Die Statik der Hochbau-Constructionen

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

e) Schubspannungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-77733

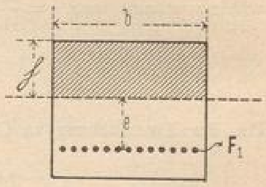
Falls man den Zugwiderſtand des Betons gar nicht berückſichtigt (was nur für angenäherte Rechnung zuläſſig iſt), ſo ſind in den Ausdrücken für F und $\mathfrak{J}$, welche ſich auf den Beton beziehen, nur die Querſchnittstheile auf der Druckſeite als vorhanden einzuführen. Dann iſt für den hauptſächlich hier in Betracht kommenden rechteckigen Querſchnitt, welchen die Kraftebene in einer Hauptaxe ſchneidet, einzuführen:

$$F = b\,\mathfrak{h}, \quad \mathfrak{J} = \frac{b\,\mathfrak{h}^3}{3} \quad \text{und} \quad \mathfrak{J}_1 = F_1\,e^2.$$

In dieſen Formeln bedeutet $\mathfrak{h}$ den Abſtand der Null-Linie von der oberen Rechteckſeite und b die Breite des Rechteckes. Das ſtatiſche Moment des Querſchnittes für die Null-Linie ſoll gleich Null ſein, wenn die Eiſentheile in m-facher Gröſse eingeführt werden, d. h. es ſoll

$$0 = \frac{b\,\mathfrak{h}^2}{2} - m\,F_1\,e \quad \text{oder} \quad \mathfrak{h}^2 = \frac{2\,m\,e\,F_1}{b}$$

Fig. 113.



ſein. Die gröſste Druckſpannung im Beton iſt dann

$$\sigma_{max} = \frac{M\,\mathfrak{h}}{\frac{b\,\mathfrak{h}^3}{3} + m\,F_1\,e^2}$$

und die gröſste Zugſpannung im Eiſen

$$\frac{\sigma_{1max}}{\sigma_{max}} = m\,\frac{e}{\mathfrak{h}}; \quad \text{ſonach} \quad \sigma_{1max} = \frac{m\,e\,M}{\frac{b\,\mathfrak{h}^3}{3} + m\,F_1\,e^2},$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{1max} &= \frac{M}{\frac{b\,\mathfrak{h}^3}{3\,e\,m} + F_1\,e} \quad \text{für das Eiſen} \\ \sigma_{max} &= \frac{M}{\frac{b\,\mathfrak{h}^2}{3} + \frac{m\,F_1\,e^2}{\mathfrak{h}}} \quad \text{für den Beton} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 87.$$

e) Schubſpannungen.

117. Wagrechte Schub-ſpannungen.

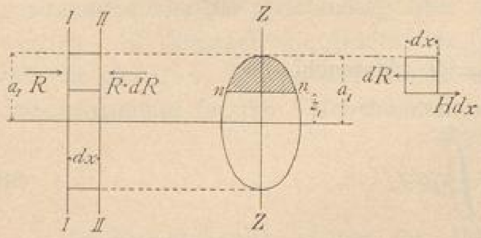
Auſser den oben ermittelten Biegungsſpannungen treten bei den verſchiedenen Belaſtungen der Balken auch noch Schubſpannungen auf, von denen hier zunächſt die wagrechten Schubſpannungen betrachtet werden ſollen.

Denkt man ſich eine Anzahl Lagen dünner Bretter über einander gelegt, an den Enden unterſtützt und in der Mitte belaſtet, ſo werden ſich dieſelben gegen einander etwa in der Weiſe verſchieben, welche in Fig. 114 angedeutet iſt. Dieſe Verſchiebung iſt eine Folge der in den Fugen aa, bb auftretenden Schubkräfte; werden dieſelben nicht durch künſtliche Mittel (Zähne, Dübel u. dergl.) oder den Abſcherungswiderſtand des Bauſtoffes aufgehoben, ſo verurſachen ſie eine Verſchiebung.

Fig. 114.

Für die rechnungsmäſsige Ermittelung dieſer Schubſpannungen möge, wie oben, angenommen werden, daſs nur ſenkrecht zur Balkenaxe gerichtete Kräfte wirken; es ſollen die wagrechten Schubſpannungen aufgeſucht werden, welche in der Schicht $n\,n$ (Fig. 115) zwiſchen zwei unendlich nahe an einander gelegenen Querſchnitten $I\,I$ und $II\,II$ wirken, wenn die Schicht $n\,n$ um z_1 über der Balkenaxe liegt. Dabei ſollen die vereinfachenden Annahmen gemacht werden, daſs die Querſchnitte $I\,I$ und $II\,II$ einander gleich ſeien, daſs die wagrechte Schubſpannung für die Flächeneinheit in der ganzen Breite der Schicht $n\,n$ gleich groſs ſei und daſs die Kraftebene ſämmtliche Querſchnitte in Symmetrieaxen ſchneide.

Fig. 115.



Auf den Theil des Balkenſtückes zwiſchen $I\,I$ und $II\,II$, welcher oberhalb der Faſerſchicht $n\,n$ liegt, wirkt ſenkrecht zur Ebene $I\,I$ die Summe R der axialen Biegungsſpannungen und ſenkrecht zur Ebene $II\,II$ die Kraft $R + d\,R$. Nun iſt

$$R = \int_{z_1}^{a_1} \sigma \, d\,f,$$

und da nach Gleichung 56 (S. 75): $\sigma = \frac{M}{J} z$ iſt,

$$R = \int_{z_1}^{a_1} \frac{M}{J} z\,d\,f \quad \text{und} \quad R + d\,R = \int_{z_1}^{a_1} \frac{M + d\,M}{J} z\,d\,f.$$

Die Mittelkraft von R und $R + d\,R$ iſt, da beide gleiche Richtung, aber entgegengeſetzten Sinn haben und in dieſelbe Linie fallen, gleich $d\,R$, d. h. auf das betrachtete Balkenſtück wirkt als Mittelkraft aller axialen Biegungsſpannungen

$$d\,R = \int_{z_1}^{a_1} \frac{M + d\,M}{J} z\,d\,f - \int_{z_1}^{a_1} \frac{M}{J} z\,d\,f.$$

Für die Integration zwiſchen z_1 und a_1 ſind M, $d\,M$ und J conſtant; dieſe Werthe können alſo vor das Integralzeichen geſetzt werden, d. h. es iſt

$$d\,R = \frac{M + d\,M}{J} \int_{z_1}^{a_1} z\,d\,f - \frac{M}{J} \int_{z_1}^{a_1} z\,d\,f = \frac{d\,M}{J} \int_{z_1}^{a_1} z\,d\,f.$$

Damit das Balkenſtück im Gleichgewicht ſei, muſs die algebraiſche Summe der auf daſſelbe wirkenden wagrechten Kräfte gleich Null ſein; alſo muſs noch eine wagrechte Kraft auf das Balkenſtück wirken, welche der Gröſse nach genau gleich der obigen Kraft $d\,R$, der Richtung nach derſelben entgegengeſetzt iſt. Dieſe Kraft kann nur in der wagrechten Schicht wirken, mittels deren dieſes Stück mit dem anderen Balkentheile zuſammenhängt, d. h. in der um z_1 über der Null-Linie liegenden Schicht. Längs derſelben entſteht demnach eine Schubſpannung. Wird die Gröſse derſelben für die Längeneinheit des Balkens mit H bezeichnet, ſo beträgt ſie für $d x$ Längeneinheiten $H d x$, und für die Ermittelung von H ergiebt ſich die Bedingungsgleichung

$$H\, d x = d R = \frac{d M}{\mathfrak{J}} \int_{z_1}^{a_1} z\, d f \quad \text{und} \quad H = \frac{d M}{d x} \frac{1}{\mathfrak{J}} \int_{z_1}^{a_1} z\, d f.$$

Nach Gleichung 53 (S. 72) iſt $\frac{d M}{d x} = Q$; demnach

$$H = \frac{Q}{\mathfrak{J}} \int_{z_1}^{a_1} z\, d f \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 88.$$

$\int_{z_1}^{a_1} z\, d f$ iſt das ſtatiſche Moment des Flächentheiles zwiſchen den Ordinaten z_1 und a_1 bezogen auf die Schweraxe. Setzt man nun

$$\int_{z_1}^{a_1} z\, d f = S_{z_1}^{a_1},$$

ſo wird

$$H = \frac{Q\, S_{z_1}^{a_1}}{\mathfrak{J}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 89.$$

Die wagrechte Schubſpannung für die Längeneinheit des Balkens und irgend eine Schicht ($n\, n$) wird demnach erhalten, indem man die Querkraft für den betreffenden Querſchnitt mit dem auf die Null-Linie bezogenen ſtatiſchen Moment des Querſchnittstheiles oberhalb der betreffenden Schicht multiplicirt und dieſes Product durch das Trägheitsmoment des für die Null-Linie genommenen ganzen Querſchnittes dividirt.

Hieraus folgt:

1) Da Q und $\mathfrak{J}$ für denſelben Querſchnitt bei beſtimmter Belaſtung ganz beſtimmte Zahlenwerthe ſind, ſo iſt die wagrechte Schubſpannung für die Längeneinheit des Balkens an den verſchiedenen Stellen eines Querſchnittes mit S veränderlich. H wird für diejenigen Schichten am gröſsten, für welche S ſeinen gröſsten Werth hat. S iſt aber für die wagrechte Schweraxe am gröſsten; dort iſt es gleich $S_o^{a_1}$. S iſt für die äuſserſten Schichten am kleinſten; daſelbſt iſt $S = 0$.

Demnach nimmt H in demſelben Querſchnitt bei derſelben Belaſtung von der Null-Linie — der wagrechten Schweraxe — nach den beiden am weiteſten entfernten Faſern bis auf Null ab.

2) In denſelben Schichten verſchiedener Querſchnitte iſt nach obiger Gleichung H mit Q veränderlich, iſt demnach in demjenigen Querſchnitte am gröſsten, in welchem die Querkraft ihren gröſsten Werth hat. Sind verſchiedene Belaſtungszuſtände möglich, ſo ruft derjenige das gröſste H hervor, welcher die gröſste Querkraft Q erzeugt.

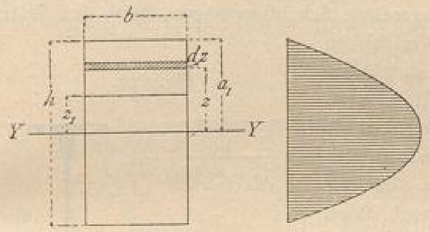
3) Werden, wie üblich und zweckmäfsig, fowohl S, wie $\mathfrak{J}$ auf Centimeter bezogen, alfo S in cm³, $\mathfrak{J}$ in cm⁴ ausgedrückt, fo erhält man H an irgend einer Balkenftelle als die wagrechte Schubfpannung für das laufende Centimeter.

4) Der in Gleichung 89 gefundene Ausdruck giebt die Schubfpannung für die Längeneinheit des Balkens an; diefe Schubfpannung kann für die Fälle der Praxis genügend genau als gleichmäfsig über die Breite der Schicht vertheilt angenommen werden. Ift demnach die Breite des Querfchnittes in der Höhe der betrachteten Schicht gleich w, fo vertheilt fich H über $w\,.\,1$ Flächeneinheiten, fo dafs fich als Schubfpannung für die Flächeneinheit ergiebt

$$\mathfrak{H} = \frac{Q\,S_{z_1}^{a_1}}{w\,\mathfrak{J}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 90.$$

Im Nachftehenden follen für einige im Hochbauwefen häufig vorkommende Querfchnittsformen die wagrechten Schubfpannungen beftimmt werden. 118. Rechteckiger Querfchnitt.

Fig. 116.



1) Für den rechteckigen Querfchnitt (Fig. 116) liegt die wagrechte Schwerpunktsaxe in halber Höhe. Die wagrechte Schubfpannung in der Höhe z_1 über der Null-Linie ift nach Gleichung 89 zu beftimmen.

Für den vorliegenden Querfchnitt ift

$$S_{z_1}^{a_1} = S_{z_1}^{\frac{h}{2}} = \int_{z_1}^{\frac{h}{2}} z\,df \quad \text{und, da} \quad df = b\,dz,$$

$$S_{z_1}^{a_1} = \int_{z_1}^{\frac{h}{2}} b\,dz\,.\,z = \left(\frac{b\,z^2}{2}\right)_{z_1}^{\frac{h}{2}} = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - z_1^2\right).$$

Da ferner $\mathfrak{J} = \frac{b\,h^3}{12}$, wird nach Gleichung 89

$$H = \frac{Q\,\frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - z_1^2\right)}{\frac{b\,h^3}{12}} = \frac{6\,Q}{h^3}\left(\frac{h^2}{4} - z_1^2\right) = \frac{6\,Q}{h}\left[\frac{1}{4} - \left(\frac{z_1}{h}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots \quad 91.$$

In diefem Ausdruck ift auf der rechten Seite nur eine Veränderliche, nämlich z_1; alle anderen Gröfsen haben für fämmtliche Schichten gleiche Werthe. Das Gefetz der Veränderlichkeit wird befonders anfchaulich, wenn man in den verfchiedenen Abftänden z_1 über und unter YY die in den betreffenden Schichten herrfchenden Werthe von H nach Gleichung 91 wagrecht nach einem beliebigen Mafsftabe aufträgt und die Endpunkte verbindet; man erhält die in Fig. 116 fchraffirte Fläche; die begrenzende Verbindungslinie der Endpunkte ift offenbar die Linie der Gleichung 91. Die Form der Gleichung zeigt, dafs diefe Linie eine Parabel ift.

Für $z_1 = 0$ ift $H_0 = H_{max} = \frac{6\,Q}{4\,h} = \frac{3\,Q}{2\,h}$, und für $z_1 = \frac{h}{2}$ ift $H_{\frac{h}{2}} = \frac{6\,Q}{h}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) = 0.$

Die wagrechte Spannung für die Flächeneinheit längs der einzelnen Schichten ift $\mathfrak{H} = \frac{H}{b}$, d. h.

$$\mathfrak{H} = \frac{6\,Q}{b\,h}\left[\frac{1}{4} - \left(\frac{z_1}{h}\right)^2\right], \quad \text{ferner} \quad \mathfrak{H}_0 = \frac{3\,Q}{2\,b\,h} \quad \text{und} \quad \mathfrak{H}_{\frac{h}{2}} = 0.$$

Die in Fig. 116 gezeichnete Linie giebt alfo auch die graphifche Darftellung der für die Flächeneinheit ftattfindenden wagrechten Schubfpannungen, natürlich in anderem Mafsftabe, als die wagrechten Schubfpannungen für die Längeneinheit.

2) Für den fymmetrifchen I-förmigen Querfchnitt liegt die wagrechte Schwerpunktsaxe gleichfalls in halber Höhe. Q und $\mathfrak{J}$ find wieder für alle Schichten deffelben Querfchnittes gleich grofs, 119. I-förmiger Querfchnitt.

mithin H mit S veränderlich (natürlich nur in demſelben Trägerquerſchnitt und bei beſtimmter Belaſtung). Die gröſste wagrechte Schubſpannung findet wieder in der Null-Linie ſtatt, und nach Gleichung 89 iſt

$$H = \frac{QS}{\mathfrak{J}},$$

worin S und $\mathfrak{J}$ auf die Null-Linie bezogen ſind.

Bezeichnet man mit f die Querſchnittsfläche des oberen, bezw. unteren Flanſches des Trägers, mit $\mathfrak{h}$ den Abſtand der Schwerpunkte der Flanſche, mit d die Stegſtärke, ſo iſt bei kleinem d nahezu

$$S = \frac{f\mathfrak{h}}{2} \text{ und nach Gleichung 20 (S. 36): } \mathfrak{J} = \left(f + \frac{d\mathfrak{h}}{6}\right)\frac{\mathfrak{h}^2}{2};$$

mithin

$$H = \frac{Qf}{\left(f + \frac{d\mathfrak{h}}{6}\right)\mathfrak{h}}.$$

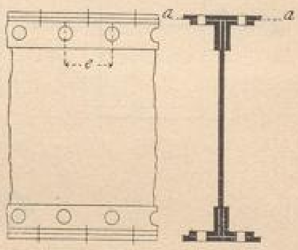
Iſt $\frac{d\mathfrak{h}}{6}$ gegen f klein, ſo iſt nahezu

$$H = \frac{Q}{\mathfrak{h}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 92.$$

120. Blechträger-Querſchnitt.

3) Querſchnitt der Blechträger. Bei den aus einem einzigen Stücke beſtehenden Querſchnitten werden die in den einzelnen Faſern wirkenden wagrechten Schubſpannungen durch den Widerſtand aufgehoben, den der Zuſammenhang der Faſern dem Verſchieben entgegen ſtellt; die Querſchnittsabmeſſungen ſind demnach ſo zu wählen, daſs die erlaubte Beanſpruchung auf Schub nicht überſchritten wird. Iſt dagegen der Querſchnitt aus mehreren Theilen zuſammengeſetzt, ſo müſſen die in den Fugen zwiſchen den einzelnen Theilen entſtehenden Schubſpannungen durch künſtliche Mittel aufgehoben werden. Bei den Blechträgern dienen dazu die Niete. Die Niete ſind demnach ſo zu beſtimmen, daſs ihr Schubwiderſtand die auftretenden Schubſpannungen aufhebt, ohne daſs die zuläſſige Grenze überſchritten wird. Um den Abſtand der Niete zu ermitteln, welche zur Verbindung der Lamellen mit den Winkeleiſen dienen, ſuche man demnach die für die Längeneinheit in der Fuge aa (Fig. 117) ſtattfindende Schubſpannung auf die oben gezeigte Weiſe.

Fig. 117.



Wieder iſt $H = \frac{QS}{\mathfrak{J}}$, worin S das ſtatiſche Moment der Lamellenfläche bezogen auf die Null-Linie bezeichnet. Nennt man den Abſtand der Nietbolzen e, ſo iſt die Geſammtſchubſpannung auf die Länge e gleich

$$D = \frac{QS}{\mathfrak{J}}e.$$

Allerdings iſt die Querkraft Q auf die Länge e allgemein nicht conſtant; es genügt aber ſtets, für Q irgend einen der auf der Strecke e ſich ergebenden Werthe einzuführen; zweckmäſsig wird man den gröſsten wählen.

Dieſe Schubſpannung erſtrebt eine wagrechte Verſchiebung der Lamelle in der Richtung der Trägeraxe; dieſelbe ſoll durch die Niete verhindert werden. Werden zwei einſchnittige Niete vom Durchmeſſer d verwendet, ſo darf ihr Widerſtand gegen Abſcheren nach Art. 92 (S. 68)

$$W = \frac{2d^2\pi}{4}T$$

ſein, wenn T die zuläſſige Schubbeanſpruchung für die Flächeneinheit der abzuſcherenden Fläche iſt. Durch Gleichſetzung beider Werthe, derjenigen für D und für W, erhält man folgende Gleichung für e:

$$\frac{QSe}{\mathfrak{J}} = \frac{2d^2\pi}{4}T, \text{ woraus } e = \frac{d^2\pi T\mathfrak{J}}{2QS}.$$

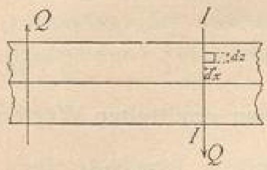
Je gröſser Q iſt, deſto kleiner wird e, deſto näher ſind alſo die Niete zu ſetzen.

Die angegebene Berechnung kann auch für die Ermittelung der in den lothrechten Fugen auftretenden wagrechten Schubkraft, alſo zur Beſtimmung derjenigen Niete dienen, welche die lothrechten Schenkel der Winkeleiſen mit der Blechwand verbinden. Alsdann iſt unter S das ſtatiſche Moment desjenigen Theiles der Querſchnittsfläche zu verſtehen, welcher durch dieſe Niete mit der Blechwand vereinigt wird, d. h. die Querſchnittsfläche der Winkeleiſen und Lamellen.

121. Lothrechte Schubſpannungen.

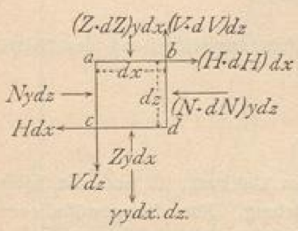
Auſser den betrachteten wagrechten wirken auch lothrechte Schubſpannungen. Für die Ermittelung derſelben ſoll die gleiche Annahme, wie oben, gemacht werden, daſs nur ſenkrecht zur Balkenaxe gerichtete äuſsere Kräfte vorhanden ſeien, die Balkenaxe aber wagrecht ſei (Fig. 118). Die Mittelkraft aller links vom beliebigen Querſchnitte II wirkenden Kräfte ſei gleich Q; alsdann verlangt das Gleichgewicht des Balkenſtückes, daſs an demſelben noch eine lothrechte Kraft Q wirke, welche der erſten an Gröſse genau gleich, der Richtung nach entgegengeſetzt iſt. Eine ſolche Kraft kann aber nur längs des Querſchnittes II wirken, da nur in dieſem das linksſeitige Balkenſtück mit dem anderen Balken zuſammenhängt. Dieſe Kraft iſt der lothrechte Abſcherungswiderſtand, welcher dem Verſchieben des Balkenſtückes längs des Querſchnittes II entgegenwirkt.

Fig. 118.



Hieraus folgt: In jedem lothrechten Querſchnitte wirken lothrechte Schubſpannungen, deren Summe genau gleich der Querkraft iſt, welche ſich für dieſen Querſchnitt ergiebt.

Fig. 119.



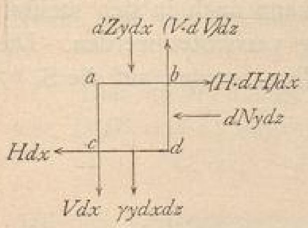
Die Vertheilung dieſer Schubſpannungen über den Querſchnitt findet nach folgendem Geſetze ſtatt: Die an irgend einer Stelle für die Längeneinheit wirkende lothrechte Schubſpannung iſt gleich der an derſelben Stelle für die Längeneinheit wirkenden wagrechten Schubſpannung.

Um dieſes Geſetz nachzuweiſen, betrachten wir ein im Abſtande z (Fig. 119) über der Null-Linie liegendes Balkenſtück von der Länge dx, der Höhe dz und der Dicke y (ſenkrecht zur Bildfläche gemeſſen). Auf dieſes Balkenſtück wirken im Allgemeinen folgende Kräfte:

ſenkrecht zur Fläche	ac	wirkt	$Nydz$;	längs der Fläche	ac	wirkt	Vdz;
» » »	bd	»	$(N+dN)\,ydz$;	» » »	bd	»	$(V+dV)\,dz$;
» » »	cd	»	$Zydx$;	» » »	cd	»	Hdx;
» » »	ab	»	$(Z+dZ)\,ydx$;	» » »	ab	»	$(H+dH)\,dx$.

Hierin bedeuten Z und $Z+dZ$ die auf die wagrechten Flächen ab und cd wirkenden lothrechten Spannungen, V, bezw. $V+dV$ die lothrechten Schubſpannungen für die Längeneinheit in den Flächen ac, bezw. bd. Endlich wirkt noch das Eigengewicht des Stückes, nämlich $\gamma y \,.\, dz \,.\, dx$.

Fig. 120.



Läſst man diejenigen Kräfte, welche einander gegenſeitig aufheben, fort, ſo bleiben die in Fig. 120 angegebenen übrig. Dieſelben halten das Balkenſtück im Gleichgewicht; demnach müſſen die Summen der ſtatiſchen Momente, bezogen auf einen beliebigen Punkt der Bildebene, gleich Null ſein.

Dieſer Punkt ſei b; alsdann iſt

$$0 = V dz\, dx - H\, dx\, dz + \gamma y \frac{dx \,.\, dz \,.\, dx}{2} + dZ\, y\, dx \frac{dx}{2} - dN\, y\, dz \frac{dz}{2}.$$

Die unendlich kleinen Gröſsen dritter Ordnung fallen gegen die unendlich kleinen Gröſsen zweiter Ordnung fort; ſonach bleibt

$$0 = V\,d\,z\,d\,x - H\,d\,x\,d\,z,$$

woraus

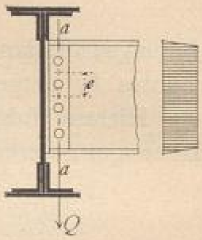
$$V = H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 93.$$

Dies gilt für jede Stelle des Balkens, womit der obige Satz bewiefen ift. Es ift mithin nach Gleichung 89

$$V = \frac{Q\,S_{z_1}^{a_1}}{\mathfrak{J}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 94.$$

Die in Art. 118 bis 120 für verfchiedene Querfchnittsformen ermittelten Werthe und graphifchen Darftellungen für H gelten alfo auch für V.

Fig. 121.



Das Gefetz, nach welchem fich die lothrechten Schubfpannungen im Querfchnitt vertheilen, wird angewendet, wenn es fich darum handelt, die auf die einzelnen Niete in neben ftehender Verbindung (Fig. 121) entfallenden Beanfpruchungen zu ermitteln. Der I-förmige Walzträger wird durch Winkeleifen mit dem Blechträger vereinigt. Die im Querfchnitt $a\,a$ des I-Trägers entftehende Querkraft Q ift durch die Niete auf den Blechträger zu übertragen. Die einzelnen Niete find nun fo zu vertheilen, dafs ihre Entfernung der Gröfse der durch den betreffenden Niet zu übertragenden Schubfpannung entfpricht. Ift an einer Stelle die Entfernung der Nietmitten e und die lothrechte Schubfpannung für die Längeneinheit im Mittel in diefer Höhe gleich V, fo kommt auf einen Niet die Schubkraft $V\,e$.

Der Niet wird in zwei Querfchnitten abgefchert; mithin ift der Abfcherungswiderftand des Nietes $\frac{2\,d^2\,\pi}{4}\,T$; es ergiebt fich alfo für e die Gleichung:

$$V\,e = \frac{2\,d^2\,\pi}{4}\,T, \quad \text{woraus} \quad e = \frac{\pi\,d^2\,T}{2\,V}.$$

Da V von der Null-Linie nach der oberen und unteren Gurtung zu abnimmt, fo find die Niete in der Nähe der Neutralen näher zu fetzen, als in der Nähe der Gurtung. Für die gewöhnlichen I-förmigen Walzbalken kann man die oben ftehende Fig. 121 als graphifche Darftellung der Veränderlichkeit der lothrechten Schubfpannung annehmen, d. h. mit genügender Annäherung V als gleich grofs über die ganze Trägerfteghöhe annehmen, worin nach Gleichung 92: $V = \frac{Q}{\mathfrak{h}}$.

122. Spannungen für ein beliebiges Flächen-element.

In den bisherigen Betrachtungen find nur die Normalfpannungen, welche in den lothrechten Balkenquerfchnitten, und die Schubfpannungen, welche in den wagrechten und lothrechten Balkenquerfchnitten entftehen, ermittelt worden. Um die Frage der im Inneren der Balken auftretenden Beanfpruchungen eingehend zu löfen, wären noch die Normal- und Schubfpannungen in einem Querfchnitte aufzufuchen, welcher einen beliebigen Winkel mit der Wagrechten macht. Auf diefe Unterfuchungen einzugehen, mangelt hier der Raum, und es kann auch in den meiften Fällen des Hochbaues auf eine dahin gehende Berechnung verzichtet werden. Die Lefer, welche fich über diefen Gegenftand unterrichten wollen, werden auf die S. 57 genannten Werke verwiefen.

f) Elaftifche Linie.

123. Axiale Biegungs-fpannung.

Wenn ein Balken dem Einfluffe biegender Kräfte unterworfen ift, fo wird eine Formänderung deffelben eintreten. Die Axe des urfprünglich geraden Balkens wird eine krumme Linie (Fig. 122), welche man die **elaftifche Linie** nennt.

Die Gleichung der elaftifchen Linie wird für eine grofse Zahl von Aufgaben gebraucht; bei vielen derfelben wirken nicht nur Kräfte fenkrecht zur urfprünglichen Balkenaxe, fondern auch folche, welche in die Axe fallen, fog. Axialkräfte. Defs-