Die Statik der Hochbau-Constructionen

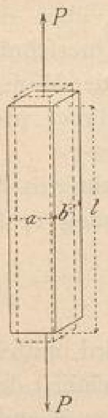
Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

3. Kap. Schub und Schubfestigkeit

urn:nbn:de:hbz:466:1-77733

Fig. 81.



Die auf einen Körper wirkenden Kräfte P erzeugen auſser der Längenänderung in der Kraftrichtung auch ſolche in allen anderen Richtungen. Wir legen durch einen beliebigen Punkt der Stabaxe (Fig. 81) drei Coordinatenaxen, deren eine mit der Stabaxe zuſammenfällt, deren andere beiden ſenkrecht zur erſteren ſtehen. Man nennt ſodann die Längenänderung in der Richtung der Stabaxe die longitudinale, diejenigen in den Richtungen der beiden anderen Axen die transverſalen Längenänderungen.

90. Aenderungen der Querſchnittsmaſse.

Die transverſalen Längenänderungen ſind der longitudinalen Längenänderung umgekehrt proportional. Bezeichnet μ einen für verſchiedene Materialien beſonders zu ermittelnden Zahlenwerth, ſo iſt

$$\frac{\Delta a}{a} = -\frac{1}{\mu}\,\frac{\Delta l}{l} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta b}{b} = -\frac{1}{\mu_1}\,\frac{\Delta l}{l}.$$

Nun iſt nach Gleichung 34: $\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}$, daher

$$\frac{\Delta a}{a} = -\frac{1}{\mu}\,\frac{\sigma}{E} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta b}{b} = -\frac{1}{\mu_1}\,\frac{\sigma}{E}.$$

Bei Körpern, welche nach allen Richtungen gleiche Elaſticität beſitzen, d. h. bei ſog. iſotropen Körpern, iſt $\mu = \mu_1$, daher

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta b}{b} = -\frac{1}{\mu}\,\frac{\sigma}{E}.$$

Für iſotrope Körper liegt μ zwiſchen 3 und 4.

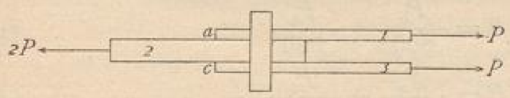
3. Kapitel.

Schub und Schubfeſtigkeit.

Der Fall der reinen Schubbeanſpruchung tritt, wie bereits in Art. 80 (S. 56) geſagt wurde, ein, wenn die wirkenden Kräfte das Beſtreben haben, zwei Nachbarquerſchnitte ſo gegen einander zu verſchieben, daſs die Entfernung der Querſchnittsebenen dieſelbe bleibt. Dies iſt nur möglich, wenn die Kräfte unmittelbar neben der Ebene wirken, längs deren das Beſtreben einer Verſchiebung ſtattfindet, und wenn dieſelben ſich zu zwei Kräften vereinen laſſen, welche einander nach Gröſse und Richtung genau gleich, dem Sinne nach entgegengeſetzt ſind. Man nennt dieſe Kräfte die abſcherenden Kräfte.

91. Schubſpannungen.

Fig. 82.



In der Technik kommt dieſer Fall ziemlich rein bei den Niet- und Bolzenverbindungen vor. Die beiden Kräfte P (Fig. 82) haben das Beſtreben, die Bleche *1* und *3* nach rechts zu verſchieben; dieſe Verſchiebung wird durch den Niet verhindert, welcher die Bleche *1* und *3* mit *2* verbindet. Längs jeder der beiden Trennungsflächen wirkt je eine Kraft P nach rechts im Bleche *1*, bezw. *3*, je eine Kraft P nach links im Bleche *2*.

In den meiſten Fällen tritt zu der durch die abſcherenden Kräfte erzeugten Schubſpannung noch eine durch gleichzeitig wirkende Momente erzeugte Biegungsſpannung; bezüglich dieſer zuſammengeſetzten Beanſpruchung wird auf das folgende Kapitel verwieſen. Auch in dem durch Fig. 82 veranſchaulichten Falle findet, genau genommen, eine ſolche zuſammengeſetzte Beanſpruchung ſtatt.

Die genaue Unterſuchung der Spannungen, welche in den auf Abſcherung beanſpruchten Querſchnitten auftreten, ergiebt, daſs die Schubſpannungen in den einzelnen Querſchnittspunkten verſchieden groſs ſind; das Geſetz der Vertheilung hängt von der Form des Querſchnittes ab. Für die meiſten Fälle der Praxis, insbesondere für die wichtigen Nietverbindungen, kann man aber mit hinreichender Genauigkeit annehmen, dass die abscherenden Kräfte sich gleichförmig über die ganzen auf Abscherung beanspruchten Querschnitte vertheilen, mithin im Querschnitt eine gleichförmig vertheilte Schubspannung erzeugen. Daraus folgt, dass der Widerstand gegen Abscheren der Grösse des abzuscherenden Querschnittes direct proportional angenommen werden kann.

92. Querschnitts-bestimmung. Ist also der Flächeninhalt des auf Abscheren beanspruchten Querschnittes F, die abscherende Kraft P und die im Querschnitt entstehende Schubspannung τ, so ist $P = F\tau$, woraus

$$\tau = \frac{P}{F} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 49.$$

Die Querschnittsgrösse der auf Schub beanspruchten Querschnitte wird mittels Gleichung 49 ermittelt. Versteht man unter T die grösste für die Flächeneinheit des Querschnittes zulässige Schubbeanspruchung, unter P die auf Abscheren wirkende Kraft, so ergiebt sich aus der angegebenen Gleichung die nöthige Querschnittsgrösse

$$F = \frac{P}{T} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 50.$$

Was nun die für T einzuführenden Werthe anlangt, so haben die angestellten Versuche in Uebereinstimmung mit den theoretischen Untersuchungen ergeben, dass der Widerstand der Baustoffe gegen Beanspruchung auf Schub geringer ist, als gegen Beanspruchung auf Zug oder Druck. Man darf also die Baustoffe auf Schub nicht so stark beanspruchen, wie auf Zug oder Druck.

Nachstehende Tabelle giebt für eine Reihe wichtiger Baustoffe die Festigkeits-Coefficienten für Schub und die zulässigen Schubbeanspruchungen für das Quadr.-Centim. als Flächeneinheit an. Bemerkt wird, dass man für Schweisseisen und Flusseisen die in Art. 84 u. 85 (S. 61 u. 62) berechneten Formeln verwenden kann, wenn man die massgebenden Coefficienten 1050 für Schweisseisen, bezw. 1350 für Flusseisen mit $\frac{4}{5}$ multiplicirt einführt. Demnach kann man den erforderlichen Querschnitt berechnen aus den Formeln:

$$\text{für Schweisseisen:} \quad F = \frac{P_0}{800} + \frac{P_1}{560} \quad \ldots \ldots \quad 51.$$

$$\text{für Flusseisen:} \quad F = \frac{P_0}{1080} + \frac{P_1}{720} \quad \ldots \ldots \quad 52.$$

Bei Berechnung der Nietquerschnitte ist wegen des hier verwendeten vorzüglichen Materials die erlaubte Schubspannung gleich derjenigen Zug-, bezw. Druckbeanspruchung einzuführen, welche im Blech und im Façoneisen als zulässig gilt. Für die Berechnung der Nietquerschnitte können also die Formeln 42 bis 48 verwendet werden.

Bezeichnung der Baustoffe	Festigkeits-Coefficient für Schub	Zulässige Schubbeanspruchung T
Schweisseisen	3200 bis 4000	600 bis 800
Flusseisen	3200 bis 4000	700 bis 1000
Gusseisen	1000 bis 1100	220
Gussstahl	4000	800
Nadelholz: parallel der Faserrichtung	46	9 bis 10
senkrecht zur Faserrichtung	125	16 bis 19
Eichenholz: parallel der Faserrichtung	86	22 bis 27
senkrecht zur Faserrichtung	125	22 bis 27
	Kilogr. für 1 qcm der Querschnittsfläche.	

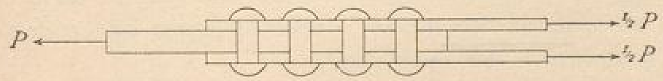
Beiſpiele. 1) Eine Stange, in welcher ein Zug $P = 5600$ kg herrſcht, ſoll mit einem Bolzen aus Schweiſseiſen an einem Knotenbleche befeſtigt werden. Der Durchmeſſer d des Bolzens iſt zu beſtimmen. 93. Beiſpiele.

Der Querſchnitt F des Bolzens ergiebt ſich aus der Gleichung 50. Die zuläſſige Schubbeanſpruchung T ſei hier 700 kg, ſonach

$$F = \frac{5600}{700} = 8 \text{ qcm} \quad \text{und} \quad d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = 3{,}2 \text{ cm}.$$

2) Es iſt die Anzahl Nietquerſchnitte zu beſtimmen, welche nöthig ſind, um einen ſchweiſseiſernen Conſtructionstheil, in welchem ein Zug $P = 30\,000$ kg herrſcht, mit einem Knotenbleche zu verbinden. Der Durchmeſſer der Niete ſei 2 cm; der betreffende Conſtructionstheil (Fig. 83) ſoll aus zwei Flacheiſen hergeſtellt ſein, welche das Knotenblech zwiſchen ſich nehmen.

Fig. 83.



Jedes Flacheiſen hat einen Zug von $\frac{P}{2} = 15\,000$ kg zu ertragen; den gleichen Zug haben die Nietquerſchnitte zwiſchen dieſem Flacheiſen und dem Knotenbleche aus dem einen in das andere zu überführen, d. h. die auf Abſcheren dieſer Querſchnitte wirkende Kraft beträgt 15 000 kg. Der Geſammtquerſchnitt aller zur Befeſtigung des einen Flacheiſens dienenden Nietquerſchnitte ergiebt ſich demnach zu

$$F = \frac{15000}{T}.$$

Die für Niete erlaubte Schubbeanſpruchung T kann man unbedenklich gleich der im gewöhnlichen Stabeiſen und Blech erlaubten Zugbeanſpruchung annehmen. Wir nehmen deſshalb $T = 750$ kg, und es wird

$$F = \frac{15\,000}{750} = 20 \text{ qcm}.$$

Iſt die Anzahl der Nietquerſchnitte n, ſo muſs $\frac{n\,d^2\,\pi}{4} = F = 20$ qcm ſein, oder, wenn $d = 2$ cm,

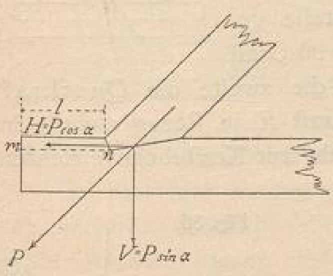
$$n = \frac{20 \cdot 4}{d^2\,\pi} = 6{,}37, \text{ ſtatt deſſen } 7.$$

Es müſſen alſo 7 Nietquerſchnitte zur Verbindung des einen Flacheiſens mit dem Knotenbleche angeordnet werden; genau eben ſo groſs muſs die Zahl der Nietquerſchnitte ſein, welche zur Verbindung des anderen Flacheiſens mit dem Knotenbleche dienen.

Ein Abſcheren iſt bei der Conſtruction in Fig. 83 nur möglich, wenn jeder Niet in zwei Querſchnitten abgeſchert wird; jeder Niet bietet alſo zwei Querſchnitte, ſo daſs im Ganzen 7 Niete, d. h. 14 Nietquerſchnitte anzuordnen ſind [22]).

3) Eine Strebe (Fig. 84), welche einen Druck $P = 20\,000$ kg zu ertragen hat, ſei mit einem Balken durch Verſatzung verbunden; der Winkel beider Axen ſei 45 Grad. Die Länge l iſt ſo zu beſtimmen, daſs ein Abſcheren längs der Fläche mn nicht ſtattfindet. Die Kraft P zerlegt ſich in eine lothrechte Seitenkraft $V = P \sin\alpha$ und eine wagrechte Seitenkraft $H = P \cos\alpha$.

Fig. 84.



Es iſt $H = 20\,000 \cos 45^{\circ} = 14\,140$ kg und

$V = 20\,000 \sin 45^{\circ} = 14\,140$ kg.

Die abſcherende Kraft A iſt die Kraft H abzüglich des Reibungswiderſtandes fV, wenn f den Reibungs-Coefficienten bedeutet. Iſt $f = 0{,}3$, ſo iſt die abſcherende Kraft

$$A = H - fV = 14140\,(1 - 0{,}3) = 9898 \text{ kg}$$

oder $A = \backsim 10\,000$ kg.

Dabei iſt auf die durch den Bolzen möglicher Weiſe erzeugte Reibung keine Rückſicht genommen, weil ein Lockern des Bolzens denkbar iſt.

Die Breite des Balkens und der Strebe ſei b; alsdann wird eine Fläche von der Länge l und der Breite b auf Abſcheren in Anſpruch genommen (d. h. die Fläche mn). Iſt die für 1 qcm der abzuſcherenden Fläche zuläſſige Schubſpannung T, ſo darf in dieſer Fläche im Ganzen eine Schubſpannung $S = b\,l\,T$ ſtattfinden.

22) Man unterſcheidet einſchnittige und zweiſchnittige Niete. Bei den einſchnittigen Nieten wird von jedem Niet nur ein Querſchnitt, bei den zweiſchnittigen Nieten werden von jedem Niet zwei Querſchnitte auf Abſcheren beanſprucht. Näheres hierüber in Theil III, Bd. 1 (Abth. I, Abſchn. 3: Conſtructions-Elemente in Eiſen) dieſes »Handbuches«.

So groſs darf alſo A höchſtens ſein. Die Bedingungsgleichung für die Ermittelung von l iſt ſonach:

$$b\,l\,T = A \quad \text{oder} \quad l = \frac{A}{b\,T}.$$

In unſerem Falle ſei $b = 25^{\text{cm}}$; T iſt nach der Tabelle auf S. 68 für Nadelholz gleich 10^{kg} für 1^{qcm}; es muſs alſo ſein:

$$l = \frac{10\,000}{25 \cdot 10} = 40^{\text{cm}}.$$

Auf weitere Fälle der Schubbeanſpruchung werden wir im nächſten Kapitel zurückkommen.

---

4. Kapitel.

Biegung und Biegungsfeſtigkeit.

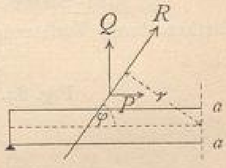
94. Biegungsmoment und Querkraft.

Beanſpruchung eines Balkens auf Biegung findet ſtatt, wenn die äuſseren Kräfte die beiden an den verſchiedenen Seiten eines Querſchnittes (etwa $a\,a$ in Fig. 86) liegenden Balkentheile um eine ſenkrecht oder geneigt zur Kraftebene ſtehende Axe zu drehen ſtreben. Drehung ſetzt ein Moment voraus; ſonach muſs ein Moment der äuſseren Kräfte für den Querſchnitt vorhanden ſein. Gewöhnlich wirkt auſser dieſem Momente noch eine abſcherende Kraft, welche weitere Beanſpruchungen hervorruft; letztere ſetzen ſich dann mit den reinen Biegungsbeanſpruchungen zuſammen.

Es ſei hier die Annahme gemacht, daſs die Balkenaxe in der Kraftebene liege; wenn ſomit die Bildebene die Kraftebene vorſtellt, ſo liegen in derſelben ſowohl die äuſseren Kräfte, wie auch die Balkenaxe.

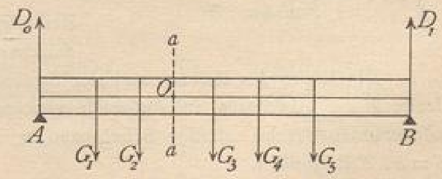
Die äuſseren Kräfte, als welche die Stützendrücke und die Belaſtungen einzuführen ſind, können beliebige Richtung und Gröſse haben.

Fig. 85.



Der allgemeine Fall iſt durch Fig. 85 veranſchaulicht. Die Mittelkraft R aller an der einen Seite irgend eines Querſchnittes $a\,a$ wirkenden äuſseren Kräfte ſchneide die Axe des Körpers unter dem Winkel φ. Zerlegt man R in zwei Seitenkräfte, deren eine, P, parallel zur Axe des Körpers an der betreffenden Stelle gerichtet iſt, deren andere, Q, die Axe des Körpers unter 90 Grad ſchneidet, ſo nennt man die erſtere die Axialkraft, die zweite die Querkraft oder Transverſalkraft. Das ſtatiſche Moment der Kraft R in Bezug auf die im Schwerpunkt des zu betrachtenden Querſchnittes ſenkrecht zur Kraftebene errichtete Axe erſtrebt die Drehung des linken Balkentheiles um dieſe Axe und wird das Biegungsmoment des Querſchnittes genannt.

Fig. 86.



Der ganze Träger $A\,B$ (Fig. 86) muſs unter der Einwirkung aller äuſseren Kräfte im Gleichgewichte ſein; demnach muſs die algebraiſche Summe der ſtatiſchen Momente aller Kräfte in Bezug auf jeden beliebigen Punkt der Ebene gleich Null ſein. Bezeichnet man nun das ſtatiſche Moment der an dem links von $a\,a$ liegenden Trägertheile angreifenden äuſseren Kräfte für den Drehpunkt O