Die Statik der Hochbau-Constructionen

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

2. Kap. Zug und Druck, bezw. Zug- und Druckfestigkeit

urn:nbn:de:hbz:466:1-77733

TETMAJER. Die Gefetze der Knickfeftigkeit. Zürich 1896.
KECK, W. Vorträge über Mechanik. Theil 2. Hannover 1897.
FOEPPL, A. Vorlefungen über Technifche Mechanik. Band 3: Feftigkeitslehre. Leipzig 1897.
DUPLAIX, M. *Réfiftance des matériaux etc.* Paris 1897.

---

2. Kapitel.

Zug und Druck, bezw. Zug- und Druckfeftigkeit.

81. Elafticitäts-gefetz.

Die reine Zug- und Druckelafticität kommt nur bei geraden Stäben vor.

Die Gefetze für alle Arten der Beanfpruchung ergeben fich aus denjenigen, welche für die Zug- und Druckbeanfpruchung gelten; demnach mufs die letztere die Grundlage für die ganze Behandlung bilden.

Die gefammte Elafticitätslehre beruht auf folgendem Gefetze:

1) Die Verlängerung, bezw. Verkürzung eines in feiner Axenrichtung, d. h. auf Zug- oder Druckelafticität beanfpruchten Stabes ift, fo lange die Beanfpruchung innerhalb der Elafticitätsgrenze bleibt, der urfprünglichen Länge des Stabes direct proportional. Das Verhältnifs der Verlängerung (pofitiv oder negativ genommen) zu der urfprünglichen Länge wird die Dehnung oder das Verlängerungsverhältnifs genannt.

2) Die Verlängerung eines, wie angegeben, beanfpruchten Stabes ift, fo lange die Spannung deffelben innerhalb der Elafticitätsgrenze liegt, direct proportional der im Stabe herrfchenden Spannung. Ift alfo die Spannung im Stabe σ, fo ift die Verlängerung, alfo auch das Verlängerungsverhältnifs σ-mal fo grofs, als bei der Spannung 1.

Dasjenige Verlängerungsverhältnifs, welches bei der Spannung eintritt, die gleich der Krafteinheit ift, bezeichnet man mit $\frac{1}{E}$. Nennt man die urfprüngliche Länge des Stabes l und die bei der Spannung σ eintretende Verlängerung Δl, fo findet nach dem unter 2 gegebenen Gefetze ftatt:

$$\frac{\Delta l}{l} = \sigma \frac{1}{E} = \frac{\sigma}{E} \qquad 34.$$

Die Gleichung 34 kann man als die Grundgleichung der Elafticitätslehre auffaffen (*Hooke*'fches Gefetz).

Der Werth E ift vom Bauftoff abhängig; man nennt E Elafticitäts-Modulus, Elafticitäts-Coefficient oder Elafticitätsziffer, auch wohl Elafticitätsmafs. E ift der umgekehrte (reciproke) Werth des Verlängerungsverhältniffes, welches durch die Kraft 1 an einem Stabe vom Querfchnitt gleich der Flächeneinheit hervorgebracht wird. *Bach* bezeichnet $\frac{1}{E}$ mit α, und nennt diefen Werth den Dehnungscoefficienten; dies ift alfo das Verlängerungsverhältnifs, welches bei der Belaftung eines Stabes vom Querfchnitt gleich der Flächeneinheit (1^{qcm}) mit der Lafteinheit (1^{kg}) eintritt.

Das in Gleichung 34 ausgefprochene »*Hooke*'fche Gefetz« hat von den wichtigeren Bauftoffen nur für Schweifseifen, Flufseifen und Stahl Giltigkeit. Allgemein fcheint der Ausdruck nach den neueften Unterfuchungen von *Bach* und *Schüle* zu lauten:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma^m}{E} \qquad 35.$$

Für die vorgenannten Bauftoffe ift dann $m = 1$, woraus fich die Gleichung 34 ergiebt. Für Gufseifen und Körper aus Cementmörtel und Beton fand *Bach*[19]) bei

Bauftoff	Beanfpruchung auf Zug		Beanfpruchung auf Druck	
	E	m	E	m
1) Gufseifen:				
Körper vorher nicht belaftet	1338000	1,083	1320000 1043000	1,0685 1,035
Körper vorher ftark belaftet	1150000	1,1	1217000 1124000	1,052 1,048
2) Körper aus Cementmörtel:				
1 Theil Cement, 1½ Theile Donaufand .	—	—	356000	1,11
1 Theil Cement, 3 Theile Donaufand . .	—	—	315000	1,15
1 Theil Cement, 4½ Theile Donaufand .	—	—	230000	1,17
3) Körper aus Beton:				
1 Theil Cement, 2½ Theile Donaufand, 5 Theile Donaukies	—	—	298000	1,145
1 Theil Cement, 5 Theile Donaufand, 6 Theile Donaukies	—	—	280000	1,137
1 Theil Cement, 5 Theile Donaufand, 10 Theile Donaukies	—	—	217000	1,157
1 Theil Cement, 2½ Theile Eggingerfand, 5 Theile Kalkfteinfchotter	—	—	457000	1,157
1 Theil Cement, 3 Theile Donaufand, 6 Theile Kalkfteinfchotter	—	—	380000	1,164
1 Theil Cement, 5 Theile Eggingerfand, 10 Theile Kalkfteinfchotter	—	—	367000	1,207
	Kilogr. für 1 qcm		Kilogr. für 1 qcm	

Wirkt auf einen Stab, deffen Querfchnitt F Flächeneinheiten enthält, deffen Querfchnitt alfo gleich F ift, eine Kraft P und kann man annehmen, dafs diefe Kraft fich gleichmäfsig über den ganzen Querfchnitt vertheilt, fo ift die Spannung für die Flächeneinheit derfelben $\sigma = \frac{P}{F}$, und wenn man diefen Werth für σ in die Gleichung für $\frac{\Delta l}{l}$ einfetzt, erhält man

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{P}{FE} \quad \text{oder} \quad \Delta l = \frac{Pl}{FE} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 36.$$

Die hier vorgeführten Ergebniffe gelten fowohl, wenn die Verlängerung eine pofitive, d. h. eine wirkliche Verlängerung, als auch wenn fie eine negative, d. h. eine Verkürzung ift. Sie gelten alfo fowohl für Zug- als auch für Druckbeanfpruchungen; nur hat für erftere im Allgemeinen E einen anderen Werth, als für letztere.

Es ift üblich, die Zugbeanfpruchungen als pofitive und die Druckbeanfpruchungen als negative Gröfsen einzuführen. Im Folgenden foll, wo nichts Gegentheiliges bemerkt ift, diefe Bezeichnungsweife durchgeführt werden.

Die Gleichung $\sigma = \frac{P}{F}$ kann benutzt werden, um die Gröfse der Kraft zu beftimmen, mit welcher ein Stab von gegebenem Querfchnitt höchftens auf Zug bezw. Druck beanfprucht werden darf. 82. Zuläffige Beanfpruchung.

Nach diefer Gleichung ift $P = \sigma F$. Wird für σ der gröfste Werth $\mathfrak{S}$ eingefetzt, welchen das Material auf die Flächeneinheit des Querfchnittes höchftens erleiden kann, ohne zerftört zu werden, d. i. der Feftigkeits-Coefficient, fo ergiebt fich $\mathfrak{P}_{max} = \mathfrak{S} F$. In diefer Gleichung ift $\mathfrak{P}_{max}$ diejenige Belaftung, deren geringfte

19) Siehe: BACH, a. a. O., S. 33, 34, 57, 58.

Vergröfserung das Zerreifsen, bezw. Zerdrücken des Stabes zur Folge haben würde; $\mathfrak{S}$ ift nach Früherem die Zug-, bezw. Druckfeftigkeit.

Die Stäbe werden nicht bis zu diefer Grenze beanfprucht; vielmehr werden Sicherheits-Coefficienten eingeführt, welche für verfchiedene Bauftoffe verfchiedene Werthe haben. Man trägt durch diefelben den etwa möglichen Ueberlaftungen, den Fehlern im Bauftoff, den im Laufe der Zeit möglichen Veränderungen durch Roft, Faulen etc., den Stöfsen und anderen ungünftigen Einflüffen Rechnung.

Bezeichnet n den Sicherheits-Coefficienten, fo ift als wirkliche Gröfstbelaftung P des Stabes nur $\frac{1}{n}$ von $\mathfrak{P}_{max}$ einzuführen, d. h. es darf nur fein:

$$P = \frac{\mathfrak{S} F}{n}.$$

Man nennt nun $\frac{\mathfrak{S}}{n}$ die zuläffige Beanfpruchung, die im Folgenden mit K bezeichnet werden foll. Es ift demnach

$$K = \frac{\mathfrak{S}}{n} \quad \text{und} \quad P = KF.$$

Aus den vorftehenden Gleichungen folgt als Bedingungsgleichung für die Querfchnittsgröfse:

$$F = \frac{P_{max}}{K} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 37.$$

In diefer Gleichung bedeutet P_{max} die im ganzen Stabe höchftens auftretende Kraft.

Für die meiften Bauftoffe mufs man fich damit begnügen, die zuläffige Beanfpruchung K aus den Feftigkeits-Coefficienten $\mathfrak{S}$ unter Annahme eines nach der Erfahrung ausreichenden Sicherheits-Coefficienten n abzuleiten. Die üblichen Werthe für K und die wichtigften Bauftoffe find in den Tabellen auf S. 64 angegeben.

83.
Querfchnittsbeftimmung für Schweifseifen- und Flufseifenftäbe.

Für folche Bauftoffe, für welche die Elafticitätsgrenze mit genügender Sicherheit angegeben werden kann (Schweifseifen, Flufseifen, Stahl) erhält man Formeln für die Querfchnittsbeftimmung durch nachftehende Ueberlegung.

Da die Bauftoffe, fobald die Beanfpruchungen die Elafticitätsgrenze überfchreiten, merkbare bleibende Veränderungen erleiden, fo mufs die Ueberfchreitung der Elafticitätsgrenze bei der Belaftung vermieden werden. Die Lage der Elafticitätsgrenze ift aber nach Früherem nicht mit vollftändiger Gewifsheit bekannt; auch haben kleine Arbeitsfehler fehr grofsen, fchädlichen Einflufs. Defshalb mufs man mit der zuläffigen Beanfpruchung wefentlich unter der Elafticitätsgrenze bleiben, fo dafs auch eine unbeabfichtigte Vergröfserung der Spannung, in Folge etwaiger Fehler, felbft die tiefer als erwartet liegende Elafticitätsgrenze nicht erreicht. Beim Schweifseifen und Flufseifen, den wichtigften einer genauen Berechnung zu unterwerfenden Bauftoffen, kann man diefe zuläffige Beanfpruchung auf die Hälfte bis zwei Drittel der Spannung an der Elafticitätsgrenze feft ftellen. Wenn die Belaftung ruhend, ohne Stöfse, ftattfindet, fo ift die höhere Grenze zuläffig; wirkt die Laft dagegen in Verbindung mit Stöfsen, fo ift die untere Grenze einzuführen.

84.
Nur gezogene oder nur gedrückte Schweifseifen- und Flufseifenftäbe.

Für fchweifs- und flufseiferne Stäbe, welche nur gezogen, bezw. nur gedrückt werden, kann man einen genaueren Anhalt über die zu wählenden Beanfpruchungen folgendermafsen finden. Wenn der Stab abwechfelnd eine höhere und niedrigere Beanfpruchung zu erleiden hat, etwa dadurch, dafs die betreffende Conftruction zeitweilig aufser dem Eigengewicht noch eine Nutzlaft trägt, fo mögen die obere und untere Grenze der ganzen Stabkraft P_{max} und P_{min} sein; die entsprechenden Grenzen der auf die Flächeneinheit entfallenden Spannungen seien

$$\sigma_{max} = \frac{P_{max}}{F} \quad \text{und} \quad \sigma_{min} = \frac{P_{min}}{F}.$$

Bei dieser Art der Beanspruchung kann von der Rücksichtnahme auf das Vorzeichen abgesehen werden; man braucht hier nur die absoluten Werthe der Stabkräfte in das Auge zu fassen.

Die Verkehrslast tritt stets mit gröfseren oder geringeren Stöfsen verbunden auf, welchem Umstande man dadurch Rechnung trägt, dafs man dieselbe mit einem Werthe $(1 + \mu)$ multiplicirt in die Rechnung einführt; dabei ist μ der sog. Stofscoefficient. Durch das Eigengewicht allein wird P_{min}, bezw. σ_{min} erzeugt; durch Eigengewicht und Verkehrslast werden P_{max}, bezw. σ_{max} hervorgerufen; demnach wird die Verkehrslast allein

$$(P_{max} - P_{min}), \text{ bezw. } (\sigma_{max} - \sigma_{min})$$

erzeugen. Wird nun die Verkehrslast mit $(1 + \mu)$ multiplicirt eingeführt, so wird durch dieselbe die Spannung $(1 + \mu)(\sigma_{max} - \sigma_{min})$ auf die Flächeneinheit des Querschnittes hervorgerufen; die gesammte Beanspruchung auf die Flächeneinheit ist alsdann

$$\sigma_{min} + (1 + \mu)(\sigma_{max} - \sigma_{min}).$$

Wäre man vor unbeabsichtigten Spannungen in der Construction ganz sicher, so könnte man diese soeben entwickelte Spannung gleich derjenigen an der Elasticitätsgrenze setzen; da aber unbeabsichtigte Spannungen sehr wohl auftreten können, da eine Querschnittsverminderung durch Rosten nicht ausgeschlossen ist, auch wohl einmal höhere Verkehrslasten, als angenommen sind, vorkommen können, so wird es sich empfehlen, die oben vorgeführte Spannung nur auf $^2/_3$ der Spannung an der Elasticitätsgrenze fest zu stellen. Nimmt man die Spannung an der Elasticitätsgrenze

für Schweifseisen zu 1600 kg für 1 qcm,
für Flufseisen zu 2000 kg für 1 qcm

an und rundet man ab, so ergiebt sich als Bedingungsgleichung

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für Schweifseisen:} & \sigma_{min} + (1 + \mu)(\sigma_{max} - \sigma_{min}) = 1050 \\ \text{für Flufseisen:} & \sigma_{min} + (1 + \mu)(\sigma_{max} - \sigma_{min}) = 1350 \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad 38.$$

Die Auflösung nach σ_{max} ergiebt für Schweifseisen:

$$\sigma_{max} = \frac{1050}{1 + \mu - \mu \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 39.$$

σ_{max} ist die zulässige Beanspruchung, und die erforderliche Querschnittsfläche des Stabes wird

$$F = \frac{P_{max}}{\sigma_{max}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 40.$$

Nun ist offenbar $\sigma_{min} = \frac{P_{min}}{F}$ und $\sigma_{max} = \frac{P_{max}}{F}$, demnach

$$\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{P_{min}}{P_{max}} \quad \text{und} \quad \sigma_{max} = \frac{1050}{1 + \mu - \mu \frac{P_{min}}{P_{max}}}.$$

Man kann $\mu = 0{,}5$ setzen; P_{min} und P_{max} sind bekannt, mithin auch σ_{max}. Es wird

$$\sigma_{max} = \frac{1050}{1{,}5 - 0{,}5 \frac{P_{min}}{P_{max}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 41.$$

Wird der Werth für σ_{max} aus Gleichung 41 in die Gleichung 40 eingeführt, fo ergiebt fich

$$F = \frac{P_{max}\left(1{,}5 - \frac{0{,}5\ P_{min}}{P_{max}}\right)}{1050} = \frac{1{,}5\ P_{max} - 0{,}5\ P_{min}}{1050}.$$

Werden die durch das Eigengewicht, bezw. die Verkehrslaft allein im ganzen Stabe erzeugten Stabkräfte mit P_0, bezw. P_1 bezeichnet, fo ift

$$P_{max} = P_0 + P_1 \quad \text{und} \quad P_{min} = P_0,$$

alfo

$$F = \frac{1{,}5\ P_0 + 1{,}5\ P_1 - 0{,}5\ P_0}{1050} = \frac{P_0 + 1{,}5\ P_1}{1050} = \frac{P_0}{1050} + \frac{P_1}{700} \quad . \quad . \quad 42.$$

Gleichung 42 gilt für Schweifseifenftäbe, welche nur auf Zug oder nur auf Druck beanfprucht werden.

Für Flufseifen ergiebt fich in gleicher Weife aus obiger Gleichung:

$$\sigma_{max} = \frac{1350}{1{,}5 - 0{,}5\ \frac{P_{min}}{P_{max}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 43.$$

$$\left.\begin{aligned} F &= \frac{P_0 + 1{,}5\ P_1}{1350} \\ \text{oder} \quad F &= \frac{P_0}{1350} + \frac{P_1}{900} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 44.$$

Die Werthe für P_0 und P_1 find in abfoluten Zahlen, und zwar in Kilogr., einzufetzen, und man erhält F in Quadr.-Centim.

85.
Schweifseifen- und Flufseifenftäbe, die abwechfelnd gezogen und gedrückt werden.

Weniger einfach werden die Formeln für F, wenn die Beanfpruchungen zwifchen Zug und Druck wechfeln; die Entwickelung nachftehender Formeln für Schweifseifen ift in des Verfaffers unten genannter Abhandlung zu finden[20].

Es bedeuten: P_0 die Stabfpannung, welche durch das Eigengewicht allein hervorgerufen wird; P_1 die durch ungünftigfte Verkehrslaft allein hervorgerufene Stabfpannung, welche mit P_0 gleichen Sinn hat (Zug oder Druck, je nachdem P_0 Zug oder Druck bedeutet); P_2 die durch ungünftigfte Verkehrslaft allein hervorgerufene Stabfpannung, welche entgegengefetzten Sinn hat, wie P_0 (Druck oder Zug, je nachdem P_0 Zug oder Druck bedeutet).

Falls (alle Werthe abfolut genommen) $P_2 < \frac{2}{3} P_0$ ift, fo find die obigen Formeln 42, bezw. 44 anzuwenden; alsdann ift die Berechnung genau fo, als ob P_2 gar nicht vorhanden wäre.

Wenn dagegen $P_2 > \frac{2}{3} P_0$ ift, fo ermittele man F nach folgenden Formeln:

1) Schweifseifen:

für $P_2 - P_1 < \frac{4}{3} P_0$

$$\left.\begin{aligned} F &= \frac{P_0}{1575} + \frac{P_1}{700} + \frac{P_2}{2100} \\ \text{oder} \quad F &= \frac{3\,P_1 + P_2 + \frac{4}{3} P_0}{2100} \end{aligned}\right\} \quad . \quad 45.$$

für $P_2 - P_1 > \frac{4}{3} P_0$

$$\left.\begin{aligned} F &= -\frac{P_0}{1575} + \frac{P_1}{2100} + \frac{P_2}{700} \\ F &= \frac{3\,P_2 + P_1 - \frac{4}{3} P_0}{2100} \end{aligned}\right\} \quad . \quad 46.$$

[20] Ueber die Beftimmung der Querfchnitte von Eifenconftructionen. Zeitfchr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1888, S. 575.

2) Flufseifen:

für $P_2 - P_1 < \frac{4}{3} P_0$

$$\left.\begin{aligned} F &= \frac{P_0}{2000} + \frac{P_1}{900} + \frac{P_2}{2700} \\ \text{oder } F &= \frac{3 P_1 + P_2 + \frac{4}{3} P_0}{2700} \end{aligned}\right\} \quad . \quad 47.$$

für $P_2 - P_1 > \frac{4}{3} P_0$

$$\left.\begin{aligned} F &= -\frac{P_0}{2000} + \frac{P_1}{2100} + \frac{P_2}{900} \\ F &= \frac{3 P_2 + P_1 - \frac{4}{3} P_0}{2700} \end{aligned}\right\} \quad . \quad 48.$$

Die Werthe für P_0, P_1, P_2 find in vorftehende Formeln in Kilogr. und in abfoluten Zahlen einzufetzen; man erhält alsdann F in Quadr.-Centim.

Beifpiele. 1) Es fei $P_0 = 36000$ kg, $P_1 = 48000$ kg und $P_2 = -18000$ kg. Alsdann ift, abfolut genommen, $P_2 < \frac{2}{3} P_0$; denn es ift $18000 < \frac{2}{3} \cdot 36000$. Sonach kommen die Formeln 42, bezw. 44 zur Anwendung. Man erhält

$$\text{für Schweifseifen: } F = \frac{36000 + 1{,}5 \cdot 48000}{1050} = 103 \text{ qcm},$$

$$\text{für Flufseifen: } F = \frac{36000 + 1{,}5 \cdot 48000}{1350} = 80 \text{ qcm}.$$

Diefelben Ergebniffe wären zu verzeichnen für

$$P_0 = -36000 \text{ kg}, \quad P_1 = -48000 \text{ kg und } P_2 = 18000 \text{ kg};$$

Alles bleibt genau wie vorftehend.

2) Es fei $P_0 = 7600$ kg, $P_1 = 29000$ kg und $P_2 = -23200$ kg. Alsdann ift, abfolut genommen, $P_2 > \frac{2}{3} P_0$; denn es ift $23200 > \frac{2}{3} \cdot 7600$. Daher mufs eine der Gleichungen 45, 46, 47 oder 48 angewendet werden. Ferner ift, wieder abfolut genommen, $P_2 - P_1 = 23200 - 29000 = -5800$ kg und $\frac{4}{3} P_0 = \frac{4}{3} \cdot 7600 = 10130$ kg; fomit ift $P_2 - P_1 < \frac{4}{3} P_0$. Daher kommen Formel 45, bezw. 47 zur Verwendung. Man erhält

$$\text{für Schweifseifen: } F = \frac{3 \cdot 29000 + 23200 + \frac{4}{3} \cdot 7600}{2100} = 90 \text{ qcm},$$

$$\text{für Flufseifen: } F = \frac{3 \cdot 29000 + 23200 + \frac{4}{3} \cdot 7600}{2700} = 70 \text{ qcm}.$$

Diefelben Werthe hätten fich auch ergeben, für

$$P_0 = -7600 \text{ kg}, \quad P_1 = -29000 \text{ kg} \quad \text{und} \quad P_2 = 23200 \text{ kg},$$

da für die Kriterien und die Formeln nur die abfoluten Werthe in Frage kommen.

3) Es fei $P_0 = -12000$ kg, $P_1 = -4000$ kg und $P_2 = +24000$ kg. Alsdann ift abfolut genommen, $P_2 > \frac{2}{3} P_0$, da $24000 > \frac{2}{3} \cdot 12000$ ift; weiter ift auch $P_2 - P_1 > \frac{4}{3} P_0$, da $24000 - 4000 > \frac{4}{3} \cdot 12000$ ift. Mithin find die Formeln 46 oder 48 zu verwenden. Man erhält

$$\text{für Schweifseifen: } F = \frac{3 \cdot 24000 + 4000 - \frac{4}{3} \cdot 12000}{2100} = \backsim 29 \text{ qcm},$$

$$\text{für Flufseifen: } F = \frac{3 \cdot 24000 + 4000 - \frac{4}{3} \cdot 12000}{2700} = \backsim 23 \text{ qcm}.$$

Diefelben Werthe hätten fich auch ergeben für

$$P_0 = 12000 \text{ kg}, \quad P_1 = 4000 \text{ kg} \quad \text{und} \quad P_2 = -24000 \text{ kg}.$$

In der Spalte 5 der umftehenden Tabelle find für die hauptfächlichften Conftructions-Materialien die üblichen Werthe der zuläffigen Beanfpruchung K zufammengeftellt; ferner find in der Tabelle die Elafticitäts-Coefficienten, die Feftigkeits-Coefficienten, fo wie diejenigen Beanfpruchungen angegeben, bei welchen die Elafticitätsgrenze erreicht wird. Naturgemäfs können die in der Tabelle angegebenen Werthe nur Mittelwerthe fein, die fich mit der Güte des Materials, der Art der Beanfpruchung und anderen Umftänden ändern. 86. Tabellen.

1. Bezeichnung der Materialien	2. Elasticitäts-Coefficient E	3. Festigkeits-Coefficient bei Beanspruchung auf		4. Beanspruchung an der Elasticitätsgrenze auf		5. Zulässige Beanspruchung K für					
						endgiltige Bauwerke				zeitweilige Bauten,	
						Belastung mit starken Stöfsen		Belastung mit mäfsigen Erschütterungen		Belastung mit mäfsigen Erschütterungen	
		Zug	Druck	Zug	Druck	Zug	Druck	Zug	Druck	Zug	Druck
Schweifseisen	2000	3500 bis 4000	3200 bis 3600	$1,_6$	$1,_6$	700	700	1000	1000	—	—
Flufseisen	2200	4000 bis 4200	4000 bis 4200	$2,_0$ bis $2,_4$	$2,_0$ bis $2,_4$	900	900	1200	1200	—	—
Gufseisen	—	1250 bis 1450	7500 bis 8000	—	—	—	—	250	500	—	—
Stahl	2000 bis 2400	7000 bis 8000		3000 bis 4000		1500	1500	2000	2000	—	—
Holz in der Faserrichtung:											
Eichenholz . . .	120	965	487	$0,_{26}$	$0,_{21}$	—	—	90	65	180	130
Kiefernholz . . .	120	820	410	$0,_{29}$	$0,_{22}$	—	—	80	60	160	110
Holz radial, d. h. in der Richtung der Jahresringe:											
Eichenholz . . .	$18,_9$	120	270	—	—	—	—	—	—	—	—
Kiefernholz . . .	$9,_6$	120	270	—	—	—	—	—	—	—	—
	Tonnen für 1 qcm	Kilogr. für 1 qcm		Tonnen für 1 qcm		Kilogr. für 1 qcm					

Das Berliner Polizei-Präsidium legt bei seinen Berechnungen die nachstehend angegebenen Zahlenwerthe als zulässige Beanspruchung zu Grunde (Bekanntmachung vom 21. Februar 1887):

Material	Zulässige Beanspruchung auf	
	Zug	Druck
Schweifseisen	750	750
Gufseisen	250	500
Bombirtes Eisenblech	500	500
Eisendraht	1200	—
Eichen- und Buchenholz	100	80
Kiefernholz	100	60
Granit	—	45
Sandstein, je nach der Härte	—	15 bis 30
Rüdersdorfer Kalkstein in Quadern	—	25
Kalksteinmauerwerk in Kalkmörtel	—	5
Gewöhnliches Ziegelmauerwerk	—	7
Ziegelmauerwerk in Cementmörtel	—	11
Bestes Klinkermauerwerk in Cementmörtel . . .	—	12 bis 14
Mauerwerk aus porösen Steinen	—	3 bis 6
Guter Baugrund	—	$2,_5$
	Kilogr. für 1 qcm	

Neuerdings gestattet das Berliner Polizei-Präsidium [21]) für Schweifseisen eine Beanspruchung bis 1000 kg auf 1 qcm für Zug und Druck, wenn die Belastung vorwiegend ruhend ist oder wenn die Nutzlast so grofs in die Rechnung eingeführt ist, dafs unvorhergesehene Vergröfserung ausgeschlossen ist und Erschütterungen nicht zu befürchten sind. Diese Vergünstigung wird nur für Theile zugestanden, welche nur Zug oder nur Druck zu ertragen haben und keine Nietverschwächung aufweisen. Für bestes Klinkermauerwerk in reinem Cementmörtel wird von derselben Behörde ein gröfster Druck bis zu 20 kg für 1 qcm und ein gröfster Zug bis 1 kg für 1 qcm zugelassen.

87. Beispiele.

Beispiele. 1) Eine schweifseiserne Stange werde höchstens mit einer Zugkraft $P = 18750$ kg beansprucht. Es ist die Querschnittsgröfse unter der Annahme zu bestimmen, dafs die Stange einer endgiltigen Construction angehört und die Belastung nur mit mäfsigen Erschütterungen auftritt.

Nach vorstehender Tabelle ist für den vorliegenden Fall $K = 1000$ kg, sonach

$$F = \frac{P}{K} = \frac{18750}{1000} = 18,_{75} \text{ qcm} .$$

---

21) Siehe: FRÖLICH, H. Elementare Anleitung zur Anfertigung statischer Berechnungen etc. 2. Aufl. Berlin 1897. S. 4.

Wenn die Stange aus Rundeiſen conſtruirt werden ſoll, ſo muſs ſein:

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 18{,}75}{3{,}14}} = 4{,}9 \text{ cm}.$$

Wird entſprechend den Annahmen des Berliner Polizei-Präſidiums $K = 750$ kg geſetzt, ſo muſs

$$F = \frac{P}{K} = \frac{18750}{750} = 25 \text{ qcm}$$

ſein und

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = 5{,}64 \text{ cm}.$$

2) Bei einer guſseiſernen gedrückten Stange ſei die gröſste Druckkraft $P = 5850$ kg. Der Querſchnitt derſelben iſt demnach, wenn die Conſtruction wiederum als endgiltig und die Belaſtung als mit mäſsigen Erſchütterungen wirkend angenommen wird,

$$F = \frac{P}{K} = \frac{5850}{500} = 11{,}7 \text{ qcm}.$$

Bei Wahl eines kreisförmigen Querſchnittes ergiebt ſich der Durchmeſſer d aus der Gleichung:

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 11{,}7}{3{,}14}} = 3{,}8 \text{ cm}.$$

3) Auf einen Holzſtab mit rechteckigem Querſchnitt wirke ein Gröſstdruck $P = 16000$ kg. Der Stab ſoll einer zeitweiligen Conſtruction, welche mäſsigen Erſchütterungen ausgeſetzt iſt, angehören; verwendet wird Kiefernholz. Nach Gleichung 37 ergiebt ſich

$$F = \frac{16000}{110} = 145{,}4 \text{ qcm}.$$

Ein quadratiſcher Querſchnitt von $12{,}1$ cm Seitenlänge würde demnach genügen.

4) Wäre im erſten Beiſpiele die Stabkraft durch das Eigengewicht $P_0 = 6750$ kg, diejenige durch Verkehrslaſt $P_1 = 12000$ kg, ſo ergäbe ſich aus Gleichung 42

$$F = \frac{6750}{1050} + \frac{12000}{700} = 6{,}43 + 17{,}14 = 23{,}57 \text{ qcm},$$

und es müſste ſein:

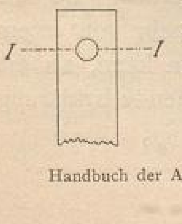
$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 23{,}57}{3{,}14}} = \backsim 5{,}5 \text{ cm}.$$

Von der bei den gedrückten Stäben wegen Beanſpruchung auf Zerknicken vorzunehmenden Vergröſserung des Querſchnittes wird im nächſten Abſchnitt (Kap. 2) die Rede ſein.

Die Gleichung $\sigma = \frac{P}{F}$ ergab ſich unter der Annahme einer gleichförmigen Vertheilung der Kraft P über die ganze Querſchnittsfläche F. Dieſe Annahme iſt aber nur richtig, wenn 1) der Querſchnitt des Körpers conſtant iſt und 2) die äuſsere Kraft P ſich über die Endflächen gleichmäſsig vertheilt. Die Geſetze der Kraftvertheilung für den Fall, daſs dieſe beiden Bedingungen nicht erfüllt ſind, können auf rein theoretiſchem Wege nicht oder nur in einzelnen Fällen genau ermittelt werden. Gewöhnlich wird jedoch bei den Berechnungen auf die Nichtbekanntſchaft mit dieſen Geſetzen keine Rückſicht genommen und die Gleichung $\sigma = \frac{P}{F}$ auch für dieſe Fälle einfach als richtig angenommen. 88. Beanſpruchung bei Querſchnitts-veränderungen.

Wenn ein Stab an einigen Stellen kleinere Querſchnittsflächen, als an anderen hat, ſo iſt der Berechnung des Stabes die kleinſte Querſchnittsfläche zu Grunde zu legen und dieſe ſo zu bemeſſen, daſs die in ihr wirkende Spannung an keiner Stelle die zuläſſige Beanſpruchung überſteigt. Findet in dem betreffenden Querſchnitte die Kraft P ſtatt, ſo berechnet man die Querſchnittsfläche F an dieſer Stelle nach der Gleichung 37

Fig. 78.



$$F = \frac{P}{K},$$

Fig. 79.

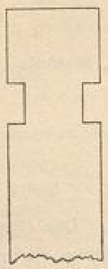
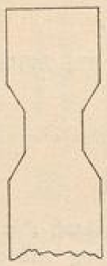


Fig. 80.



worin K die zuläſſige Beanſpruchung bedeutet, bezw. nach den Gleichungen 42 bis 48. Der umſtehende Stab (Fig. 78) hat ſeine kleinſte Querſchnittsfläche im Querſchnitte II, welcher der Nietmitte entſpricht, und dieſe Querſchnittsfläche muſs demnach der obigen Gleichung genügen. Aehnlich iſt bei den Stäben in Fig. 79 u. 80 die durch die Verengung beſtimmte Stelle als ſchwächſte der Berechnung zu Grunde zu legen. Dabei iſt jedoch zu beachten, daſs bei Anwendung obiger Gleichung für K ein anderer Werth als derjenige einzuführen iſt, welcher für Berechnung einer ungeſchwächten Stange zu Grunde gelegt wird; man kann nämlich nicht annehmen, daſs die Kraft P ſich gleichmäſsig über den verſchwächten Querſchnitt vertheilt; die gröſste Beanſpruchung findet in Fig. 78 neben dem Nietloche ſtatt. Es empfiehlt ſich demnach, für K einen kleineren Werth einzuführen, als zur Berechnung des unverſchwächten Stabes.

89. Längen-änderung der Stäbe.

Die Gröſse der Längenänderung gezogener oder gedrückter Stäbe ergiebt die Gleichung 36:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{P}{FE} \quad \text{oder} \quad \Delta l = \frac{Pl}{FE}.$$

Beiſpiel. Iſt bei der in Beiſpiel 1 auf S. 64 angenommenen Stange $l = 5^{\mathrm{m}}$, ſo wird

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{18750}{18{,}75\, E}.$$

Nach der Tabelle in Art. 86 (S. 64) iſt für Schweiſseiſen $E = 2000000^{\mathrm{kg}}$ für 1^{qcm}; daher

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{18750}{18{,}75 \cdot 2000000} = 0{,}0005 \quad \text{und} \quad \Delta l = 0{,}0005 \cdot 5 = 0{,}0025^{\mathrm{m}} = 0{,}25^{\mathrm{m}}.$$

Die Verlängerung beträgt alſo $2{,}5^{\mathrm{mm}}$.

Betrachtet man die Gleichung 34:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}$$

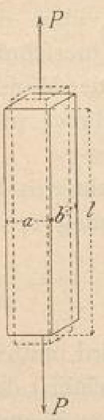
und unterſucht, wie groſs die Spannung σ für die Flächeneinheit des Querſchnittes ſein müſſte, damit die Verlängerung Δl genau ſo groſs würde, wie die urſprüngliche Stablänge — vorausgeſetzt, daſs dieſe Formel für das Verlängerungsverhältniſs noch bis zu der in dieſem Falle nöthigen Spannungsgröſse gelten würde, ſo erhält man

$$\frac{l}{l} = \frac{\sigma}{E} = 1 \quad \text{oder} \quad \sigma = E,$$

d. h. diejenige Spannung für die Flächeneinheit, welche den Stab auf die doppelte Länge verlängern würde, wenn das Verlängerungsgeſetz innerhalb dieſer Grenzen giltig wäre, iſt gleich E. Daher findet man häufig den Elaſticitäts-Modulus folgendermaſsen erklärt: Der Elaſticitäts-Modulus iſt diejenige Spannung, welche für die Flächeneinheit des Stabquerſchnittes wirken müſste, um den Stab auf das Doppelte ſeiner urſprünglichen Länge zu vergröſsern, falls innerhalb der dadurch bedingten Spannungsgrenzen das Elaſticitätsgeſetz giltig bliebe.

Bei Beanſpruchung auf Druck würde die Verkürzung in dieſem Falle gleich l ſein, d. h. der Stab würde zur Länge Null zuſammengedrückt werden. Da die Elaſticitätsgeſetze nicht bis zu den erwähnten Grenzen gelten, vielmehr von einem annähernd conſtanten Elaſticitäts-Modul E nur ſo lange die Rede ſein kann, als die Spannungen innerhalb der Elaſticitätsgrenze bleiben, ſo iſt die vorſtehende Erklärung des Elaſticitäts-Moduls nicht zweckmäſsig.

Fig. 81.



Die auf einen Körper wirkenden Kräfte P erzeugen auſser der Längenänderung in der Kraftrichtung auch ſolche in allen anderen Richtungen. Wir legen durch einen beliebigen Punkt der Stabaxe (Fig. 81) drei Coordinatenaxen, deren eine mit der Stabaxe zuſammenfällt, deren andere beiden ſenkrecht zur erſteren ſtehen. Man nennt ſodann die Längenänderung in der Richtung der Stabaxe die longitudinale, diejenigen in den Richtungen der beiden anderen Axen die transverſalen Längenänderungen. 90. Aenderungen der Querſchnittsmaſse.

Die transverſalen Längenänderungen ſind der longitudinalen Längenänderung umgekehrt proportional. Bezeichnet μ einen für verſchiedene Materialien beſonders zu ermittelnden Zahlenwerth, ſo iſt

$$\frac{\Delta a}{a} = -\frac{1}{\mu}\frac{\Delta l}{l} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta b}{b} = -\frac{1}{\mu_1}\frac{\Delta l}{l}.$$

Nun iſt nach Gleichung 34: $\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}$, daher

$$\frac{\Delta a}{a} = -\frac{1}{\mu}\frac{\sigma}{E} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta b}{b} = -\frac{1}{\mu_1}\frac{\sigma}{E}.$$

Bei Körpern, welche nach allen Richtungen gleiche Elaſticität beſitzen, d. h. bei ſog. iſotropen Körpern, iſt $\mu = \mu_1$, daher

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta b}{b} = -\frac{1}{\mu}\frac{\sigma}{E}.$$

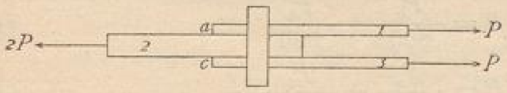
Für iſotrope Körper liegt μ zwiſchen 3 und 4.

3. Kapitel.

Schub und Schubfeſtigkeit.

Der Fall der reinen Schubbeanſpruchung tritt, wie bereits in Art. 80 (S. 56) geſagt wurde, ein, wenn die wirkenden Kräfte das Beſtreben haben, zwei Nachbarquerſchnitte ſo gegen einander zu verſchieben, daſs die Entfernung der Querſchnittsebenen dieſelbe bleibt. Dies iſt nur möglich, wenn die Kräfte unmittelbar neben der Ebene wirken, längs deren das Beſtreben einer Verſchiebung ſtattfindet, und wenn dieſelben ſich zu zwei Kräften vereinen laſſen, welche einander nach Gröſse und Richtung genau gleich, dem Sinne nach entgegengeſetzt ſind. Man nennt dieſe Kräfte die abſcherenden Kräfte. 91. Schubſpannungen.

Fig. 82.



In der Technik kommt dieſer Fall ziemlich rein bei den Niet- und Bolzenverbindungen vor. Die beiden Kräfte P (Fig. 82) haben das Beſtreben, die Bleche *1* und *3* nach rechts zu verſchieben; dieſe Verſchiebung wird durch den Niet verhindert, welcher die Bleche *1* und *3* mit *2* verbindet. Längs jeder der beiden Trennungsflächen wirkt je eine Kraft P nach rechts im Bleche *1*, bezw. *3*, je eine Kraft P nach links im Bleche *2*.

In den meiſten Fällen tritt zu der durch die abſcherenden Kräfte erzeugten Schubſpannung noch eine durch gleichzeitig wirkende Momente erzeugte Biegungsſpannung; bezüglich dieſer zuſammengeſetzten Beanſpruchung wird auf das folgende Kapitel verwieſen. Auch in dem durch Fig. 82 veranſchaulichten Falle findet, genau genommen, eine ſolche zuſammengeſetzte Beanſpruchung ſtatt.

Die genaue Unterſuchung der Spannungen, welche in den auf Abſcherung beanſpruchten Querſchnitten auftreten, ergiebt, daſs die Schubſpannungen in den einzelnen Querſchnittspunkten verſchieden groſs ſind; das Geſetz der Vertheilung hängt von der Form des Querſchnittes ab. Für die meiſten Fälle der Praxis, ins-