungsverhältniß genannt.

2) Die Verlängerung eines, wie angegeben, beanspruchten Stabes ist, so lange die Spannung desselben innerhalb der Elastizitätsgrenze liegt, direct proportional der im Stabe herrschenden Spannung. Ist also die Spannung im Stabe  $\sigma$ , so ist die Verlängerung, also auch das Verlängerungsverhältniß  $\sigma$ -mal so groß, als bei der Spannung 1.

Dasjenige Verlängerungsverhältniß, welches bei der Spannung eintritt, die gleich der Krafteinheit ist, bezeichnet man mit  $\frac{1}{E}$ . Nennt man die ursprüngliche Länge des Stabes  $l$  und die bei der Spannung  $\sigma$  eintretende Verlängerung  $\Delta l$ , so findet nach dem unter 2 gegebenen Gesetze statt:

$$\frac{\Delta l}{l} = \sigma \frac{1}{E} = \frac{\sigma}{E} \dots \dots \dots 34.$$

Die Gleichung 34 kann man als die Grundgleichung der Elastizitätslehre auffassen (*Hooke'sches Gesetz*).

Der Werth  $E$  ist vom Baustoff abhängig; man nennt  $E$  Elastizitäts-Modulus, Elastizitäts-Coefficient oder Elastizitätsziffer, auch wohl Elastizitätsmaß.  $E$  ist der umgekehrte (reciproke) Werth des Verlängerungsverhältnisses, welches durch die Kraft 1 an einem Stabe vom Querschnitt gleich der Flächeneinheit hervorgerufen wird. *Bach* bezeichnet  $\frac{1}{E}$  mit  $\alpha$ , und nennt diesen Werth den Dehnungscoefficienten; dies ist also das Verlängerungsverhältniß, welches bei der Belastung eines Stabes vom Querschnitt gleich der Flächeneinheit (1 qcm) mit der Lastenheit (1 kg) eintritt.

Das in Gleichung 34 ausgesprochene »*Hooke'sche Gesetz*« hat von den wichtigeren Baustoffen nur für Schweifeseisen, Flusseisen und Stahl Giltigkeit. Allgemein scheint der Ausdruck nach den neuesten Untersuchungen von *Bach* und *Schüle* zu lauten:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma^m}{E} \dots \dots \dots 35.$$