# Die Statik der Hochbau-Constructionen

**Landsberg, Theodor**

**Stuttgart, 1899**

2) Parallelträger mit Netzwerk oder zwei Scharen von Diagonalen

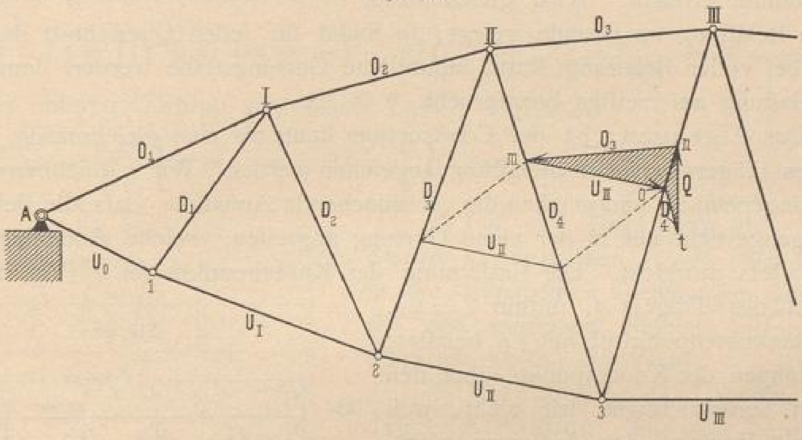
urn:nbn:de:hbz:466:1-77733

Parallelen die Spannungen der Gurtungsſtäbe in demſelben Maſsſtabe an, nach welchem $\frac{M}{a}$ aufgetragen iſt.

In Fig. 197 ſind für die Stäbe der oberen und unteren Gurtung die Stabſpannungen nach vorſtehendem Verfahren ermittelt.

Man kann nach dieſem Verfahren auch die Spannungen der Gitterſtäbe leicht finden. Denkt man in Fig. 198 einen Schnitt durch die Stäbe $O_3$, $U_{II}$ und $D_4$ gelegt, ſo wirken auf das links von dieſem Schnitt liegende Trägerſtück vier Kräfte, welche mit einander im Gleichgewicht ſein müſſen: die Mittelkraft aller äuſseren auf das Trägerſtück wirkenden Kräfte, d. h. die Querkraft $Q$, ferner die Spannungen $O_3$, $U_{II}$, $D_4$ der drei vom Schnitt getroffenen Stäbe. Für dieſe vier Kräfte ergiebt ſich demnach ein ſich ſchlieſsendes Kraftpolygon. Bekannt ſind $O_3$ und $U_{II}$ nach Gröſse und Richtung, $Q$ und $D_4$ nach ihrer Richtung. Man lege $U_{II}$ in $m$ an $O_3$ und ziehe durch den Endpunkt $o$ dieſer Linie die Parallele zu $D_4$, durch $n$ eine Parallele zu $Q$,

Fig. 198.




d. h. die Lothrechte; beide Parallelen ſchneiden ſich in $t$; alsdann iſt $\overline{ot} = D_4$ und $\overline{tn} = Q$. In Fig. 198 iſt das Kraftpolygon ſchraffirt[33]). Die Art der Beanſpruchung ergiebt ſich, wie ſtets, aus dem Umfahrungsſinn im Kraftpolygon.

Wenn einzelne Felder in der wagrechten Projection andere Knotenpunktsabſtände haben, als $a$, ſo ändert dies im Grundgedanken nichts; im Einzelnen wird die Conſtruction etwas anders. Die Werthe $\frac{M}{a}$ kann man durch Rechnung oder durch Conſtruction beſtimmen.

2) Parallelträger mit Netzwerk oder zwei Scharen von Diagonalen.

$\alpha$) Berechnung der Spannungen in den Gurtungen. Um dieſe Spannungen für eine beliebige Belaſtung zu ermitteln, bezeichnen wir die Mittelkraft aller auf das Bruchſtück links vom Schnitte $II$ (Fig. 199) wirkenden äuſseren Kräfte mit $Q$. Für irgend einen Stab $CE$ der oberen Gurtung iſt $F$ der Momenten- oder conjugirte Punkt, und das Moment der äuſseren Kräfte in Bezug auf dieſen Punkt iſt $M = Q\eta$. Daraus folgt als Bedingungsgleichung: 178. Berechnung der Gurtungsſpannungen.

$$0 = M + Xh, \quad \text{woraus} \quad X = -\frac{M}{h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 212.$$

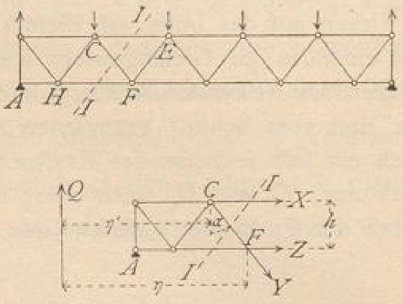
[33]) Daſs in Fig. 198 der Endpunkt $o$ von $U_{II}$ auf die Diagonale $III\,3$ fällt, iſt zufällig.

In gleicher Weise ergiebt sich für $C$ als Momentenpunkt, wenn $M_1$ das Moment von $Q$ in Bezug auf $C$ ist,

$$0 = M_1 - Zh, \quad \text{woraus} \quad Z = \frac{M_1}{h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 213.$$

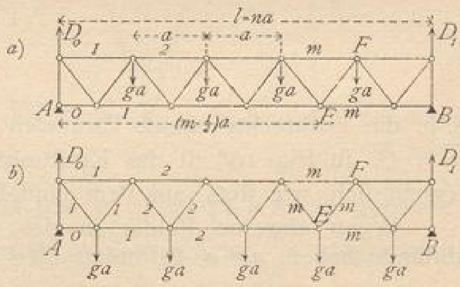
Da bei einem Träger auf zwei Stützen $M$ stets die angegebene Drehrichtung hat (stets positiv ist, vergl. Art. 156, S. 150), so folgt aus den Gleichungen 212 u. 213: Bei Trägern auf zwei Stützen werden die oberen Gurtungsstäbe stets gedrückt, die unteren Gurtungsstäbe stets gezogen. Ferner: $X_{max}$ und $Z_{max}$ werden bei derselben Belastung wie $M_{max}$ stattfinden, d. h. in jedem Gurtungsstabe findet gröfste Beanspruchung bei derjenigen Belastung statt, bei welcher das Moment für den dem Stabe conjugirten Punkt sein Maximum erreicht. Wird gleichmäfsig vertheilte Belastung zu Grunde gelegt, so findet für jeden Querschnitt das gröfste Moment bei voller Belastung statt; sämmtliche Gurtungsstäbe werden demnach bei voller Belastung am meisten beansprucht.

Fig. 199.



α) Das Eigengewicht der Construction kann als eine gleichmäfsig über die Länge des Trägers vertheilte Belastung angesehen werden. Wir bezeichnen es mit $g$ für die Längeneinheit und machen die vereinfachende Annahme, dafs alle Belastungen durch Eigengewicht nur in der einen Gurtung angreifen, welche Annahme für den Hochbau stets ausreicht. Die Entfernung der Knotenpunkte sei $a$ (Fig. 200), die Felderzahl des Trägers $n$, mithin $l = na$. Jeder Mittenknotenpunkt ist mit $ga$ belastet; die Belastungen der Knotenpunkte über den Auflagern berücksichtigen wir nicht, weil diese unmittelbar von den Auflagern aufgenommen werden.

Fig. 200.



Greifen die Lasten an der oberen Gurtung an (Fig. 200 $a$), so ist bei der angenommenen Diagonalenanordnung der Auflagerdruck

$$D_0 = D_1 = (n-1)\frac{ga}{2}.$$

Für den $m$-ten Stab der oberen Gurtung ist $E$ der Momentenpunkt und

$$M = D_0\left(m - \frac{1}{2}\right)a - (m-1)\,ga\left(\frac{m-2}{2}\,a + \frac{a}{2}\right);$$

$$M = \frac{ga^2}{2}\left[(n+1)\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2\right];$$

$$X_m^g = -\frac{ga^2}{2h}\left[(n+1)\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 214.$$

Für den $m$-ten Stab der unteren Gurtung ist $F$ der Momentenpunkt und

$$M_1 = D_0\,ma - (m-1)\,ga\,\frac{ma}{2} = \frac{ga^2}{2}\,m\,(n-m);$$

$$Z_m^g = \frac{ga^2}{2h}\,m\,(n-m) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 215.$$

Greifen die Laften an der unteren Gurtung an (Fig. 200 *b*), fo ift

$$D_0 = D_1 = \frac{n g a}{2}.$$

Genau wie oben erhält man

$$X_m^g = -\frac{g a^2}{2h}\left[m(n - m + 1) - \frac{n}{2}\right] \quad \text{und} \quad Z_m^g = \frac{g a^2}{2h} m(n - m) \quad . \quad 216.$$

Wenn die Diagonalen eine andere Richtung haben, fo dafs die erfte vom Auflagerpunkt nach der Mitte anfteigt, fo ergeben fich etwas andere Formeln, die auf gleiche Weife, wie eben gezeigt, zu ermitteln find.

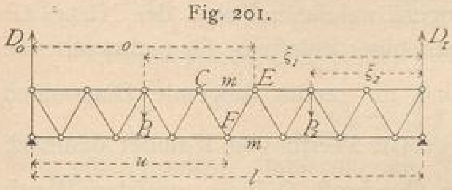
b) Die gröfsten Gurtungsfpannungen in Folge gleichmäfsig vertheilter Nutzlaft finden ftatt, wenn der ganze Träger belaftet ift. Nennt man die gleichmäfsig vertheilte Nutzlaft für die Längeneinheit $p$, fo ergeben fich offenbar für diefe Belaftung, die für den Knotenpunkt gleich $pa$ ift, genau diefelben Formeln, wie für das Eigengewicht, wobei nur $g$ durch $p$ zu erfetzen ift. Man erhält alfo für an der oberen Gurtung angreifende Laften (Fig. 200 *a*)

$$X_m^p = -\frac{p a^2}{2h}\left[(n+1)\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2\right] \quad \text{und} \quad Z_m^p = \frac{p a^2}{2h} m(n - m), \quad 217.$$

für an der unteren Gurtung angreifende Laften (Fig. 200 *b*)

$$X_m^p = -\frac{p a^2}{2h}\left[m(n - m + 1) - \frac{n}{2}\right] \quad \text{und} \quad Z_m^p = \frac{p a^2}{2h} m(n - m) \quad . \quad 218.$$

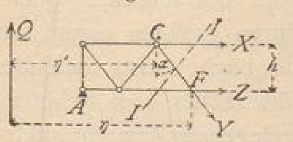
Fig. 201.



c) Für eine Belaftung des Trägers durch Einzellaften $P_1$, $P_2$ (Fig. 201) find in die allgemeinen Gleichungen 212 u. 213 die den einzelnen Stäben entfprechenden Momentenwerthe einzufetzen.

β) Berechnung der Spannungen in den Gitterftäben. Für eine beliebige Belaftung fei $Q$ die Mittelkraft aller links vom Schnitte $II$ (Fig. 202) wirkenden äufseren Kräfte. Nennt man die Spannung der vom Schnitte getroffenen, nach rechts fallenden Diagonale $Y$, fo mufs, weil die algebraifche Summe der auf das Bruchftück wirkenden lothrechten Kräfte gleich Null ift, ftattfinden: 179. Berechnung der Gitterftabsfpannungen.

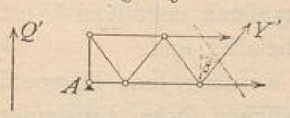
Fig. 202.



$$0 = Q - Y \cos\alpha, \quad \text{woraus} \quad Y = \frac{Q}{\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 219.$$

für eine nach rechts fteigende Diagonale (Fig. 203) ift

Fig. 203.



$$0 = Q' + Y' \cos\beta, \quad \text{woraus} \quad Y' = -\frac{Q'}{\cos\beta} \quad . \quad 220.$$

α) Das Eigengewicht erzeugt, wenn die Laften an der oberen Gurtung angreifen, den Auflagerdruck (Fig. 200 *a*)

$$D_0 = D_1 = (n - 1)\frac{g a}{2}.$$

Für den $m$-ten nach rechts fallenden Stab ift

$$Q_m = (n - 1)\frac{g a}{2} - (m - 1) g a = \frac{g a}{2}(n - 2m + 1),$$

fonach

$$Y_m^g = \frac{g\,a}{2\cos\alpha}(n - 2m + 1); \quad \ldots\ldots\ldots \quad 221.$$

für den $m$-ten nach rechts fteigenden Stab ift

$$Q'_m = \frac{g\,a}{2}(n - 2m + 1), \quad \text{daher} \quad Y'^g_m = -\frac{g\,a}{2\cos\beta}(n - 2m + 1) \quad . \quad 222.$$

Aus den Gleichungen 221 u. 222 für $Y_m^g$ und $Y'^g_m$ folgt leicht: Bei gleichmäfsig über den Träger vertheilter Belaftung $g$ (oder $p$) auf die Längeneinheit werden die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gezogen, die nach der Mitte zu fteigenden Diagonalen gedrückt.

Greifen die Laften an der unteren Gurtung an (Fig. 200 $b$), fo ift für die $m$-te rechts fallende Diagonale

$$Y = \frac{g\,a}{2\cos\alpha}(n - 2m + 2), \quad \ldots\ldots\ldots \quad 223.$$

für die $m$-te rechts fteigende Diagonale

$$Y' = -\frac{g\,a}{2\cos\beta}(n - 2m) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 224.$$

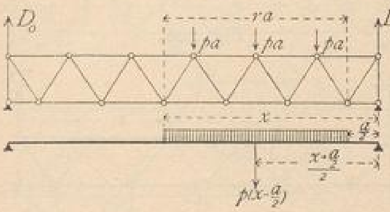
Das Gefetz, dafs bei diefer Belaftungsart die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gezogen, die nach der Mitte zu fteigenden Diagonalen gedrückt werden, ift auch hier giltig.

b) Um die ungünftigften Gitterftabfpannungen, welche in Folge der Nutzlaft entftehen, zu ermitteln, erwäge man, dafs bei beliebiger Belaftung für rechts fallende Diagonalen nach Gleichung 219: $Y = \frac{Q}{\cos\alpha}$ und für rechts fteigende Diagonalen nach Gleichung 220: $Y' = -\frac{Q'}{\cos\beta}$ ift. Der gröfste Werth von $Y$ findet demnach bei derjenigen Belaftung ftatt, bei welcher die Querkraft $Q$ ihren gröfsten Werth hat. Nach Art. 155 (S. 148) hat aber die Querkraft für einen Querfchnitt ihren gröfsten pofitiven Werth, wenn der Trägertheil rechts vom betrachteten Querfchnitte belaftet, der Trägertheil links davon unbelaftet ift, ihren gröfsten negativen Werth bei der umgekehrten Belaftung. Daraus folgt: Jede nach rechts fallende Diagonale erleidet den gröfsten Zug durch Nutzlaft, wenn die rechts vom Schnitte gelegenen Knotenpunkte belaftet, die links vom Schnitte gelegenen Knotenpunkte unbelaftet find; dagegen den gröfsten Druck, wenn die links vom Schnitte gelegenen Knotenpunkte belaftet, die übrigen unbelaftet find. Da $Y' = -\frac{Q'}{\cos\beta}$, fo findet in den nach rechts fteigenden Diagonalen der gröfste Druck ftatt, wenn $Q'$ feinen gröfsten pofitiven Werth hat, wenn alfo nur die Knotenpunkte rechts vom Schnitte belaftet find, der gröfste Zug dagegen, wenn $Q'$ feinen gröfsten negativen Werth hat, wenn alfo nur die Knotenpunkte links vom Schnitte belaftet find.

Allgemeiner kann die Regel wie folgt ausgefprochen werden: Jede Diagonale erleidet den gröfsten Zug, wenn nur die Knotenpunkte zwifchen ihrem Fufspunkte und demjenigen Auflager, nach welchem diefer Fufspunkt zeigt, belaftet find; jede Diagonale erleidet den gröfsten Druck, wenn nur die Knotenpunkte zwifchen ihrem Kopfpunkte und demjenigen Auflager belaftet find, nach welchem diefer Kopfpunkt hinweist. Diefer Satz gilt allgemein, ob die Laftpunkte an der oberen oder unteren Gurtung liegen. Daraus folgt, dafs für die Diagonalen nicht die volle, fondern die theilweife Belaftung die ungünftigfte ift und dafs man demnach auch im Hochbau, falls einfeitige Belaftung möglich ift (in Verfammlungsräumen, Schulen etc.), bei der Berechnung der Träger auf diefelbe Rückficht nehmen mufs. Für jede Diagonale ift eine andere ungünftigfte Belaftung einzuführen.

Nachdem nunmehr die ungünftigften Belaftungsarten für die einzelnen Stäbe ermittelt find, handelt es fich um die Auffuchung der durch diefelben erzeugten pofitiven, bezw. negativen Gröfstwerthe von $Y$ und $Y'$. Greifen die Laften an der oberen Gurtung an (Fig. 204), fo ift $Q$ genau eben fo grofs, als wenn beim vollwandigen Träger die Einzellaften $pa$ je auf die Längen $a$ gleichmäfsig vertheilt wären, d. h. als wenn die Laft $p$ für die Längeneinheit von der Mitte des äufserften Feldes am rechten, bezw. linken Auflager bis zur Mitte desjenigen Feldes der oberen Gurtung vorgerückt ift, dem die Diagonale angehört. Denn im erften Falle ift, wenn $r$ belaftete Knotenpunkte vorhanden find,

Fig. 204.



$$D_0 = \frac{rap}{l}\left(\frac{ra}{2} + \frac{a}{2}\right) = \frac{rpa^2}{2l}(r+1),$$

und da $x = ra + \frac{a}{2} = a\left(r + \frac{1}{2}\right)$, alfo $x + \frac{a}{2} = a(r+1)$ ift, fo wird

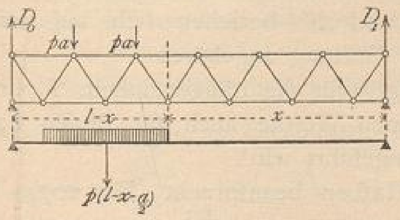
$$D_0 = \left(x + \frac{a}{2}\right)\frac{rpa}{2l} = \frac{p}{2l}\left(x + \frac{a}{2}\right)\left(x - \frac{a}{2}\right) = \frac{p}{2l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right].$$

Derfelbe Werth ergiebt fich für den vollwandigen Träger in Fig. 204, nämlich

$$D_0 = \frac{p}{2l}\left(x - \frac{a}{2}\right)\left(x + \frac{a}{2}\right).$$

Dies gilt allgemein, falls die den Auflagern zunächft liegenden Knotenpunkte der mit der Nutzlaft belafteten Gurtung um eine ganze Feldweite von den Auflagern abliegen.

Fig. 205.



Nun ift für diejenigen Diagonalen, für welche die gezeichnete Belaftung den gröfsten Zug, bezw. gröfsten Druck erzeugt, $Q_{max} = D_0$, alfo auch

$$Q_{x\,max} = \frac{p}{2l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right],$$

daher nach Gleichung 219

$$Y_{max} = \frac{p}{2l\cos\alpha}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad 225.$$

In gleicher Weife ergiebt fich nach Fig. 205

$$D_0 = \frac{p\left(l - x - \frac{a}{2}\right)}{l}\left(x + \frac{l - x - \frac{a}{2}}{2}\right) = \frac{p}{2l}\left[\left(l - \frac{a}{2}\right)^2 - x^2\right];$$

$$Q_{x\,min} = \frac{p}{2l}\left[\left(l - \frac{a}{2}\right)^2 - x^2\right] - p\left(l - \frac{a}{2} - x\right) = -\frac{p}{2l}\left[(l-x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right],$$

und

$$Y_{min} = -\frac{p}{2l\cos\alpha}\left[(l-x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad 226.$$

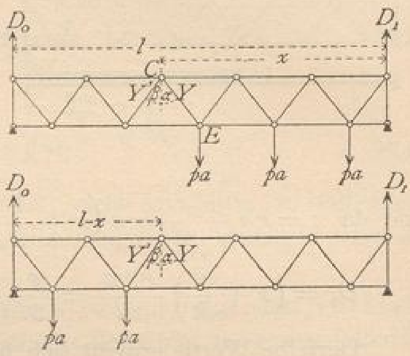
Dem entſprechend wird

$$Y'_{min} = -\frac{Q_{max}}{\cos\beta} = -\frac{p}{2\,l\cos\beta}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 227.$$

$$Y'_{max} = -\frac{Q_{min}}{\cos\beta} = \frac{p}{2\,l\cos\beta}\left[(l-x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 228.$$

Greifen die Laſten an der unteren Gurtung an (Fig. 206), ſo iſt (wenn mit ganz geringem Fehler die Belaſtung der beiden den Auflagern zunächſt liegenden Knotenpunkte gleichfalls mit $pa$ eingeführt wird) $Q_{max}$, bezw. $Q_{min}$ eben ſo groſs, wie bei einem vollwandigen Träger, bei welchem die Laſt $p$ für die Längeneinheit vom rechten. bezw. linken Auflager aus bis zur Mitte desjenigen Feldes der unteren Gurtung vorgerückt iſt, welchem die Diagonale angehört. Der Beweis iſt in gleicher Weiſe, wie oben, zu führen und gilt allgemein, falls die den Auflagern zunächſt liegenden Knotenpunkte der mit Nutzlaſt belaſteten Gurtung um eine halbe Feldweite von den Auflagern entfernt ſind. Demnach iſt

Fig. 206.




$$Q_{max} = \frac{p\,x^2}{2\,l} \quad \text{und} \quad Q_{min} = -\frac{p\,(l-x)^2}{2\,l}.$$

$x$ bedeutet in dieſen Gleichungen den Abſtand der Mitte desjenigen Feldes der unteren Gurtung vom rechten Auflager, zu welchem die Diagonale gehört.

Man erhält

$$Y_{max} = \frac{p\,x^2}{2\,l\cos\alpha} \quad \text{und} \quad Y_{min} = -\frac{p\,(l-x)^2}{2\,l\cos\alpha}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 229.$$

$$Y'_{min} = -\frac{p\,x^2}{2\,l\cos\beta} \quad \text{und} \quad Y'_{max} = \frac{p\,(l-x)^2}{2\,l\cos\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 230.$$

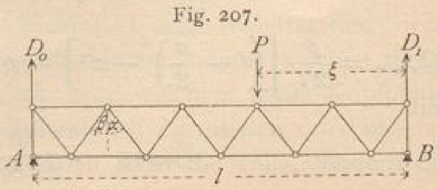
Die zuſammengehörigen Werthe von $Y$ und $Y'$ beziehen ſich auf zwei Diagonalen, welche demſelben Felde der unteren Gurtung angehören.

c) Erfährt der Träger eine volle Belaſtung $p$ für die Längeneinheit, ſo ſind die unter a für Eigengewichtsbelaſtung gefundenen Werthe auch für dieſen Fall giltig, wenn ſtatt des dortigen $g$ die Gröſse $p$ eingeführt wird.

d) Wird endlich der Träger durch Einzellaſten beanſprucht (Fig. 207), ſo erzeugt die Laſt $P$ im Abſtande $\xi$ von $B$ den Stützendruck $D_0 = \frac{P\xi}{l}$. In ſämmtlichen rechts fallenden Diagonalen links vom Laſtpunkt wird dann $Y = \frac{D_0}{\cos\alpha} = \frac{P\xi}{l\cos\alpha}$; in ſämmtlichen rechts ſteigenden Diagonalen links vom Laſtpunkte iſt $Y' = -\frac{P\xi}{l\cos\beta}$.

Eben ſo iſt für alle Querſchnitte rechts vom Laſtpunkte $Q = D_0 - P = -\frac{P(l-\xi)}{l}$, mithin für die nach rechts fallenden Diagonalen dieſer Strecke $Y_1 = -\frac{P(l-\xi)}{l\cos\alpha}$, für die nach rechts ſteigenden Diagonalen dieſer Strecke $Y_1' = \frac{P(l-\xi)}{l\cos\beta}$. Daraus folgt die

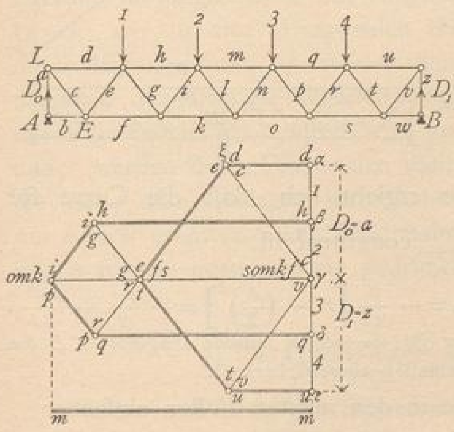
Fig. 207.



Regel: Die nach dem Laftpunkte zu fallenden Diagonalen werden gezogen, die nach demfelben fteigenden Diagonalen werden gedrückt.

γ) Graphifche Ermittelung der Spannungen. Setzt man zunächft eine gleichmäfsig vertheilte Belaftung (Eigengewicht, bezw. volle Nutzlaft) voraus, fo macht es für das Verfahren keinen Unterfchied, ob die Laften an der oberen oder an der unteren Gurtung angreifen. Wenn in jedem Knotenpunkte, z. B. der oberen Gurtung (Fig. 208), die Belaftung $g\,a$, bezw. $p\,a$ wirkt, fo empfiehlt fich für die Ermittelung der Spannungen die Vieleckmethode, weil diefelbe fämmtliche Stabfpannungen in einem Linienzuge giebt. 180. Graphifche Ermittelung der Spannungen.

Fig. 208.



Nachdem $D_0$ und $D_1$ auf bekannte Art gefunden find, trägt man alle äufseren Kräfte *1*, *2*, *3*, *4*, $D_1$ und $D_0$ in der Reihenfolge der Knotenpunkte an einander. Es fei $\alpha\beta = 1$, $\beta\gamma = 2$, $\gamma\delta = 3$, $\delta\varepsilon = 4$; nun trägt man an $\varepsilon$ (den Endpunkt von *4*) $D_1 = \varepsilon\gamma$ und $D_0 = \gamma\alpha$. Damit fchliefst fich das Kraftpolygon der äufseren Kräfte. Wir gehen nun von demjenigen Knotenpunkte, in welchem fich nur 2 Stäbe fchneiden, d. h. von $A$ aus. In $A$ wirken $D_0$, $a$ und $b$; die Zerlegung von $D_0$ in die beiden Componenten $a$ und $b$ ergiebt $a = D_0$ und $b = 0$. Im Knotenpunkte $L$ wirken jetzt $a$, $c$ und $d$. Bei der Zerlegung von $a$ $(= \gamma\alpha)$ ift zu beachten, dafs die Parallele zum Randftabe $d$ durch den Punkt im Kraftpolygon gehen mufs, der zwifchen $D_0$ und *1* liegt, d. h. durch $\alpha$. Man erhält $\alpha\xi = d$ und $\xi\gamma = c$. (Nach Art. 175, S. 171 ift $d$ Druck und $c$ Zug.) Geht man nun zum Knotenpunkte $E$ über, fo wirken dafelbft $(b = 0)$ $c$, $e$ und $f$; bekannt ift $c = \gamma\xi$. Demnach find $e$ und $f$ durch Zerlegung zu ermitteln, wobei die Parallele zum Randftabe $f$ durch den Punkt $\gamma$ im Kraftpolygon gehen mufs, welcher zwifchen $D_1$ und $D_0$ liegt, da der Randftab $f$ im Syftem fich zwifchen den Kräften $D_0$ und $D_1$ befindet. Man erhält leicht $e$ und $f$. (Da $c$, wie oben gefunden, Zug ift, erhält $e$ Druck, $f$ Zug.) Geht man fo weiter, fo ergiebt fich der in Fig. 208 gezeichnete Kräfteplan. Darin find die Druckfpannungen durch doppelte, die Zugfpannungen durch einfache Linien bezeichnet; $m$ ift Druck, fällt aber mit einer Anzahl von Zugfpannungen zufammen und ift defshalb befonders herausgezeichnet. Die Endpunkte der Stabfpannungen find ftets durch diejenigen Buchftaben bezeichnet, welche die bezüglichen Stäbe im Syftem führen. Die Spannungen $b$, $l$, $n$, $w$ werden gleich Null.

Um die gröfsten in den Gitterftäben durch die Nutzlaften erzeugten Zug-, bezw Druckfpannungen zu beftimmen, beachte man, dafs $Y_{max} = \frac{Q_{max}}{\cos\alpha}$, $Y_{min} = \frac{Q_{min}}{\cos\alpha}$, $Y'_{max} = -\frac{Q_{min}}{\cos\beta}$ und $Y'_{min} = -\frac{Q_{max}}{\cos\beta}$ ift.

Wenn die Laften $p\,a$ an der oberen Gurtung angreifen oder allgemein, wenn die den Auflagern zunächft gelegenen Knotenpunkte der belafteten Gurtung von diefen um eine ganze Feldweite $a$ abliegen, fo ift

$$Q_{max} = \frac{p}{2\,l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad \ldots \ldots \ldots \quad 231.$$

Die graphifche Darftellung von $Q_{max}$ ergiebt eine Parabel (Fig. 209 *a*).

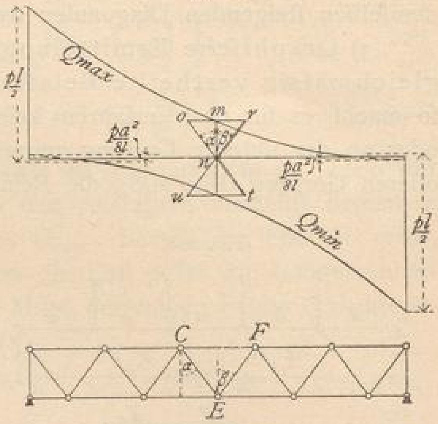
Für $x = 0$ wird $Q_{max} = -\frac{p\,a^2}{8\,l}$; für $x = l$ wird $Q_{max} = \frac{p}{2\,l}\left[l^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] = \frac{p\,l}{2} - \frac{p\,a^2}{8\,l}$. $Q_{max}$ wird Null für $x = \frac{a}{2}$; die Curve hat ein Minimum für $0 = 2\,x$, d. h. für $x = 0$. Danach ift die Curve in Fig. 209 *a* conftruirt.

In der Gleichung für $Q_{max}$ bedeutet $x$ den Abftand des Endes der Nutzlaft vom rechten Auflager; diefe Belaftung ift die ungünftigfte für die Diagonalen, deren Fufspunkte in demfelben Abftande vom rechten Auflager liegen (Fig. 204). Für die Berechnung der ungünſtigſten Diagonalſpannungen ſind ſonach diejenigen Werthe von $x$ einzuſetzen, welche den Fuſspunkten der Diagonalen entſprechen und die zugehörigen Ordinaten aus Fig. 209 *a* zu entnehmen. Für die Diagonale $CE$ ergiebt ſich $\overline{mn}$ als Werth von $Q_{max}$. Die durch $n$ parallel zur Diagonale $CE$ gezogene Linie $\overline{no}$ ergiebt den Werth von

$$Y = \frac{Q_{max}}{\cos\alpha}, \text{ weil } \overline{no} = \frac{\overline{mn}}{\cos\alpha} = \frac{Q_{max}}{\cos\alpha}$$

iſt. Nach Gleichung 227 iſt $Y'_{min} = -\frac{Q_{max}}{\cos\beta}$, alſo $\overline{nr}$ der gröſste Druck in der rechts ſteigenden Diagonale $EF$.

Fig. 209.




Ferner iſt

$$Q_{min} = -\frac{p}{2l}\left[(l-x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad . \quad 232.$$

Wird die Differenz $l - x = \xi$ geſetzt, ſo ergiebt ſich, daſs die Curve für $Q_{min} = -\frac{p}{2l}\left[\xi^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]$ derjenigen für $Q_{max}$ congruent iſt.

Für $\xi = 0$ iſt $Q_{min} = +\frac{pa^2}{8l}$; für $\xi = l$ iſt $Q_{min} = -\frac{p}{2l}\left[l^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] = -\frac{pl}{2} + \frac{pa^2}{8l}$. Man erhält die in Fig. 209 *a* gezeichnete Curve, in welcher für die rechts fallende Diagonale $CE$ das Minimum $nt$, für die rechts ſteigende Diagonale das Maximum $nu$ eingezeichnet iſt.

Ohne bemerkenswerthen Fehler kann man in den meiſten Fällen einfacher

$$Q_{max} = \frac{p}{2l}x^2 \quad \text{und} \quad Q_{min} = -\frac{p}{2l}(l-x)^2$$

ſetzen. Die Curven verlaufen dann genau ſo, wie in Fig. 210.

Greifen die Laſten an der unteren Gurtung an oder allgemein, ſind die an der mobil belaſteten Gurtung gelegenen Knotenpunkte zunächſt den Auflagern von dieſen

Fig. 210.

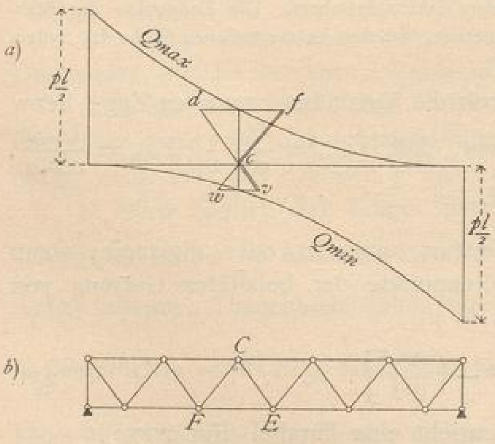
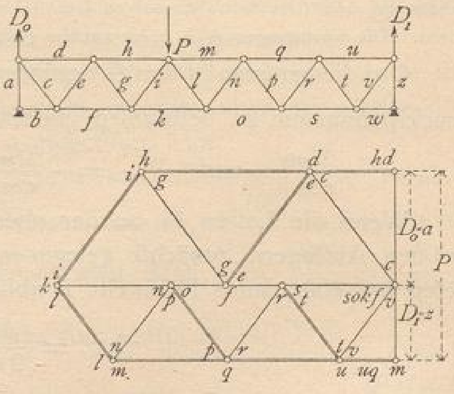



Fig. 211.



um je eine halbe Feldweite entfernt, ſo ergiebt das Verzeichnen der Curven für $Q_{max}$ und $Q_{min}$ entſprechend den Gleichungen in Art. 179 (S. 180) die in Fig. 210 *a* dargeſtellten Parabeln.

Man erhält genau wie oben: der Maximalzug in $CE$ iſt $cd$; der Maximaldruck in $CF$ iſt $cf$; der Maximaldruck in $CE$ iſt $cv$; der Maximalzug in $CF$ iſt $cw$.

Für eine Einzellaſt wird die Ermittelung der Spannungen bequem mittels des *Cremona*'ſchen Kräfteplans vorgenommen, wie in Fig. 211 geſchehen iſt; dieſelbe iſt ohne Weiteres verſtändlich.

$\delta$) Art der Beanſpruchung der Stäbe bei einem Träger auf zwei Stützen. Nach Art. 178 (S. 175) werden die oberen Gurtungsſtäbe ſtets gedrückt, die unteren ſtets gezogen. Die Diagonalen erhalten verſchiedene Beanſpruchungen. Durch das Eigengewicht erhalten die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen Zug, die nach der Mitte zu ſteigenden Diagonalen Druck; durch die ungünſtigſte Nutzlaſt erhalten im Allgemeinen alle Diagonalen ſowohl Zug, wie Druck. Wenn der gröſste Druck, der in einer Diagonalen durch Nutzlaſt entſteht, kleiner iſt, als der Zug durch Eigengewicht, ſo erleidet die Diagonale nur Zug, umgekehrt nur Druck. Für die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen nahe dem Auflager iſt der Zug in Folge des Eigengewichtes meiſtens viel gröſser, als der gröſste Druck durch Nutzlaſt, und daher werden dieſe Diagonalen meiſtens nur gezogen. Eben ſo ergiebt ſich, daſs die nahe dem Auflager befindlichen, nach der Mitte zu anſteigenden Diagonalen nur Druck erhalten. Die Diagonalen im mittleren Theile des Trägers werden dagegen ſowohl gezogen, wie gedrückt.

181.
Art der Stab-beanſpruchung.

### 3) Parallelträger mit Diagonalen und Pfoſten.

$\alpha$) Berechnung der Spannungen in den Gurtungen. Für eine beliebige Belaſtung wird genau ſo, wie in Art. 178 (S. 175), wenn $M$ das Biegungsmoment für den zu einem oberen Gurtungsſtabe gehörigen Momentenpunkt, $M'$ das Biegungsmoment für den zu einem unteren Gurtungsſtabe gehörigen Momentenpunkt bezeichnet,

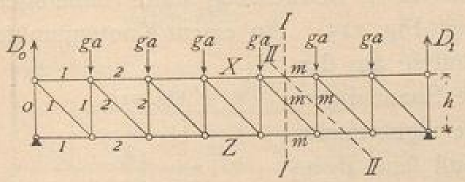
182.
Berechnung der Gurtungs-ſpannungen.

$$X = -\frac{M}{h} \quad \text{und} \quad Z = \frac{M'}{h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 233.$$

Auch hier findet alſo die gröſste Beanſpruchung der Gurtungsſtäbe bei voller Belaſtung des Trägers ſtatt.

Für die Belaſtung durch Eigengewicht, bezw. volle gleichmäſsig vertheilte Nutzlaſt (Fig. 212) iſt die Spannung in den Gurtungsſtäben davon unabhängig, ob die Laſten an der oberen oder an der unteren Gurtung angreifen.

Fig. 212.



Für den $m$-ten Stab der oberen, bezw. der unteren Gurtung erhält man die durch das Eigengewicht $g$ für die Längeneinheit erzeugten Spannungen

$$X_g = -\frac{g\,a^2\,m\,(n-m)}{2\,h} \quad \text{und} \quad Z_g = \frac{g\,a^2}{2\,h}\,(m-1)\,(n-m+1) \quad . \quad 234.$$

und die durch volle Nutzlaſt $p$ für die Längeneinheit erzeugten Spannungen

$$X_p = -\frac{p\,a^2\,m\,(n-m)}{2\,h} \quad \text{und} \quad Z_p = \frac{p\,a^2}{2\,h}\,(m-1)\,(n-m+1) \quad . \quad 235.$$

$X_p$ und $Z_p$ ſind zugleich die gröſsten Spannungen, die durch Nutzlaſt hervorgebracht werden.