Die Statik der Hochbau-Constructionen

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

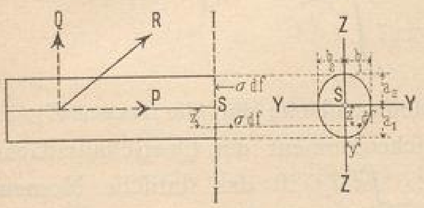
a) Axiale Biegungsspannungen, wenn die Kraftebene die Balkenquerschnitte in Hauptaxen schneidet

a) Axiale Biegungsſpannungen, wenn die Kraftebene die Balkenquerſchnitte in Hauptaxen ſchneidet.

Unter der Einwirkung des Biegungsmomentes entſtehen in den einzelnen Querſchnitten des Balkens an den verſchiedenen Stellen Spannungen; dieſelben dürfen die zuläſſigen Grenzen nicht überſchreiten. 95. Axiale Biegungsſpannung.

Für die Ermittelung der Beziehungen zwiſchen den äuſseren Kräften und den durch ſie hervorgerufenen Spannungen werde der Unterſuchung Fig. 92 zu Grunde gelegt. Der links vom Querſchnitt II gelegene Theil des Balkens kann als dem Balken in Fig. 88 angehörig betrachtet werden; derſelbe muſs unter der Einwirkung der auf ihn wirkenden äuſseren Kräfte, deren Mittelkraft R ſei, und der auf ihn im Querſchnitt II von dem rechts liegenden (nicht gezeichneten) Balkentheil übertragenen Kräfte, eben der Spannungen, im Gleichgewicht ſein.

Fig. 92.



Man macht die Annahme, daſs die ſenkrecht zum Querſchnitte wirkenden Seitenkräfte der Spannungen, die ſog. axialen Biegungsſpannungen, von der erſten Potenz der Coordinaten der Querſchnittspunkte abhängen. Für irgend einen Querſchnittspunkt mit den Coordinaten y und z ſetzt man demnach

$$\sigma = \alpha + \beta y + \gamma z.$$

Als Anfangspunkt der rechtwinkeligen Coordinatenaxen Y und Z iſt der Schwerpunkt S des Querſchnittes gewählt; die Kraftebene ſchneidet den Querſchnitt in der Linie ZZ, welche nach der Annahme eine Hauptaxe iſt; alsdann iſt die Abſciſſenaxe YY die andere Hauptaxe. Der Ausdruck für σ enthält drei Unbekannte, nämlich die Conſtanten α, β, γ. Für die Beſtimmung derſelben ſtehen drei Gleichungen zu Gebote. Da das Bruchſtück des Balkens links vom Querſchnitt II im Gleichgewicht ſein ſoll, ſo müſſen ſich die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen auf daſſelbe anwenden laſſen. Von den ſechs verfügbaren Gleichgewichtsbedingungen werden hier die drei Gleichungen aufgeſtellt, welche beſagen, daſs die algebraiſche Summe der in die Axenrichtung des Balkens fallenden Kräfte gleich Null ſei, ferner daſs die algebraiſche Summe der ſtatiſchen Momente aller Kräfte für die Axe YY gleich Null ſei, endlich daſs die algebraiſche Summe der ſtatiſchen Momente aller Kräfte für die Axe ZZ gleich Null ſei. Die drei Gleichungen lauten:

$$\text{I)}\ 0 = P - \int \sigma\, df,$$

$$\text{II)}\ 0 = M - \int \sigma z\, df,$$

$$\text{III)}\ 0 = \int \sigma y\, df.$$

Erläuternd wird zu den vorſtehenden Gleichungen bemerkt: In einem unendlich kleinen Flächentheil df wirkt die axiale Spannung $\sigma\, df$; die geſammten axialen Spannungen im Querſchnitt geben die Summe $\int \sigma\, df$. Die Integration erſtreckt ſich über den ganzen Querſchnitt. In Gleichung I iſt P als nach rechts und $\int \sigma\, df$ als nach links wirkend eingeführt.

In Gleichung II bedeutet M das reſultirende Moment aller links vom Querſchnitt II gelegenen äuſseren Kräfte für die Axe YY, welche ſich in Fig. 92 (links) als Punkt S darſtellt; jede Spannung $\sigma\,df$ hat für dieſe Axe das Moment $\sigma\,.\,z\,df$; die Summe aller dieſer Einzelmomente iſt, abgeſehen vom Vorzeichen, $\int \sigma\,z\,df$. Auch hier, wie bei Gleichung I und III, iſt über die ganze Querſchnittsfläche zu integriren.

In Gleichung III haben die äuſseren Kräfte für die Axe ZZ das Moment Null, weil ihre Mittelkraft jedenfalls die Axe ZZ ſchneidet; jede Spannung $\sigma\,.\,df$ hat das Einzelmoment $\sigma\,.\,y\,df$.

Setzt man in obige drei Gleichungen den oben für σ angegebenen Werth ein und beachtet, daſs bei den Integrationen die Werthe α, β, γ unverändert bleiben, ſo erhält man aus Gleichung I

$$P = \alpha \int df + \beta \int_{-b_2}^{+b_1} y\,df + \gamma \int_{-a_2}^{+a_1} z\,df.$$

$\int y\,df$ iſt das ſtatiſche Moment der Querſchnittsfläche für die Axe ZZ; da dieſe eine Schwerpunktsaxe iſt, ſo iſt das ſtatiſche Moment der Querſchnittsfläche für dieſe Axe nach Art. 33 (S. 26) gleich Null. $\int z\,df$ iſt das ſtatiſche Moment der Querſchnittsfläche für die Axe YY und, da dieſe Axe ebenfalls eine Schwerpunktsaxe iſt, gleichfalls Null. Demnach iſt

$$\int_{-b_2}^{+b_1} y\,df = 0 \quad \text{und} \quad \int_{-a_2}^{+a_1} z\,df = 0,$$

ferner, wenn F den Inhalt der ganzen Querſchnittsfläche bedeutet,

$$F = \int df; \quad \text{mithin} \quad P = \alpha\,F,$$

und

$$\alpha = \frac{P}{F}\,.$$

Gleichung II lautet mit dem Werthe für σ:

$$M = \alpha \int_{-a_2}^{+a_1} z\,df + \beta \int_{-a_2}^{+a_1} y\,z\,df + \gamma \int_{-a_2}^{+a_1} z^2\,df.$$

Nun iſt $\int z\,df = 0$.

$\int y\,z\,df$ iſt das Centrifugalmoment für die beiden Axen YY und ZZ; da dieſe nach der Annahme Hauptaxen ſind, ſo folgt

$$\int_{-a_2}^{+a_1} y\,z\,df = 0.$$

$\int_{-a_2}^{+a_1} z^2\,df$ iſt nach Früherem das Trägheitsmoment des Querſchnittes für die Axe YY, d. h. es iſt

$$\int_{-a_2}^{+a_1} z^2\,df = \mathfrak{J}_Y;$$

die Gleichung II heiſst demnach:

$$M = \gamma\,\mathfrak{J}_Y, \quad \text{alſo} \quad \gamma = \frac{M}{\mathfrak{J}_Y}\,.$$

Gleichung III lautet mit dem Werthe für σ:

$$0 = \alpha \int_{-b_2}^{+b_1} y\,df + \beta \int_{-b_2}^{+b_1} y^2\,df + \gamma \int_{-a_2}^{+a_1} y z\,df.$$

Da $\int_{-b_2}^{+b_1} y\,df = 0$ und $\int_{-a_2}^{+a_1} y z\,df = 0$ ift (fiehe oben), fo bleibt $0 = \beta \int_{-b}^{+b_1} y^2\,df$, woraus folgt, da $\int_{-b_2}^{+b_1} y^2\,df$ nicht gleich Null ift,

$$\beta = 0.$$

Demnach find die Werthe für die drei Conftanten:

$$\alpha = \frac{P}{F}, \quad \beta = 0 \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{M}{\mathcal{J}_Y},$$

und es ift fchliefslich

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M}{\mathcal{J}_Y} z \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 54.$$

Wenn, wie meiftens, die Axialkraft P gleich Null ift, fo ergiebt fich für die axiale Biegungsfpannung der Ausdruck

$$\sigma = \frac{Mz}{\mathcal{J}_Y}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 55.$$

und wenn man vereinfachend $\mathcal{J}$ ftatt $\mathcal{J}_Y$ fetzt,

$$\sigma = \frac{Mz}{\mathcal{J}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 56.$$

Gleichung 55, bezw. 56 giebt die axialen Biegungsfpannungen für einen Balken mit gerader Axe an, auf welchen die äufseren Kräfte nur fenkrecht zur Axe wirken und bei dem die Kraftebene alle Querfchnitte in Hauptaxen fchneidet. Diefe Gleichung foll zunächft befprochen werden.

1) Die Axialkraft hat die Gröfse Null.

96. Balken, bei denen die Axialkraft die Gröfse Null hat.

Gleichung 56 enthält aufser der Ordinate z eines Querfchnittspunktes auf der rechten Seite nur die Gröfsen M und $\mathcal{J}$. Bei einer beftimmten, gegebenen Belaftung haben für alle Punkte deffelben Querfchnittes, alfo für alle möglichen Werthe von z, fowohl M (das Biegungsmoment oder das Moment der an der einen Seite des Querfchnittes wirkenden äufseren Kräfte, bezogen auf die wagrechte Schweraxe deffelben als Drehaxe), wie auch das Trägheitsmoment $\mathcal{J}$, welches nur von der Form und Gröfse der Querfchnittsfläche abhängt, denfelben Werth. Demnach ift nach Gleichung 56 die axiale Spannung σ an den verfchiedenen Stellen eines Querfchnittes nur mit dem Abftande z derfelben von der wagrechten Schwerpunktsaxe veränderlich. Alle Punkte eines Querfchnittes, welche in gleicher Höhe z über der wagrechten Schwerpunktsaxe liegen, werden alfo gleich ftark beanfprucht. Trägt man die in den verfchiedenen Höhen z für die Flächeneinheit wirkenden Axialfpannungen derart graphifch auf, dafs man die z als Abfciffen, die zugehörigen σ als Ordinaten zeichnet, und verbindet man die Endpunkte der Ordinaten, fo erhält man die Linie der Gleichung $\sigma = \frac{M}{\mathfrak{J}} z$. Diefe Linie wird eine Gerade, weil die Veränderlichen σ und z nur in der erften Potenz vorkommen.

Für $z = 0$ wird $\sigma = 0$, d. h. in allen in der wagrechten Schwerpunktsaxe liegenden Punkten ift die Axialfpannung gleich Null.

An diefen Stellen ift alfo auch die Verlängerung oder Verkürzung gleich Null; denn diefelbe ift $\Delta dx = \frac{\sigma}{E} dx$, alfo für $\sigma = 0$ ebenfalls gleich Null.

Man nennt die Linie, welche alle Querfchnittspunkte enthält, in denen die Axialfpannung Null ift, die Null-Linie oder neutrale Linie. Diefe Linie fällt nach Vorftehendem hier mit der wagrechten Schwerpunktsaxe YY zufammen; defshalb findet ftatt: Bei einem geraden wagrechten Balken, deffen Querfchnitte durch die Kraftebene in Hauptaxen gefchnitten werden und auf den nur lothrechte Kräfte wirken, fällt in jedem Querfchnitt die Null-Linie mit der wagrechten Schwerpunktsaxe zufammen.

97. Gröfste Beanfpruchung.

Aus Gleichung 56 folgt ferner, dafs σ defto gröfser ift, je gröfser z ift, d. h. je weiter der betreffende Punkt von der wagrechten Schwerpunktsaxe entfernt ift. Die gröfsten Werthe von σ finden alfo in den am weiteften entfernten Punkten ftatt. Es feien die Abftände der am weiteften nach oben und unten von der Null-Linie entfernten Punkte (Fig. 92) bezw. $+a_1$ und $-a_2$; alsdann ift

$$\sigma_{max} = +\frac{M}{\mathfrak{J}} a_1 \quad \text{und} \quad \sigma_{min} = -\frac{M}{\mathfrak{J}} a_2 \quad \ldots \ldots \quad 57.$$

Die Gleichungen 57 werden benutzt, um die Gröfse und Form des Querfchnittes an den verfchiedenen Stellen des Balkens zu beftimmen. Bedeutet M das gröfste für einen Querfchnitt mögliche Moment, fo ift die gröfste in diefem Querfchnitt vorhandene Zug-, bezw. Druckfpannung aus den Gleichungen 57 zu ermitteln. Ift für den betreffenden Stoff und den vorliegenden Fall die zuläffige Beanfpruchung für die Flächeneinheit des Querfchnittes K', bezw. $-K''$ (für Zug, bezw. Druck), fo darf höchftens ftattfinden:

$$\sigma_{max} = K' \quad \text{und} \quad \sigma_{min} = -K'',$$

d. h. die Bedingungsgleichungen für den Querfchnitt werden:

$$K' = \frac{M}{\mathfrak{J}} a_1, \quad -K'' = -\frac{M}{\mathfrak{J}} a_2 \quad \text{oder} \quad K'' = \frac{M}{\mathfrak{J}} a_2.$$

Die beiden Gleichungen für K' und K'' können auch gefchrieben werden:

$$\frac{\mathfrak{J}}{a_1} = \frac{M}{K'} \quad \text{und} \quad \frac{\mathfrak{J}}{a_2} = \frac{M}{K''} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 58.$$

Die rechten Seiten der Gleichungen 58 find bekannt; es wird weiterhin gezeigt werden, wie man für die verfchiedenen Fälle die Werthe von M ermittelt; diejenigen der zuläffigen Beanfpruchungen, d. h. die Werthe für K' und K'' find ebenfalls (aus den Tabellen auf S. 64) bekannt. Sollen alfo an den meift beanfpruchten Stellen der Querfchnitte die zuläffigen Beanfpruchungen K' und K'' nicht überfchritten werden, fo find $\frac{\mathfrak{J}}{a_1}$ und $\frac{\mathfrak{J}}{a_2}$ fo zu beftimmen, dafs die Gleichungen 58 erfüllt find. $\mathfrak{J}$, a_1 und a_2 hängen aber nur von der Form und Gröfse der Querfchnittsfläche ab; man kann daher durch paffende Anordnung des Querfchnittes diefe Bedingung erfüllen. Wenn beide Gleichungen 58 erfüllt find, fo treten gleichzeitig in den am meiften gezogenen und gedrückten Punkten des

Querſchnittes die zuläſſigen gröſsten Beanſpruchungen auf Zug und Druck ein; dieſe Anordnung iſt für die Materialausnutzung die günſtigſte.

Für Bauſtoffe, bei denen die zuläſſigen Zug-, bezw. Druckbeanſpruchungen (abſolut genommen) nahezu gleich groſs ſind, iſt in den Gleichungen 58 die Gröſse $K' = K'' = K$ zu ſetzen. Für dieſe Stoffe (Schweiſseiſen, Fluſseiſen, Stahl, Holz) ergiebt ſich

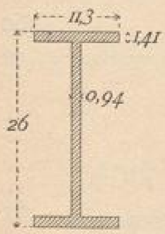
$$\frac{M}{\mathcal{J}} a_1 = \frac{M}{\mathcal{J}} a_2 \quad \text{oder} \quad a_1 = a_2 ,$$

d. h. die Querſchnittsform für derartige auf Biegung beanſpruchte Balken iſt ſo zu wählen, daſs die am meiſten gezogenen, bezw. gedrückten Punkte gleich weit vom Schwerpunkte des Querſchnittes entfernt ſind, daſs alſo der Schwerpunkt der Querſchnittsfläche in halber Höhe liegt.

Bezeichnet man die halbe Höhe des Querſchnittes alsdann mit a, ſo iſt die nunmehr geltende Gleichung:

$$\frac{\mathcal{J}}{a} = \frac{M}{K} \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots \qquad 59.$$

Fig. 93.



Beiſpiel. Das Maximalmoment in einem ſchweiſseiſernen Walzbalken mit I-förmigem Querſchnitt betrage $M = 280\,000$ kgcm.

Nach der Tabelle auf S. 64 iſt für Schweiſseiſen $K' = K'' = K = 700$ kg für 1 qcm, alſo

$$\frac{\mathcal{J}}{a_1} = \frac{\mathcal{J}}{a_2} = \frac{\mathcal{J}}{a} = \frac{M}{K} = \frac{280\,000}{700} = 400 .$$

Das neben ſtehende Profil Nr. 26 der »Deutſchen Normal Profile für I-Eiſen« (Fig. 93) hat ein Trägheitsmoment $\mathcal{J} = 5798$; ferner iſt $a = \frac{26}{2} = 13$ cm, demnach $\frac{\mathcal{J}}{a} = 446$, ſo daſs dieſer Querſchnitt im vorliegenden Falle genügt.

Den Quotienten $\frac{\mathcal{J}}{a}$ nennt man wohl auch das Widerſtandsmoment und bezeichnet ihn mit W.

Man kann die Querſchnitte der Balken mit genau beſtimmbarer Elaſticitätsgrenze auf ganz ähnliche Weiſe ermitteln, wie dies in Art. 84 u. 85 (S. 60 u. 62) für Stäbe gezeigt iſt, die in ihrer Axenrichtung beanſprucht werden.

98. Neuere Querſchnittsbeſtimmung für Schweiſs- und Fluſseiſenbalken.

Derjenige Querſchnittspunkt möge der Unterſuchung zu Grunde gelegt werden, welcher die gröſste Zugbeanſpruchung erleidet; was von dieſem Punkte gilt, hat auch für denjenigen Punkt Giltigkeit, welcher den gröſsten Druck erleidet. Entſprechend den Bezeichnungen in Art. 84 (S. 60) bezeichne nunmehr σ_{max} die in dem betrachteten Punkte höchſtens auftretende Zugſpannung; dieſelbe iſt

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}\, a_1}{\mathcal{J}} ;$$

desgleichen bezeichne σ_{min} die in demſelben Punkte mögliche kleinſte Zugſpannung, d. h. es iſt

$$\sigma_{min} = \frac{M_{min}\, a_1}{\mathcal{J}} .$$

Wie dort, ergiebt ſich wieder

$$\text{für Schweiſseiſen: } \sigma_{max} = \frac{1050}{1{,}5 - 0{,}5 \dfrac{M_{min}}{M_{max}}} ,$$

$$\text{für Flufseifen:} \quad \sigma_{max} = \frac{1350}{1{,}5 - 0{,}5 \frac{M_{min}}{M_{max}}},$$

wobei zu beachten ift, dafs $\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{M_{min}}{M_{max}}$ ift.

Bedeutet M_0 das Moment, welches im Querfchnitt durch Eigengewicht allein und M_1 das gröfste Moment, welches im Querfchnitt durch zufällige oder Verkehrslaft allein hervorgerufen wird, fo ift

$$M_{max} = M_0 + M_1 \quad \text{und} \quad M_{min} = M_0,$$

und man erhält für Schweifseifen:

$$\frac{\mathfrak{J}}{a} = \frac{M_{max}}{\sigma_{max}} = \frac{M_{max}}{1050}\left(1{,}5 - 0{,}5 \frac{M_{min}}{M_{max}}\right) = \frac{1{,}5\ M_{max} - 0{,}5\ M_{min}}{1050},$$

$$\frac{\mathfrak{J}}{a} = \frac{1{,}5\ M_0 + 1{,}5\ M_1 - 0{,}5\ M_0}{1050} = \frac{M_0 + 1{,}5\ M_1}{1050},$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{J}}{a} &= \frac{M_0 + 1{,}5\ M_1}{1050}, \\ \frac{\mathfrak{J}}{a} &= \frac{M_0}{1050} + \frac{M_1}{700}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 60.$$

Für Flufseifen ergiebt fich:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{J}}{a} &= \frac{M_0 + 1{,}5\ M_1}{1350}, \\ \frac{\mathfrak{J}}{a} &= \frac{M_0}{1350} + \frac{M_1}{900}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 61.$$

Beifpiel: Die Gröfstmomente in einem Balken, der als flufseiferner Walzbalken angeordnet werden foll, betragen $M_0 = 180000$ kgcm und $M_1 = 230000$ kgcm. Alsdann mufs

$$\frac{\mathfrak{J}}{a} = \frac{180000}{1350} + \frac{230000}{900} = 133 + 255 = 388 \text{ cm}^3$$

fein. Das deutfche Normal-Profil Nr. 24 hat $\frac{\mathfrak{J}}{a} = 357 \text{ cm}^3$ und das Profil Nr. 26 $\frac{\mathfrak{J}}{a} = 446 \text{ cm}^3$; letzteres ift zu wählen.

99. Stäbe aus Gufseifen.

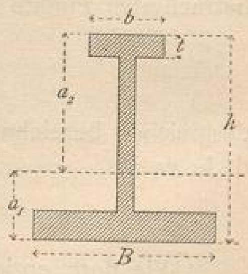
Für Gufseifen ift die zuläffige Beanfpruchung auf Druck doppelt fo grofs, als diejenige auf Zug (vergl. die Tabelle auf S. 64), alfo $K'' = 2\ K'$, und demnach

$$\frac{M}{\mathfrak{J}} a_2 = 2 \frac{M}{\mathfrak{J}} a_1 \quad \text{und} \quad a_2 = 2\ a_1.$$

Nun ift die ganze Höhe des Querfchnittes

$$h = a_1 + a_2 = 3\ a_1, \quad \text{woraus} \quad a_1 = \frac{h}{3}.$$

Fig. 94.



Daraus folgt die Regel: Die Querfchnitte der gufseifernen Balken (Fig. 94) find fo anzuordnen, dafs der Schwerpunkt um $\frac{1}{3}$ der Gefammthöhe des Querfchnittes von der am meiften gezogenen Fafer entfernt liegt. Befinden fich alfo die gezogenen Fafern, wie meiftens, unten, die gedrückten Fafern oben, fo foll der Schwerpunkt im Abftande $\frac{h}{3}$ über der Grundlinie des Querfchnittes liegen.

Für Gusseisen hat nach neueren Versuchen das Proportionalitätsgesetz keine Giltigkeit; die vorstehenden Entwickelungen sind demnach auch nicht als unbedingt richtig anzusehen. Für Balken verwendet man zweckmäsig kein Gusseisen.

Die auf Biegung beanspruchten Stäbe aus Holz werden, der Natur des Materials entsprechend, mit rechteckigem Querschnitt hergestellt; der Schwerpunkt des Querschnittes liegt also in halber Höhe h, und es ist $a_1 = a_2 = \frac{h}{2}$. Demnach wird $K' = K''$, und aus der Tabelle auf S. 64 ist der kleinere der beiden Werthe, welche als zulässige Zug-, bezw. Druckbeanspruchung angegeben sind, einzuführen. Wenn dieser Werth K genannt wird, so ist 100. Stäbe aus Holz.

$$\frac{\mathfrak{J}}{a} = \frac{M}{K}.$$

Beispiel. Es sei etwa $M = 180000$ kgcm; alsdann muss für kieferne Balken stattfinden:

$$\frac{\mathfrak{J}}{a} = \frac{180000}{60} = 3000.$$

Nach Gleichung 19 ist

$$\mathfrak{J} = \frac{b\,h^3}{12} \quad \text{und} \quad \frac{\mathfrak{J}}{a} = \frac{b\,h^3}{12\,\frac{h}{2}} = \frac{b\,h^2}{6}.$$

Im vorliegenden Falle muss also sein

$$\frac{b\,h^2}{6} = 3000 \quad \text{oder} \quad b\,h^2 = 18000.$$

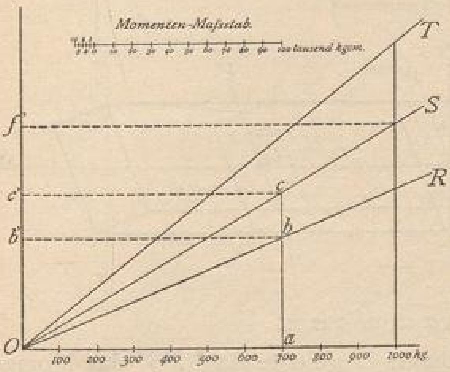
Ist $b = \frac{3}{4}\,h$, so wird $\frac{3}{4}\,h^3 = 18000$ und $h = \sqrt[3]{24000} = \infty\ 29$ cm, sonach $b = 22$ cm.

Bei den schweiss- und flusseisernen Walzbalken I- und ⊏-förmigen Querschnittes, welche im Handel in ganz bestimmten Kalibern erhältlich sind, kann man das für jeden Fall nothwendige Kaliber mittels einer einfachen Figur sehr leicht ermitteln. Die Bedingung für die Querschnittsbildung ist 101. Querschnitts-bestimmung mittels graphischer Tafel.

$$M = K\,\frac{\mathfrak{J}}{a}.$$

Je nachdem man bei einem Balken mit gegebenem Querschnitt, also bekanntem Widerstandsmoment $\frac{\mathfrak{J}}{a}$, eine grösere oder geringere Beanspruchung K als zulässig einführt, kann man ihn für ein gröseres oder geringeres Moment M verwenden. Trägt man nun die Werthe von K als Abscissen, die zugehörigen Werthe $\frac{K\,\mathfrak{J}}{a} = M$ als Ordinaten auf, so ergiebt sich für jedes Kaliber eine Gerade, etwa OR (Fig. 95), die durch den Coordinatenanfang O geht und die Gröse der Momente angiebt, welche dieses Kaliber bei den verschiedenen Beanspruchungen K ertragen kann. In Fig. 95 sind drei solche Linien OR, OS, OT angegeben. Bei einer als zulässig erachteten Beanspruchung $K = 700$ kg würde der zu OR gehörige Balken genügen, so lange das gröste Moment nicht gröser als $\overline{ab} = Ob'$ ist; der zu OS gehörige Balken genügt hierbei noch für ein Moment $\overline{ac} = Oc'$. Wird eine grösere Bean-

Fig. 95.



ſpruchung K, etwa $K = 1000^{\text{kg}}$, zugelaſſen, ſo genügt der Balken $O\,S$ bis zu einer Momentengröſse $\overline{Of'}$. Auf der neben ſtehenden Tafel ſind für die »Deutſchen Normal-Profile« mit I- und ⊏-Form die Linien gezogen; auf der Abſciſſenaxe ſind die Spannungen K, auf der Ordinatenaxe die Momente abgetragen.

Wenn z. B. ein Moment von 125000^{kgcm} aufzunehmen iſt, ſo würde das I-Eiſen Nr. 20 dieſes mit einer gröſsten Beanſpruchung $K = 580^{\text{kg}}$ ertragen können, Nr. 18 mit einer Beanſpruchung von 765^{kg}, Nr. 16 mit einer Spannung von 1060^{kg}. Wäre vorgeſchrieben, daſs K nicht gröſser ſein ſolle, als 700^{kg}, ſo würde das Kaliber zu wählen ſein, welches zunächſt über dem Punkte P liegt, in welchem die zu $K = 700^{\text{kg}}$ gehörige Ordinate den Werth $M = 125000^{\text{kgcm}}$ hat. Die Verwendung dieſer graphiſchen Tafel iſt ſonach ſehr bequem.

2) Die Axialkraft iſt nicht gleich Null.

Dieſer Fall wird aus Zweckmäſsigkeitsrückſichten im folgenden Abſchnitt, und zwar im Kapitel über »Stützen« behandelt, da er für dieſe beſondere Wichtigkeit hat.

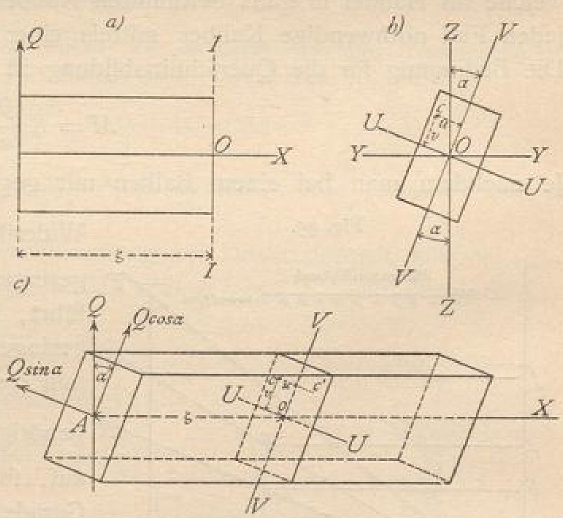
b) Axiale Biegungsſpannungen, wenn die Kraftebene die Balkenquerſchnitte nicht in Hauptaxen ſchneidet.

102. Axiale Biegungs-ſpannungen.

Auf den Querſchnitt $I\,I$ in Fig. 96a wirke das Biegungsmoment $M = Q\,\zeta$; Fig. 96b giebt die Vorderanſicht des Querſchnittes; die Kraftebene fällt mit der Bildebene der Fig. 96a zuſammen, geht durch die Balkenaxe und iſt die $X\,Z$-Ebene.

Bezeichnen $U\,U$ und $V\,V$ die beiden Hauptaxen des Querſchnittes, ſo kann nach bekannten Geſetzen der Statik das in der $X\,Z$-Ebene wirkende Moment M in zwei Seitenmomente zerlegt werden, welche in der $X\,U$- und $X\,V$-Ebene wirken; das erſtere iſt alsdann $M_u = M \sin \alpha$, das letztere $M_v = M \cos \alpha$. Dieſe Zerlegung, ſo wie die Drehrichtung der Seitenmomente wird durch die iſometriſche Anſicht in Fig. 96c verdeutlicht, bei welcher, der einfacheren Zeichnung halber, ein Rechteckquerſchnitt angenommen iſt. Q zerlegt ſich im Punkte A in $Q \cos \alpha$ und $Q \sin \alpha$, welche Kräfte bezw. in den Ebenen $X\,V$ und $X\,U$ wirken. Die erſtere Kraft hat in Bezug auf die durch O, den Schwerpunkt des betrachteten Querſchnittes, gelegte Hauptaxe $U\,U$ das Moment:

Fig. 96.



$$Q \cos \alpha \,.\, \zeta = Q\,\zeta \cos \alpha = M \cos \alpha ;$$

die letztere hat in Bezug auf die gleichfalls durch O gelegte Axe $V\,V$ das Moment

$$Q \sin \alpha \,.\, \zeta = Q\,\zeta \sin \alpha = M \sin \alpha .$$

Jedes dieſer beiden Theilmomente wirkt nun aber in einer Ebene, welche die ſämmtlichen Querſchnitte in Hauptaxen ſchneidet; die Ebene des erſteren ſchneidet die Querſchnitte in $V\,V$, die des letzteren in den Axen $U\,U$; jedes dieſer Momente