Die Statik der Hochbau-Constructionen

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

2) Console-, Krag- oder Freiträger

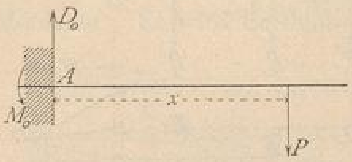
urn:nbn:de:hbz:466:1-77733

Fig. 168 stellt die Querkräfte und Momente dar, welche in den verschiedenen Querschnitten durch gleichförmig vertheilte Last und Einzellasten hervorgerufen werden. Die punktirten Linien geben die Werthe von Q und M nur für Einzellasten, bezw. für gleichförmig vertheilte Last an; die voll ausgezogenen Linien bedeuten die Summen.

2) Console-, Krag- oder Freiträger.

Console-, Krag- oder Freiträger sind am einen Ende unterstützte, am anderen Ende frei schwebende Träger. Als äußere Kräfte wirken auf dieselben die Belastungen und die Auflagerdrücke der Unterstützungsstelle. Letztere lassen sich aus den Gleichgewichtsbedingungen ermitteln. Damit der Träger im Gleichgewicht sei, muss zunächst die algebraische Summe der lothrechten Kräfte gleich Null sein, d. h. wenn die lothrechte Seitenkraft des Auflagerdruckes bei A (Fig. 169) gleich D_0 ist, wird $0 = D_0 - P$ oder 158. Erklärung.

Fig. 169.



$$D_0 = P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 176.$$

Eine äußere wagrechte Belastung sei nicht vorhanden; daher wird der Auflagerdruck keine wagrechte Seitenkraft haben. Es muss aber auch die algebraische Summe der statischen Momente für einen beliebigen Punkt der Ebene, also etwa für A, gleich Null sein; mithin muss, da das Moment der gegebenen Kräfte für A nicht gleich Null ist, D_0 aber für den Drehpunkt A kein statisches Moment hat, an der Unterstützungsstelle noch eine Anzahl von Kräften wirken, deren resultirendes Moment mit demjenigen der Belastungen zusammen die Summe Null ergiebt. Bei A wirkt also ein Moment M_0, dessen Größe sich bei dem in Fig. 169 gezeichneten Drehsinn aus der Gleichung ergiebt:

$$P x - M_0 = 0, \quad \text{d. h.} \quad M_0 = + P x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 177.$$

Dieses Moment, dessen Drehsinn demjenigen von P entgegengesetzt ist, kann auf verschiedene Weise erzeugt werden, am einfachsten durch Einmauerung, bezw. Einspannung des Balkens.

Soll für jede Belastungsart Gleichgewicht vorhanden sein, so muss der Balken derart eingemauert werden, dass das von der Mauer geleistete Moment auch die größten Werthe des Momentes der Belastungen aufheben kann. Das Moment der Mauer wird durch das über dem eingemauerten Balkentheil liegende Mauergewicht geleistet, wonach dieses zu bestimmen ist.

Auch in anderer Weise kann ein Moment in A erzeugt werden, z. B. dadurch, dass der Balken über den Punkt A hinaus, bis zu einer zweiten Stütze B, verlängert wird.

Die Console-Träger sind statisch bestimmt, da die beiden Unbekannten: der Auflagerdruck D_0 und das Moment M_0, nach den Gesetzen der Statik fester Körper ermittelt werden können. Im Folgenden werden der Auflagerdruck, die Querkräfte und die Momente, wie beim Balkenträger auf zwei Stützen gesucht; daher werden bezüglich der Belastungsart drei Fälle unterschieden:

Erster Fall: Der Console-Träger wird durch beliebige Einzellasten belastet. 159. Belastung durch Einzellasten.

Die freie Balkenlänge $A B$ (Fig. 170) sei gleich l; alsdann ist der Stützendruck

$$D_0 = P_1 + P_2 + P_3 = \sum_0^l (P) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 178.$$

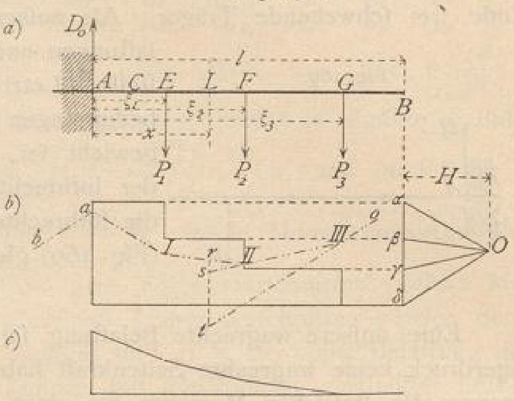
und das Moment

$$M_0 = -(P_1 \xi_1 + P_2 \xi_2 + P_3 \xi_3) = -\sum_0^l (P \xi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 179.$$

Für einen beliebigen Querſchnitt C zwiſchen A und E beträgt die Querkraft $Q = D_0 = \Sigma(P)$; dieſen Werth hat Q für alle Punkte zwiſchen A und E. Für irgend einen Querſchnitt L zwiſchen E und F iſt $Q_1 = D_0 - P_1$, und es iſt allgemein

$$Q = \sum_0^l (P) - \sum_0^x (P) = \sum_x^l (P) \quad . \quad 180.$$

Fig. 170.



Die Querkraft in jedem Querſchnitte iſt alſo gleich der Summe der zwiſchen dieſem Querſchnitte und dem freien Ende befindlichen Laſten. Dies folgt ſchon aus der Erklärung der Querkraft. Als graphiſche Darſtellung der Veränderung der Querkräfte ergiebt ſich die neben ſtehende Conſtruction (Fig. 170 *b*).

Für einen beliebigen Punkt L mit der Abſciſſe x wird das Moment $M = -\Big[P_3(\xi_3 - x) + P_2(\xi_2 - x)\Big]$; allgemein wird ſonach

$$M = -\sum_x^l \Big[P(\xi - x)\Big] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 181.$$

Die graphiſche Darſtellung der Momente zwiſchen je zwei Laſtpunkten ergiebt alſo eine Gerade, wie in Fig. 170 *c* gezeichnet iſt.

Die Momente ſind als negativ einzuführen, weil die Kräfte das Beſtreben haben den Balken ſo zu biegen, daſs er ſeine convexe Seite nach oben kehrt (vergl. Art. 151, S. 142).

Sowohl Querkraft, wie Moment iſt bei dieſer, demnach auch bei jeder Belaſtung, am Auflager-, bezw. Einſpannungspunkte am gröſsten; dieſe Stelle iſt alſo bei den Conſole-Trägern die am meiſten gefährdete. Wird, wie im Hochbau meiſtens, der Balken mit conſtantem Querſchnitt ausgeführt, ſo iſt der am Einſpannungspunkte nöthige Querſchnitt der Ausführung zu Grunde zu legen.

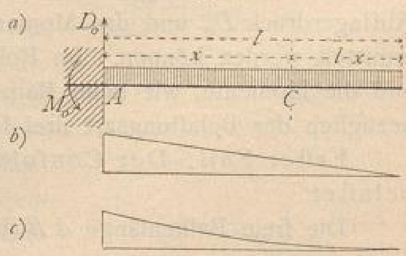
160. Gleichförmig vertheilte Belaſtung.

Zweiter Fall: Der Conſole-Träger wird durch eine gleichförmig vertheilte Laſt belaſtet.

Für den Auflagerpunkt A (Fig. 171) ergeben ſich der Auflagerdruck und das Moment zu

$$D_0 = p\,l \quad \text{und} \quad M_0 = -\frac{p\,l^2}{2}; \quad . \quad 182.$$

Fig. 171.



für einen Punkt C mit der Abſciſſe x betragen die Querkraft und das Moment

$$Q_x = p\,(l - x) \quad \text{und} \quad M_x = -\frac{p\,(l-x)^2}{2} \quad 183.$$

Die graphiſche Darſtellung der Werthe von Q ergiebt eine Gerade; für $x = 0$ iſt

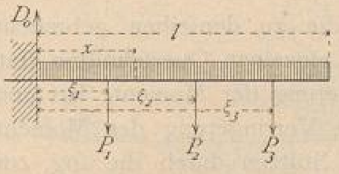
$Q_0 = p\,l$, für $x = l$ iſt $Q_l = 0$. Diejenige der Werthe von M ergiebt eine Parabel; für $x = 0$ iſt $M_0 = -\frac{p\,l^2}{2}$; für $x = l$ iſt $M_l = 0$. Da ferner für $x = l$ auch $\frac{d\,M_x}{d\,x} = +p\,(l - x)$ Null wird, ſo iſt die Abſciſſenaxe im Punkte $x = l$ eine Tangente an die Parabel. Die Momente und Querkräfte ſind in Fig. 171 *c* und 171 *b* graphiſch dargeſtellt. Der gröſste Werth des Momentes und der Querkraft findet an derſelben Stelle, an der Einſpannungsſtelle, ſtatt.

161. Gleichförmig vertheilte Laſt und Einzellaſten.

Dritter Fall: Der Conſole-Träger wird durch eine gleichförmig vertheilte Belaſtung und durch Einzellaſten belaſtet.

Die Stützendrücke, Querkräfte und Momente ergeben ſich als die Summen der bei den einzelnen Belaſtungen ſtattfindenden Stützendrücke, Querkräfte und Momente. Es wird deſshalb genügen, hier die Werthe anzugeben (Fig. 172):

Fig. 172.

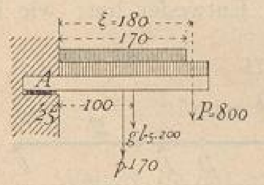


$$\left.\begin{aligned} D_0 &= P_1 + P_2 + P_3 + p\,l = \sum_0^l P + p\,l \\ Q_x &= \sum_x^l P + p\,(l - x) \\ M_x &= -\sum_x^l \Big[P\,(\xi - x)\Big] - \frac{p\,(l - x)^2}{2} \end{aligned}\right\} \quad . \quad 184.$$

Eben ſo wird die Veränderlichkeit der Q und M durch graphiſche Addition der für die Einzelbelaſtungen ſich ergebenden Werthe von Q und M graphiſch dargeſtellt.

Beiſpiel. Ein ſchmiedeeiſerner Balcon-Träger von $2^{\rm m}$ freier Länge hat als Eigengewicht eine gleichmäſsig vertheilte Belaſtung von $500^{\rm kg}$ für das laufende Meter und eine Nutzlaſt von $800^{\rm kg}$ für das laufende Meter zu tragen, auſserdem noch das Gewicht der Brüſtung mit $800^{\rm kg}$ in $1{,}8^{\rm m}$ Abſtand von der Wand. Demnach iſt, wenn Alles in Centimetern angegeben wird, $g = 5^{\rm kg}$, $p = 8^{\rm kg}$, $P = 800^{\rm kg}$, $\xi = 180^{\rm cm}$ und $l = 200^{\rm cm}$.

Fig. 173.



Die Nutzlaſt habe nur eine Länge von $170^{\rm cm}$.

Als Berechnungsweite darf man nicht die freie Länge bis zur Wand einführen, ſondern muſs diejenige bis zur Auflagermitte nehmen, welche hier etwa $25^{\rm cm}$ hinter der Mauerkante liegen möge. Alsdann iſt für den Punkt A (Fig. 173), wenn M_g das Gröſstmoment für ruhende, M_p dasjenige für bewegliche Laſt bezeichnet, abſolut genommen

$$M_g = P\,(\xi + 25) + g\,l\left(\frac{l}{2} + 25\right) = 800 \cdot 205 + 1000 \cdot 125 = 289\,000^{\rm kgcm},$$

$$M_p = p \cdot 170\left(\frac{170}{2} + 25\right) = 8 \cdot 170 \cdot 110 = 149\,600^{\rm kgcm}.$$

Der Querſchnitt an der Stelle A iſt ſo zu beſtimmen, daſs, wenn als zuläſſige Beanſpruchung $K = 800^{\rm kg}$ gewählt wird, ſtattfindet:

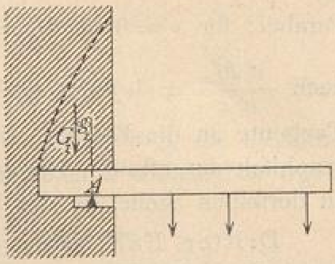
$$\frac{\mathcal{J}}{a} = \frac{M}{K} = \frac{289\,000 + 149\,600}{800} = 548.$$

Profil Nr. 28 der »Deutſchen Normal-Profile für I-Eiſen« hat ein Widerſtandsmoment $\frac{\mathcal{J}}{a} = 547$, dürfte alſo für den vorliegenden Fall genügen.

Es möge hier noch einmal beſonders darauf hingewieſen werden, daſs die Conſole-Träger hauptſächlich dann gefährdet ſind, wenn das am Einſpannungspunkte von der Mauer geleiſtete Moment nicht die genügende Gröſse hat. Damit Gleichgewicht beſtehe, muſs dieſes Moment wenigſtens ſo groſs ſein, wie das gröſstmögliche

Moment der äufseren Kräfte für A. Auch hier ift aber ein Sicherheits-Coefficient n nöthig, und wenn beifpielsweife diefes Einfpannungsmoment durch das Gewicht des auf dem hinteren Balkentheile ruhenden Mauerwerkes geleiftet wird (Fig. 174), fo mufs $G_1 g_1 = n M_0$ fein. Es dürfte fich empfehlen, n nicht kleiner als 4 zu nehmen.

Fig. 174.



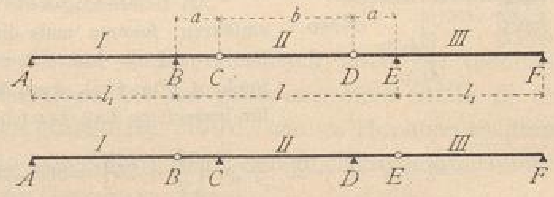
Dabei ift aber auch zu beachten, dafs die Art der Conftruction dafür Gewähr bieten mufs, dafs das Gewicht G_1 wirklich zur Wirkfamkeit kommt — etwa durch angemeffene Unterlagsplatten, Verband, Cementmörtel u. dergl. Unter Umftänden kann man auch das Gewicht des unterhalb gelegenen Mauerwerkes durch Anker und Ankerplatten am Balkenende aufhängen und dadurch für die Stabilität des Confole-Trägers nutzbar machen. Zu beachten ift auch, ob nicht ein Ausreifsen nach der punktirten Linie in Fig. 174 möglich ift.

3) Continuirliche Gelenkträger, Auslegerträger oder *Gerber*-Träger.

162. Princip. Die Querfchnittsgröfse der Träger und damit die zu denfelben gebrauchte Stoffmenge ift wefentlich von der Gröfse der in den einzelnen Querfchnitten ftattfindenden gröfsten Momente abhängig. Eine Verminderung der Momente hat auch eine Querfchnittsverringerung zur Folge. Eine folche Verringerung der Momente wird gegenüber den gewöhnlichen Trägern auf zwei Stützen durch die fog. continuirlichen Gelenkträger oder Auslegerträger erreicht, bei denen die Stützpunkte eines Theiles der Träger durch die übergekragten Enden der Nachbarträger gebildet werden. Man erhält dadurch für die verfchiedenen Oeffnungen verfchiedene Trägerarten, und zwar wechfelt immer ein Träger mit einem, bezw. zwei Auslegern an den Enden und ein folcher ohne Ausleger ab.

Für drei neben einander liegende Oeffnungen I, II, III find die hauptfächlich vorkommenden Anordnungen in Fig. 175 *a* u. *b* dargeftellt. Entweder hat, wie in Fig. 175 *a* gezeichnet ift, jeder Seitenträger I und III einen über das Auflager B, bezw. E vorragenden Ausleger BC, bezw. DE, auf deren Enden der Mittelträger CD frei aufruht, oder der Mittelträger CD hat, wie in Fig. 175 *b*, jederfeits ein Kragftück BC, bezw. DE, und die Seitenträger AB und EF ruhen einerfeits auf den Endftützpunkten A, bezw. F, andererfeits auf den Enden B und E der erwähnten Kragftücke oder Ausleger.

Fig. 175.



Die Pfetten der gröfseren eifernen Dächer werden neuerdings meiftens als folche Träger nach Fig. 176 hergeftellt, wo immer ein Träger mit zwei Auslegern an den Enden und ein auf diefen Auslegern frei aufgelagerter Träger abwechfeln. Die Beanfpruchung in diefem Falle ftimmt genau mit derjenigen der in Fig. 175 *b* angegebenen Anordnung überein; jeder Träger mit zwei Confolen an den Enden wird wie Träger $BCDE$ in Fig. 175 *b* beanfprucht; jeder andere Träger wie AB,

Fig. 176.