



Die Statik der Hochbau-Constructionen

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

3) Druckvertheilung, falls die Kraftebene die Querschnitte nicht in Hauptaxen schneidet

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77733](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77733)

Es macht jetzt keine Schwierigkeit, die Druckvertheilung und den größten Druck zu ermitteln. Im Schwerpunkte der wirkfamen Querschnittsfläche ist $z' = 0$, also nach Gleichung 106

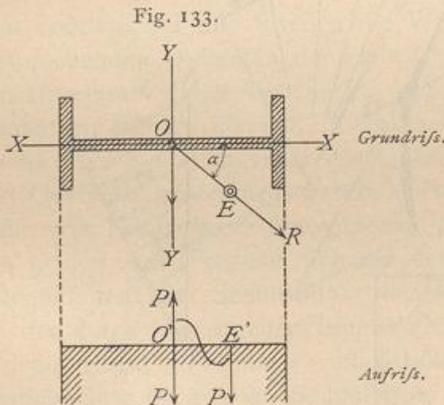
$$\sigma = \frac{P}{F'}$$

F' ist bekannt; es kann unmittelbar aus Fig. 132 entnommen werden, also auch $\frac{P}{F'}$. Die Lage des Schwerpunktes S folgt mit Leichtigkeit aus dem Seilpolygon. Trägt man an der dem Schwerpunkte entsprechenden Stelle des Aufrisses der Fuge den Werth $\frac{P}{F'}$ in beliebigem Mafsstabe als Ordinate auf ($= S' T'$), verbindet T' mit K' , so giebt die Linie $K' T'$ die Druckvertheilung an; der größte Druck für die Flächeneinheit ist $V' U'$ in dem gleichen Mafsstabe, in dem $\frac{P}{F'}$ aufgetragen war.

3) Druckvertheilung, falls die Kraftebene die Querschnitte nicht in Hauptaxen schneidet.

a) Die Querschnitte können Druck und Zug aufnehmen²⁸⁾. Die Wirkung einer excentrisch auf den Querschnitt (Fig. 133) im Punkte E angreifenden Kraft P ist eine dreifache. Falls XX und YY die Hauptaxen des Querschnittes sind, so wird zunächst nichts geändert, wenn man im Schwerpunkte zwei einander gleiche Kräfte P anbringt, welche der gegebenen Kraft P parallel, also lothrecht gerichtet sind. Zwei dieser Kräfte P bilden in der durch OE gelegten lothrechten Ebene ein Kräftepaar; die dritte Kraft P greift im Punkte O an. Das Moment M des Kräftepaares kann man durch zwei wagrechte Kräfte R ersetzen, deren eine im Querschnitt, deren andere in solcher Höhe h über dem Querschnitt wirkt, dafs $R h = M$ ist. Zerlegt man die Kräfte R in zwei Seitenkräfte $R \cos \alpha$ und $R \sin \alpha$, welche in die lothrecht durch XX , bezw. YY gelegten Ebenen fallen, so erhält man zwei Momente: in der lothrechten durch XX gelegten Ebene $M \cos \alpha = M_y$ und in der lothrechten durch YY gelegten Ebene $M \sin \alpha = M_x$. Demnach ist die lothrechte Spannung, welche in einem Punkte C des Querschnittes mit den Coordinaten x und y erzeugt wird,

131. Querschnitt nimmt Zug und Druck auf.



$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M_x y}{\mathcal{F}_x} + \frac{M_y x}{\mathcal{F}_y} \dots \dots \dots 113.$$

In dieser Gleichung bedeutet F den Flächeninhalt des Querschnittes; \mathcal{F}_x und \mathcal{F}_y sind die Trägheitsmomente der Querschnittsfläche, bezogen auf die XX - und YY -Axe.

Bei gegebenem Querschnitt und gegebener Kraft enthält die Gleichung 113 nur drei Veränderliche: σ , x und y ; alle drei kommen nur in der ersten Potenz vor. Ermittelt man demnach für alle Werthe von x und y , d. h. für alle Querschnittspunkte, die zugehörigen Werthe von σ und trägt dieselben als Ordinaten

²⁸⁾ Vergl. auch Art. 102 bis 104 (S. 80 bis 83).

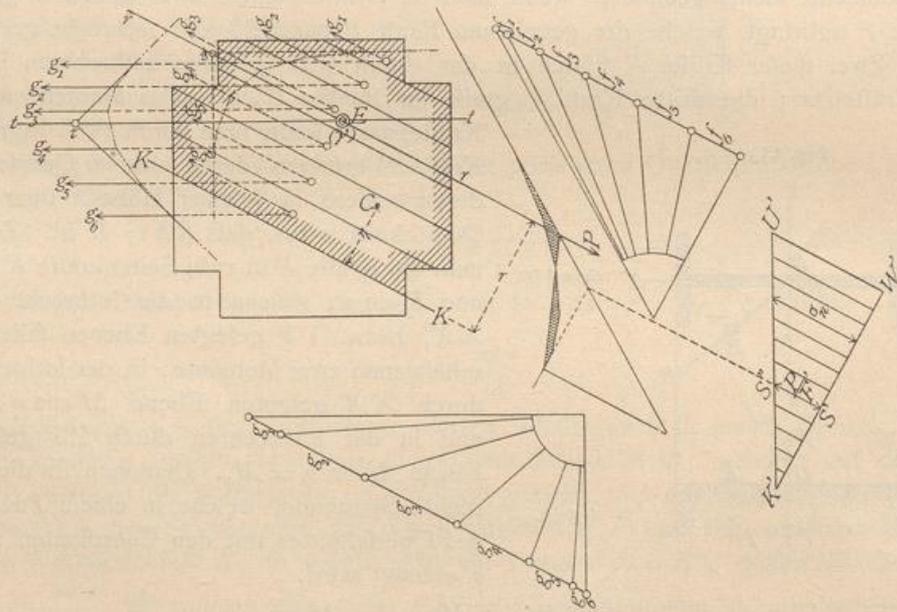
auf, so liegen alle Endpunkte dieser Ordinaten auf einer Ebene, auf der Ebene der Gleichung 113. Man findet leicht die Null-Linie, indem man $\sigma = 0$ setzt und in der erhaltenen Gleichung für zwei Werthe von x die zugehörigen Werthe von y auffucht. (Vergl. auch Art. 105, S. 86.)

132.
Querschnitt
nimmt
nur Druck
auf.

β) Die Querschnitte können nur Druck aufnehmen. Wenn die Querschnitte nur Druck übertragen können, wie dies beim Mauerwerk nahezu der Fall ist, behält, so lange die Null-Linie nicht den Querschnitt schneidet, die Gleichung 113 ihre Gültigkeit, weil alsdann nur Druckspannungen stattfinden. Sobald aber die Null-Linie in den Querschnitt fällt, wird die Aufgabe eine sehr schwierige. Denn es ist nicht nur die Größe der gedrückten Fläche, sondern auch die Richtung der Null-Linie unbekannt. Die Gleichung 113 bleibt auch für diesen Fall gültig, wenn unter F die wirkfame Querschnittsfläche, unter XX , bzw. YY die durch den Schwerpunkt derselben gelegten Haupttaxen dieses Theiles der Querschnittsfläche verstanden werden und die Coordinaten x und y , so wie \bar{x}_X und \bar{y}_Y auf diese Haupttaxen bezogen werden.

Die Endpunkte der in den einzelnen Querschnittspunkten aufgetragenen Werthe für σ liegen wiederum auf einer Ebene, der Spannungsebene, welche den Querschnitt in der Null-Linie schneidet. Alle lothrechten Ebenen, welche parallel zur

Fig. 134.



Null-Linie durch den wirkfamen Querschnittstheil gelegt werden, schneiden diesen und die Spannungsebene in zwei parallelen Linien, deren Abstand die Spannung der geschnittenen Querschnittspunkte angiebt. Daraus folgt, dass in allen Punkten, welche auf einer Parallelen zur Null-Linie KK liegen (Fig. 134), die Spannungen gleich groß sind. In einem Punkte C , dessen senkrechter Abstand von KK gleich η ist, wird die Spannung $\sigma = a \eta$ sein, in welcher Gleichung a eine noch unbekannt Constante ist. Die graphische Darstellung der Spannung in den einzelnen Punkten des Querschnittes bietet die Linie $U'K'$.

Wird zunächst die Richtung der Null-Linie KK als bekannt und gegeben angenommen, so ist die ganze Ableitung in Art. 130 (S. 117) auch hier gültig. Auch hier ist

$\sigma = a \eta$, $P = \int a \eta df = a S_K$ und $Pr = \int \sigma \eta df = a \int \eta^2 df = a \mathcal{F}_K$;
 fonach

$$r = \frac{\mathcal{F}_K}{S_K}.$$

\mathcal{F}_K und S_K bedeuten das Trägheits- und das statische Moment der wirksamen Querschnittsfläche, bezogen auf die Axe KK . Man zerlege die Querschnittsfläche nunmehr in Streifen, welche parallel zu KK sind und ermittle die Lage von KK , wie oben (in Art. 130, S. 117) gezeigt ist (Fig. 134²⁹).

Es ist nun zu untersuchen, ob die angenommene Richtung der Null-Linie richtig ist. Die im Querschnitt wirkenden Druckspannungen müssen mit der Kraft P , welche den Querschnitt im Punkte E schneidet, im Gleichgewicht sein; demnach muß ihre Mittelkraft ebenfalls durch den Punkt E gehen, wenn die Richtung der Null-Linie richtig gewählt ist. Alsdann ist auch die gefundene wirksame Fläche (in Fig. 134 schraffirt) richtig; anderenfalls ist eine Verbesserung vorzunehmen. Alle Punkte des Querschnittes, welche auf Parallelen zur Null-Linie liegen, haben nach Obigem gleiche Spannung; man kann also die Querschnittsfläche in (genügend schmale) der Null-Linie parallele Streifen zerlegen, in welchen je gleiche Spannung stattfindet. Der gesammte Druck in einem Streifen von der Breite b_n , der Länge h_n und der Spannung σ_n für die Flächeneinheit ist offenbar

$$g_n = b_n h_n \sigma_n.$$

Man ermittle für alle Streifen die Werthe g , wobei die Werthe von σ_n durch die entsprechenden Ordinaten der Linie $U'K'$ dargestellt sind, und suche die Entfernung der Mittelkraft dieser Werthe $g_1, g_2, g_3 \dots$ von zwei Axen, welche beliebig angenommen werden können. Zweckmäßig wird als eine Axe die Null-Linie, als die andere Axe eine Längsseite des Querschnittes gewählt; es können auch die Längs- und Querseite genommen werden. Das Auffuchen der Mittelkraftslage erfolgt bequem mit Hilfe zweier Seilpolygone (Fig. 134). Der Abstand der Mittelkraft von den beiden Axen ergibt sich aus den Schnittpunkten ρ und τ der äußersten Seilpolygoneiten; der Schnittpunkt der Mittelkraft mit dem Querschnitt liegt sowohl auf der durch ρ gezogenen Linie rr , wie auf der durch τ gezogenen Linie tt , ist also der Punkt V . Linie rr ist parallel zur Krafrichtung im ersten, tt parallel zur Krafrichtung im zweiten Seilpolygon.

Wenn V mit E zusammenfällt, wie in Fig. 134, so ist die Null-Linie und die ganze Construction richtig; die wirklichen Druckspannungen können dann, wie in Art. 130 (S. 117) gezeigt, ermittelt werden, indem man im Schwerpunkte der wirksamen Querschnittsfläche $\frac{P}{F_1}$ ($= S' S''$) aufträgt und den Endpunkt S'' mit K' verbindet. $K' U' W'$ ist die Druckfigur.

Fällt aber V mit E nicht zusammen, so ist die Untersuchung für eine andere Lage der Null-Linie zu wiederholen. Man kann ohne Schwierigkeit schätzen, nach welcher Richtung KK gedreht werden muß, und erreicht meist bereits bei der

²⁹) In Fig. 134 sind die Kräfte $f_1, f_2, f_3 \dots$ nicht ausgezeichnet, um die Abbildung nicht undeutlich zu machen.

erften Wiederholung der Construction ein genügend genaues Zusammenfallen der Punkte E und V .

Vorstehende Unterfuchung ist für die Ermittlung der Standficherheit von Gewölbepefeilern, durchbrochenen Mauern, Schornsteinen etc. von großer Wichtigkeit.

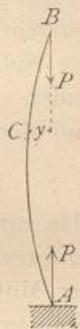
b) Gedrückte Stäbe unter Berücksichtigung der Zerknickungsgefahr.

1) Theorie des Widerstandes gegen Zerknicken.

133.
Voraus-
setzungen.

Wenn auf einen Stab mit gerader Axe zwei Zugkräfte P wirken, deren Richtungslinien genau mit der Stabaxe zusammenfallen, so findet in den einzelnen Punkten des Stabes nur eine Zugbeanspruchung statt. Wirken auf einen eben solchen Stab zwei Druckkräfte P ebenfalls genau in der Richtung der Axe und einander entgegengesetzt, so müßten nach Früherem an den einzelnen Stellen gleichfalls nur Druckbeanspruchungen stattfinden, welche bei überall gleichem Stabquerschnitt in allen Punkten für die Flächeneinheit gleich wären. In Wirklichkeit kann man darauf nicht immer rechnen. Wenn die Länge des Stabes im Vergleich zu seiner Querschnittsfläche groß ist, so wird unter dem Einflusse der drückenden Kräfte ein Ausbiegen stattfinden, und auf jeden Querschnitt C (Fig. 135) wirkt alsdann aufer der Axialkraft P noch ein Moment $P y$. In diesem Falle findet Beanspruchung des Stabes auf Zerknicken statt, und derselbe ist mit Rücksicht auf diese Beanspruchungsweise zu berechnen.

Fig. 135.



Es kann auffallen, daß hier scheinbar ein Widerspruch zwischen der Theorie und Praxis obwaltet; in Wirklichkeit ist derselbe aber nicht vorhanden. So lange die Druckkräfte ganz genau in der Stabaxe und in deren Richtung wirken, findet ein Ausbiegen nicht statt; sobald aber in Folge von unvermeidlichen Fehlern die Kräfte auferhalb der Axe angreifen, bezw. von der Richtung der Axe abweichen, entsteht für jeden Querschnitt des Stabes ein Biegemoment, welches unter Umständen ein Ausbiegen zur Folge hat. Man kann daher in diesem Falle von einem labilen Gleichgewichtszustande sprechen.

Ein Ausbiegen der Stabaxe kann nicht nur in der in Fig. 135 gezeichneten Richtung stattfinden, sondern ist nach allen möglichen Richtungen denkbar; es ist demnach zu unterfuchen, nach welcher Richtung ein solches Ausbiegen am leichtesten stattfindet, und der Querschnitt des Stabes danach anzuordnen. Für die folgenden Unterfuchungen soll angenommen werden, daß 1) als äußere Kräfte nur die Axialkräfte P wirken, 2) die Axialkräfte in den Schwerpunkten der Endflächen angreifen und 3) der Stab überall gleichen Querschnitt habe.

134.
Elastische
Linie.

Unter Einwirkung der Kraft P möge der Stab (Fig. 136), dessen Axe ursprünglich mit AX zusammenfiel, in die Lage AB gekommen sein; die Bildebene XAY , in welcher AB liegt, schneide alle Querschnitte in Hauptaxen; der Axenpunkt B habe nach der Formänderung die Ordinate y_0 . Für irgend einen Punkt C mit der Abscisse x sei die Ordinate y ; das Moment für diesen Punkt ist $M = P(y_0 - y)$ und die elastische Linie demnach aus der Gleichung 100 zu ermitteln. Danach wird

Fig. 136.



$$\frac{d^2 y}{d x^2} = \frac{P(y_0 - y)}{E \mathcal{J}} \dots \dots \dots 114.$$

Hierin ist \mathcal{J} das Trägheitsmoment des Querschnittes bei C , bezogen auf diejenige Schwerpunktsaxe desselben, welche senkrecht zur Kraftebene, also zur XY