Die Statik der Hochbau-Constructionen

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

4) Empirische Formeln

urn:nbn:de:hbz:466:1-77733

Ferner folle eine Kraft $P = 16000^{kg}$ ertragen werden. Es ift alfo

$$a = \sqrt{\frac{P}{E\mathfrak{J}}} = \sqrt{\frac{16000 \cdot 12}{120000\, d^4}} = \frac{1{,}265}{d^2}, \text{ ferner } a\,l = \frac{632{,}5}{d^2}; \text{ fonach}$$

$$F = \frac{16000}{65}\left(1 + \frac{d^2 \cdot 12}{4\,d^2 \cos a\,l}\right) = 246\left(1 + \frac{3}{\cos\frac{632{,}5}{d^2}}\right).$$

Zunächft werde $d = 25^{cm}$ angenommen; dann wird $F = 246\,(1 + 5{,}66) = 1638^{qcm}$; demnach müffte $d =$ ca. 40^{cm} fein. Wählt man $d = 35^{cm}$, fo wird

$$F = 246\,(1 + 3{,}45) = 1095^{qcm}.$$

Diefer Werth würde einer Seitenlänge $d = 33^{cm}$ entfprechen; 35^{cm} ift alfo ein angemeffener Werth.

4) Empirifche Formeln.

145. Allgemeine Formel.

Der Umftand, dafs man je nach der gröfseren oder geringeren Länge des Stabes mit verfchiedenen Formeln rechnen mufs, ift eine Unbequemlichkeit, der man durch Einführung empirifcher Formeln abzuhelfen geftrebt hat. Eine folche Formel mufs für P bei kleinen Werthen von l nahezu oder genau die für einfachen Druck entwickelte Gleichung 143, dagegen bei grofsen Werthen von l die mit Rückficht auf Zerknicken gefundene Gleichung 142 ergeben. Diefen Anforderungen entfpricht folgende Formel[30]):

$$P = \frac{K F \mathfrak{J}}{\mathfrak{J} + \frac{K s F l^2}{C E}}, \qquad 155.$$

in welcher alle Buchftaben die früheren Bedeutungen haben.

Für $l = 0$ wird entfprechend der für kurze Stäbe aufgeftellten Gleichung 143 auch hier $P = K F$; für den Werth $l = \infty$ mag obiger Formel die Geftalt

$$P = \frac{K F}{1 + \frac{K s F l^2}{C \mathfrak{J} E}} \qquad 156.$$

gegeben werden. Ift l fehr grofs, bezw. $= \infty$, fo ift das erfte Glied im Nenner verfchwindend klein gegen das zweite; die Formel lautet alsdann:

$$P = \frac{K F}{\frac{K s F l^2}{C E \mathfrak{J}}} = \frac{C E \mathfrak{J}}{s\, l^2},$$

demnach übereinftimmend mit der Formel 142 für lange Stäbe. Die Gleichung 155 kann alfo als empirifche Formel angewendet werden und giebt auch ziemlich gut mit den Verfuchen übereinftimmende Werthe. Aus derfelben folgt

$$\frac{P}{K} = \frac{F \mathfrak{J}}{\mathfrak{J} + \frac{K s}{C E} F l^2},$$

und wenn der nur vom Material des Stabes und der Endbefeftigung abhängige Factor $\frac{K s}{C E} = \alpha$ gefetzt wird,

$$\frac{P}{K} = \frac{F \mathfrak{J}}{\mathfrak{J} + \alpha F l^2} \qquad 157.$$

30) Siehe: SCHÄFFER. Beftimmungen der zuläffigen Spannung und der Querfchnitte für Eifenconftructionen. Deutfche Bauz. 1877, S. 498.

$\frac{P}{K}$ ift diejenige Querfchnittsfläche, welche der Stab haben müffte, wenn er einfachen Druck zu erleiden hätte. Wir bezeichnen diefelbe mit f; alsdann ift

$$f = \frac{F \mathcal{J}}{\mathcal{J} + \alpha f l^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 158.$$

Die Gleichung 158 kann benutzt werden, um die wirklich nöthige Querfchnittsfläche zu berechnen. Denn nach derfelben ift

$$F = \frac{f \mathcal{J}}{\mathcal{J} - \alpha f l^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 159.$$

Das zur Ermittelung der nothwendigen Querfchnittsform und -Gröfse einzufchlagende Verfahren ift nun folgendes. Der gröfste Druck P, welcher auf den Stab wirken kann, ift bekannt, durch Rechnung oder Zeichnung gefunden; alsdann ift $f = \frac{P}{K}$ ebenfalls leicht zu ermitteln. Man conftruire nun einen diefer Querfchnittsfläche entfprechenden Querfchnitt und ermittele das kleinfte Trägheitsmoment deffelben für eine Schweraxe, alfo $\mathcal{J}$. Bekannt find jetzt die Gröfsen f, $\mathcal{J}$, α und l, und die Gleichung 159 ergiebt nun die dem Querfchnitt wirklich zu gebende Flächengröfse F. Fällt diefelbe gröfser aus, als die angenommene Querfchnittsfläche, fo ift letztere entfprechend zu vergröfsern, das neue Trägheitsmoment einzufetzen, F aus Gleichung 159 aufs Neue zu berechnen und diefes Verfahren fo lange zu wiederholen, bis eine genügende Uebereinftimmung der wirklichen Querfchnittsfläche mit der nöthigen ftattfindet. Dabei hat man fich jedoch vor dem Fehler zu hüten, bei den fpäteren Berechnungen den neuen Werth der Querfchnittsfläche für f einzuführen, da ja f nicht die wirkliche Querfchnittsfläche, fondern den für einen beftimmten Stab unveränderlichen Werth $\frac{P}{K}$ angiebt. Bei einiger Uebung ift es leicht, bereits bei der zweiten Rechnung eine entfprechende Querfchnittsfläche zu finden.

Tabelle für die Werthe von $\alpha = \frac{Ks}{CE}$.

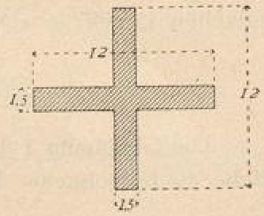
Conftructions-material	Allgemeine Formel	Fall 1: Ein Ende eingefpannt, das andere frei drehbar	Fall 2: Beide Enden frei drehbar	Fall 3: Beide Enden eingefpannt	Fall 4: Ein Ende eingefpannt, das andere lothrecht geführt
Schweifseifen, Flufseifen	$\frac{0{,}00175}{C}$	0,00072	0,00018	0,000045	0,00009
Gufseifen	$\frac{0{,}004}{C}$	0,0016	0,0004	0,0001	0,0002
Holz	$\frac{0{,}0054}{C}$	0,0022	0,00054	0,00013	0,00026

Die Anwendung obiger Formel foll an einigen Beifpielen gezeigt werden. 146 Beifpiele.

α) Für einen gufseifernen Stab mit drehbaren Enden und kreuzförmigem Querfchnitt (Fig. 158) fei $P = 4800^{\text{kg}}$ und $l = 200^{\text{cm}}$. Alsdann ift $f = \frac{4800}{500} = 9{,}6^{\text{qcm}}$ und bei vorläufig, wie in Fig. 158 angenommenem Querfchnitt:

$$\mathcal{J} = \frac{1}{12}(1{,}5 \cdot 12^3 + 10{,}5 \cdot 1{,}5^3) = \infty\ 219^{\text{cm}^4}.$$

Fig. 158.



Ferner iſt $\alpha = 0{,}0004$ (vergl. die umſtehende Tabelle); mithin müſſte

$$F = \frac{219 \cdot 9{,}6}{219 - 0{,}0004 \cdot 9{,}6 \cdot 200^2} = 32 \text{ qcm}$$

ſein. Der gewählte Querſchnitt hat

$$1{,}5 \cdot 2 \cdot 12 - 1{,}5 \cdot 1{,}5 = 33{,}75 \text{ qcm},$$

iſt alſo etwas gröſser, als er zu ſein braucht; er empfiehlt ſich für die Ausführung.

Die genauere Berechnung nach Formel 145 u. 146 ergiebt auf wenigſtens eben ſo einfachem Wege: es muſs $F \geqq 9{,}69 \text{ cm}$, $J \geqq 8 \cdot 4{,}8 \cdot 2^2$, d. h. $J \geqq 153{,}6 \text{ cm}^4$ ſein. Der gewählte Querſchnitt iſt alſo ſehr reichlich.

β) Es ſei $P = 3300 \text{ kg}$, $l = 100 \text{ cm}$; der Stab werde durch ein einfaches gleichſchenkeliges Winkeleiſen gebildet; der Fall 4 kann angenommen werden. Zunächſt iſt $f = \frac{3300}{700} = \infty\, 4{,}7 \text{ qcm}$. Gewählt werde ein Winkeleiſen von $5{,}5 \times 5{,}5 \times 0{,}8 \text{ cm}$; das J_{min} dieſes Winkeleiſens iſt nach dem Normal-Profilbuch $9{,}38 \text{ cm}^4$, ferner $\alpha = 0{,}00009$. Demnach muſs

$$F = \frac{4{,}7 \cdot 9{,}38}{9{,}38 - 0{,}00009 \cdot 4{,}7 \cdot 100^2} = 8{,}55 \text{ qcm}$$

ſein. Das gewählte Winkeleiſen hat eine Querſchnittsfläche von $8{,}16 \text{ qcm}$.

Die genauere Berechnung nach Formel 145 u. 146 erweiſt, daſs

$$J_{min} \geqq \frac{5}{4} \cdot 3{,}3 \cdot 1^2, \quad \text{alſo} \quad J_{min} \geqq 4{,}125 \text{ cm}^4 \quad \text{und} \quad F \geqq 4{,}7 \text{ qcm}$$

ſein muſs. Das Winkeleiſen mit $F = 8{,}16 \text{ qcm}$ und $J_{min} = 9{,}38 \text{ cm}^4$ würde demnach reichlich genügen.

γ) In einem Holzſtabe mit quadratiſchem Querſchnitt und nicht beweglichen Enden, bei welchem Fall 4 vorausgeſetzt werden kann, herrſcht ein Druck $P = 9500 \text{ kg}$; ferner ſei $l = 300 \text{ cm}$. Es iſt $F = \frac{9500}{65} = 146 \text{ qcm}$. Wird vorläufig die Querſchnittsſeite mit 18 cm gewählt, ſo iſt

$$J = \frac{18^4}{12} = 8748 \text{ cm}^4, \qquad \alpha = 0{,}00026 \qquad \text{und} \qquad F = \frac{146 \cdot 8748}{8748 - 0{,}00026 \cdot 146 \cdot 300^2} = \infty\, 240 \text{ qcm}.$$

Der angenommene Querſchnitt hat $18 \times 18 = 324 \text{ qcm}$, iſt alſo zu groſs.

Wird $h = 17 \text{ cm}$ gewählt, ſo wird

$$J = \frac{17^4}{12} = 6960 \text{ cm}^4 \quad \text{und} \quad F = \frac{146 \cdot 6960}{6960 - 0{,}00026 \cdot 146 \cdot 300^2} = 286 \text{ qcm};$$

der gewählte Querſchnitt hat $17 \times 17 = 289 \text{ qcm}$, iſt alſo ſehr paſſend.

Die genauere Berechnung ergiebt, daſs

$$J_{min} \geqq 41 \cdot 9{,}5 \cdot 3^2, \quad \text{d. h.} \quad J_{min} \geqq 3505 \text{ cm}^4$$

ſein muſs; demnach würde ſchon ein quadratiſcher Querſchnitt genügen, deſſen Seitenlänge d aus der Bedingung folgt:

$$\frac{d^4}{12} = 3505 \quad \text{oder} \quad d = 14{,}32 \text{ cm}.$$

Da dieſer Querſchnitt auſserdem eine Fläche $d^2 = 204{,}5 \text{ qcm}^2$ aufweiſt, während f nur gleich 146 qcm zu ſein braucht, ſo iſt er ausreichend.

Aus vorſtehenden Beiſpielen erhellt zur Genüge, daſs das Bedürfnifs für empiriſche Formeln nicht groſs iſt; die Berechnung nach den genauen Ausdrücken 145 u. 146 iſt durchaus nicht ſchwierig.

147. Tragfähigkeit der Stützen bei erhöhter Temperatur.

Die üblen Erfahrungen, welche man neuerdings bei verſchiedenen groſsen Bränden mit eiſernen Stützen gemacht hat, führten zur Unterſuchung der Frage, in welcher Weiſe die Tragfähigkeit ſolcher Stützen bei erhöhter Temperatur verändert werde, und zur Aufſtellung von Formeln für dieſe Tragfähigkeit. Die nachſtehend aufgeführten Formeln ſind von *Möller*[31]) auf Grund von Verſuchen unter

[31]) Siehe: MÖLLER, M. u. R. LÜHMANN. Ueber die Widerſtandsfähigkeit auf Druck beanſpruchter eiſerner Baukonſtruktionstheile bei erhöhter Temperatur. Berlin 1888.

folgenden Annahmen aufgeftellt. Die dem Feuer zugewendete Seite der Stütze zeigt fchwache Rothgluth; die andere Seite hat eine bis zu 600 Grad C. geringere Temperatur, welche durch Anfpritzen der Säule mit kaltem Waffer herbeigeführt ift; die Beanfpruchung der Stützen erfolgt um 1 cm excentrifch, zwifchen Gelenken (Fall 2). Die Stütze foll die Laft P noch mit einiger Sicherheit tragen. Die allgemeine Formel, in welcher alle Buchftaben die frühere Bedeutung haben, lautet (vergl. Art. 145, S. 136)

$$P = K F \frac{1}{1 + \alpha \frac{F l^2}{\mathcal{J}}}.$$

Die Zahlenwerthe K und α ergeben fich aus nachftehenden Formeln:

$$\text{für Schmiedeeifen:} \quad P = 1000\, F \frac{1}{1 + 0{,}0004 \frac{F l^2}{\mathcal{J}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 160.$$

$$\text{für Gufseifen:} \quad P = 1200\, F \frac{1}{1 + 0{,}0004 \frac{F l^2}{\mathcal{J}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 161.$$

In diefen Ausdrücken ift l die freie Länge zwifchen den Gelenken; wenn die Stützung als zwifchen parallelen Enden erfolgend angenommen werden kann, fo ift ftatt l nur $\frac{2}{3}$ der wirklich vorhandenen freien Länge einzuführen.

2. Kapitel.

Träger.

Wie bereits im Eingange zum vorliegenden Abfchnitte gefagt wurde, verfteht man unter Trägern folche Bau-Conftructionen, bei denen die Belaftungen ausfchliefslich oder vorwiegend fenkrecht zur Richtung der Längsaxe wirken. Die Längsaxe kann fowohl eine gerade, wie eine gebrochene, bezw. krumme Linie fein. Demnach rechnen wir zu den Trägern im weiteren Sinne auch die **Dachftühle**, die **Sprengwerke** u. A., bei denen die Längsaxe nicht fo deutlich vor die Augen tritt, wie bei den gewöhnlichen Balken; ferner auch die **Gewölbe**, bei denen die Längsaxe eine krumme Linie ift. 148. Allgemeines.

Um die obige Erklärung der Träger auch für diefe Conftructionen unbedingt richtig zu ftellen, könnte man in die Erklärung ftatt der Längsaxe die Verbindungslinie der Auflagerpunkte einführen und demnach die Träger folgendermafsen erklären: Träger find Bau-Conftructionen, bei denen die Belaftungen ausfchliefslich oder vorwiegend fenkrecht zur Verbindungslinie der Auflager, d. h. der Stützpunkte der Conftruction, wirken. Im vorliegenden Kapitel follen nur die Träger im engeren Sinne, welche man gewöhnlich als **Balken** bezeichnet, behandelt werden, während die Dachftühle und die Gewölbe in den beiden nächften Abfchnitten befprochen werden. Von den Sprengwerken wird bei den Dachftühlen eine befondere Form vorgeführt werden.

Die auf die Bau-Conftructionen wirkenden äufseren Kräfte find nach Art. 2 (S. 6): 1) die Belaftungen, d. h. die Eigengewichte und die Nutzlaften, und 2) die Auf- 149. Aeufsere Kräfte.