



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik der Hochbau-Constructionen

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

4) Parallelträger mit nur gezogenen, bzw. nur gedrückten Diagonalen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77733](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77733)

Sämmtliche durch eine Einzellaft erzeugten Spannungen werden leicht mittels eines *Cremona'schen* Kräfteplanes (Fig. 221) ermittelt.

4) Parallelträger mit nur gezogenen, bzw. nur gedrückten Diagonalen.

Im vorhergehenden Kapitel ist gezeigt worden, daß die gedrückten Stäbe mit Rücksicht auf Widerstand gegen Zerknicken unter Umständen wesentlich stärker konstruirt werden müssen, als die einfache Druckbeanspruchung erfordert. Bei der Bestimmung der Querschnittsgröße sind vielfach Zuschläge zu machen, welche bei den gezogenen Stäben nicht nöthig sind. Man hat deshalb bei gewissen Baustoffen, besonders bei Schmiedeeisen und Flusseisen, die Verwendung gedrückter Stäbe möglichst beschränkt und statt derselben, wenn möglich, gezogene angeordnet. Wo aber gedrückte Stäbe nicht entbehrt werden können, empfiehlt es sich, die kürzeren Stäbe als gedrückte, die längeren als gezogene auszuführen. Bei manchen Baustoffen hingegen, insbesondere beim Holz, macht die Anordnung der Verbindungen eine möglichst geringe Verwendung von Zugstäben und eine möglichst ausgedehnte Verwendung von Druckstäben wünschenswerth.

Bei den Trägern mit Fachwerk ist die Anordnung von nur gezogenen, bzw. nur gedrückten Diagonalen möglich.

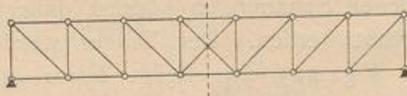
Wir betrachten zunächst die Träger mit nur gezogenen Diagonalen.

Wie in Art. 183 (S. 184) nachgewiesen ist, erzeugt das Eigengewicht, so wie auch eine gleichmäßige Belastung aller Knotenpunkte in den nach der Mitte fallenden Diagonalen Zug, in den nach der Mitte steigenden Diagonalen Druck. Soll also durch die angegebene Belastung, welche für den Hochbau weitaus die wichtigste ist, in den Diagonalen nur Zug entstehen, so ordnet man nur nach der Mitte fallende Diagonalen an, konstruirt also den Träger genau symmetrisch zur Mitte (Fig. 222).

Fig. 222.



Fig. 223.



Ist die Felderzahl ungerade, so erhalten die Diagonalen im Mittelfelde bei dieser Belastung den Zug und Druck Null (Fig. 223). Bei dieser Trägerform erhalten je zwei symmetrisch zur Mitte liegende Stäbe gleiche Spannungen; dieselben wurden früher für die eine Hälfte gefunden und sind demnach leicht zu übertragen.

Die in Fig. 222 u. 223 gezeichneten Diagonalen erhalten aber durch nicht über den ganzen Träger ausgedehnte Belastungen unter Umständen Druckbeanspruchungen, und zwar findet, wie in Art. 179 (S. 178) u. 183 (S. 184) ermittelt, in einer Diagonalen der größte Druck statt, wenn die Knotenpunkte vom Kopf der Diagonalen bis zu demjenigen Auflager, nach welchem der Kopf der Diagonalen hinweist, belastet, die übrigen Knotenpunkte aber unbelastet sind. Durch das stets noch vorhandene Eigengewicht findet andererseits in den Diagonalen eine beständige Zugspannung statt, welche die erwähnte Druckbeanspruchung vermindert. Diejenigen Diagonalen nun, bei denen (beides absolut genommen) die Zugspannung durch das Eigengewicht größer ist, als die größtmögliche Druckspannung in Folge der Verkehrslast, werden stets gezogen, nie gedrückt. Bei denjenigen Diagonalen

185.
Grundsatz.

186.
Träger
mit nur
gezogenen
Diagonalen.

dagegen, welche durch das Eigengewicht einen geringeren Zug erhalten, als ungünstigstenfalls der Druck durch Nutzlast beträgt (wiederum beides absolut genommen), wird eine Druckbeanspruchung eintreten, die zu vermeiden ist. Man bringt deshalb im betreffenden Felde eine zweite Diagonale mit einer solchen Richtung an, daß die Belastung, welche in der bereits im Felde vorhandenen Diagonalen Druck erzeugen würde, in der zweiten Diagonalen Zug hervorruft. Die Diagonale muß demnach so gerichtet sein, daß die erwähnte Nutzlast die Knotenpunkte vom Fußpunkte dieser Diagonalen an bis zu demjenigen Auflager belastet, nach welchem dieser Fußpunkt hinweist; mit anderen Worten, man bringt eine Diagonale an, welche die bereits vorhandene Diagonale kreuzt, eine sog. Gegendiagonale (in Fig. 224 die punktirte Diagonale $E'F'$).

Damit dieselbe aber auch wirksam sei, erhält die Hauptdiagonale EF einen derartigen Querschnitt, daß sie bei Druckspannungen ausbiegt, daß sie also in diesem Falle als nicht vorhanden angesehen werden kann.

Solche Gegendiagonalen sind in denjenigen Feldern anzuordnen, in welchen die Hauptdiagonalen unter Umständen Druckspannungen erhalten. In den Feldern nahe am Auflager ist die Zugspannung durch das Eigengewicht meistens groß, die Druckspannung durch Nutzlast meistens klein, so daß in diesen Feldern keine Gegendiagonalen nöthig sind; in den mittleren dagegen sind sie anzuordnen. Die Spannungen in den Gegendiagonalen sind dann genau so zu ermitteln, als wären die Hauptdiagonalen nicht vorhanden; jede Gegendiagonale, z. B. $E'F'$, befindet sich genau in derselben Lage, wie die symmetrisch zur Trägermitte liegende Hauptdiagonale im Träger mit nur nach einer Seite fallenden Diagonalen, also hier wie RS (Fig. 224). Die oben gefundenen Spannungen können daher hier sofort verwertet werden. Der Träger würde demnach die in Fig. 225 dargestellte Form erhalten, in welcher je zwei Stäbe mit gleichen Bezeichnungen gleiche Spannungen erleiden.

Fig. 224.

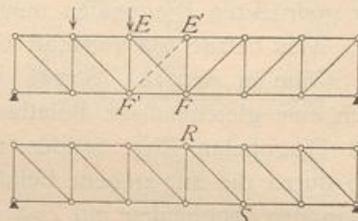


Fig. 225.

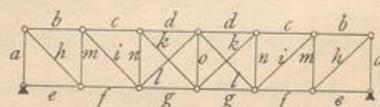
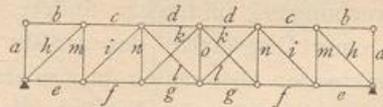


Fig. 226.



Bei der Construction eines Trägers mit nur gedrückten Diagonalen ist nach gleichem Grundsatze zu verfahren. Zunächst sind beiderseits nur nach der Mitte ansteigende Diagonalen zu verwenden, damit man für Belastung durch Eigengewicht, bzw. Gesamtlast nur Druck erhalte. In denjenigen Feldern alsdann, in welchen die Diagonalen unter Umständen Zugspannung erhalten würden, sind wie oben Gegendiagonalen anzuordnen (Fig. 226). Die Verbindung in den Knotenpunkten ist so anzuordnen, daß die Hauptdiagonalen keinen Zug übertragen können.

Die Beanspruchung der Pfosten ergibt sich nach Art. 183 (S. 184) stets der Beanspruchung derjenigen Diagonalen entgegengesetzt, welche an einem unbelasteten Knotenpunkte mit dem Pfosten zusammentrifft. Werden demnach alle Diagonalen nur gezogen, so werden alle Pfosten nur gedrückt (Fig. 225); werden alle Diagonalen

187.
Träger
mit nur
gedrückten
Diagonalen.

nur gedrückt, so werden alle Pfoften nur gezogen (Fig. 226). Im zweiten Falle werden dieselben meistens aus Schmiedeeisen hergestellt, während die Diagonalen aus Holz bestehen.

Beispiel. Ein als Parallelträger mit Diagonalen und Pfoften (nach Art von Fig. 222) hergestellter Unterzug hat folgende Abmessungen und Belastungen: Stützweite $l = 12$ m; Höhe zwischen den Gurtungs-Schwerpunkten $h = 1,5$ m; Anzahl der Felder $n = 8$; Feldweite $a = 1,5$ m. Die Diagonalen fallen jederseits nach der Trägermitte zu; Gegendiagonalen sind nicht vorhanden. Die Belastung durch das Eigengewicht für das laufende Meter ist $g = 1800$ kg, diejenige durch Nutzlast $p = 2400$ kg; mithin sind die Knotenpunktlasten bezw. $ga = 2700$ kg und $pa = 3600$ kg. Die Lastpunkte liegen in der oberen Gurtung. Die durch diese Belastungen entstehenden Spannungen sind zu berechnen.

188.
Beispiel.

a) Spannungen in den Gurtungen. Nach Gleichung 234 u. 235 sind für den m -ten Stab der oberen Gurtung

$$X_g = - \frac{1800 \cdot 1,5^2}{2 \cdot 1,5} m (8 - m) = - 1350 m (8 - m)$$

und

$$X_p = - \frac{2400 \cdot 1,5^2}{2 \cdot 1,5} m (8 - m) = - 1800 m (8 - m).$$

Für den m -ten Stab der unteren Gurtung sind nach Gleichung 234 u. 235

$$Z_g = \frac{1800 \cdot 1,5^2}{2 \cdot 1,5} (m - 1) (9 - m) = 1350 (m - 1) (9 - m) \quad \text{und} \quad Z_p = 1800 (m - 1) (9 - m).$$

Man erhält aus vorstehenden Ausdrücken, indem man der Reihe nach für m die Werthe 1, 2, 3, 4 einführt, die Gurtungsspannungen der Stäbe links der Mitte. Die Spannungen in den symmetrisch zur Mitte liegenden Stäben sind den gefundenen genau gleich. Die Addition der Werthe X_g und X_p ergibt die Maximalspannungen in der oberen, die Addition der Werthe Z_g und Z_p die Maximalspannungen in der unteren Gurtung. Die Ergebnisse sind in umstehender Tabelle angegeben.

β) Spannungen in den Diagonalen. a) Durch das Eigengewicht. Nach Gleichung 238 ist für die m -te Diagonale die Spannung durch das Eigengewicht, da hier $\cos \alpha = \cos 45^\circ = 0,707$ ist,

$$Y_g = \frac{1800 \cdot 1,5}{2 \cdot 0,707} (9 - 2m) = 1910 (9 - 2m).$$

Durch Einsetzung der Zahlenwerthe $m = 1, 2, 3, 4$ erhält man die Spannungen Y_g .

b) Durch die Nutzlast. Die größten Zug- und Druckspannungen, welche in den Diagonalen hervorgerufen werden, sind nach Gleichung 241 u. 242

$$Y_{pmax} = \frac{2400}{2 \cdot 12 \cdot 0,707} (x^2 - 0,75^2) = 141,4 (x^2 - 0,56)$$

und

$$Y_{pmin} = - \frac{2400}{2 \cdot 12 \cdot 0,707} [(l - x)^2 - 0,75^2] = - 141,4 [(l - x)^2 - 0,56].$$

Man erhält für

$m =$	1	2	3	4
$x =$	11,25	9,75	8,25	6,75 m
$(l - x) =$	0,75	2,25	3,75	5,25 m

und für Y_{pmax} , bezw. Y_{pmin} die Werthe, welche in der umstehenden Tabelle folgen.

γ) Spannungen in den Pfoften. a) Durch das Eigengewicht. Nach Gleichung 239 ist, da die Lastpunkte oben liegen,

$$V_g = - \frac{1800 \cdot 1,5}{2} (9 - 2m) = - 1350 (9 - 2m).$$

b) Durch die Nutzlast. Die größten Druck-, bezw. Zugspannungen ergeben sich aus den Gleichungen 241 u. 242 zu

$$V_{pmin} = - \frac{2400}{2 \cdot 12} (x^2 - 0,75^2) = - 100 (x^2 - 0,56) \quad \text{und} \quad V_{pmax} = 100 [(l - x)^2 - 0,56].$$

Für x sind dieselben Werthe, wie bei den Diagonalen einzuführen. Man erhält die Werthe der umstehenden Tabelle.

Im Endpfoften ist die Druckspannung stets gleich dem Auflagerdruck, also hier, da die Belastung des Endknotenpunktes mit $\frac{ga}{2}$, bezw. $\frac{pa}{2}$ hinzukommt,

$$V_g = - (3,5 + 0,5) g a = - 4 g a = - 4 \cdot 1800 \cdot 1,5 = - 10800 \text{ kg,}$$

$$V_{pmin} = - 4 p a = - 4 \cdot 2400 \cdot 1,5 = - 14400 \text{ kg.}$$

Zug kann in diesem Pfoften nicht entstehen.

Auf den Mittelpfoften sind die obigen Gleichungen nicht anwendbar, weil an diesem unteren Endpunkte sich die zwei Diagonalen der anstoßenden Felder treffen, also der schräge Schnitt andere Stäbe trifft, als bei der Entwicklung der Formeln vorgeesehen war. Da am oberen Endpunkt des Pfoftens keine Diagonale ansetzt, so kann derselbe nur solche lothrechte Kräfte aufnehmen, welche im oberen Knotenpunkte unmittelbar angreifen. Wir erhalten also die Spannungen in demselben genau so groß, wie die Knotenpunktsbelastungen. Diese Werthe sind in die Tabelle eingefetzt worden.

Tabelle der Stabspannungen.

Teil der Construction	m	=	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Obere Gurtung	X_g	=		- 9450	-16200	-20250	-21600	-21600	-20250	-16200	- 9450
	X_p	=		-12600	-21600	-27000	-28800	-28800	-27000	-21600	-12600
Untere Gurtung	Z_g	=		0	9450	16200	20250	20250	16200	9550	0
	Z_p	=		0	12600	21600	27000	27000	21600	12600	0
Diagonalen	Y_g	=		13370	9550	5730	1910	1910	5730	9450	13370
	Y_{pmax}	=		17820	13362	9545	6363	6363	9545	13362	17820
	Y_{pmin}	=		0	- 636	- 1910	- 3818	- 3818	- 1910	- 636	0
Pfoften	V_g	=	-10800	- 9450	- 6750	- 4050	- 2700	- 4050	- 6750	- 9450	-10800
	V_{pmin}	=	-14400	-12600	- 9450	- 6750	- 3600	- 6750	- 9450	-12600	-14400
	V_{pmax}	=	0	0	4500	1350	0	1350	450	0	0

K i l o g r a m m

Zur Bestimmung der Querschnitte nach den Gleichungen 42 bis 48 (siehe Art. 84 u. 85, S. 62 u. 63) dient die Zusammenstellung der nachstehenden Tabelle.

Obere Gurtung: Druck			Untere Gurtung: Zug			Diagonalen: Ueberwiegender Zug			Pfoften: Ueberwiegender Druck				
Stab Nr.	P_0	P_1	Stab Nr.	P_0	P_1	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2
1 u. 8	- 9450	-12600	1 u. 8	0	0	1 u. 8	13370	17820	0	0 u. 8	-10800	-14400	0
2 u. 7	-16200	-21600	2 u. 7	9450	12600	2 u. 7	9550	13362	- 636	1 u. 7	- 9450	-12600	0
3 u. 6	-20250	-27000	3 u. 6	16200	21600	3 u. 6	5730	9545	-1910	2 u. 6	- 6750	- 9450	450
4 u. 5	-21600	-28800	4 u. 5	20250	27000	4 u. 5	1910	6363	-3818	3 u. 5	- 4050	- 6750	1350
										4	- 2700	- 3600	0
Kilogramm			Kilogramm			Kilogramm			Kilogramm				

5) Parabelträger.

189.
Berechnung
der
Spannungen:

Parabelträger sind Träger, bei denen die Knotenpunkte einer oder beider Gurtungen auf Parabeln liegen. Hier sollen nur solche Parabelträger behandelt werden, bei welchen die obere Gurtung eine gerade Linie, die untere Gurtung ein der Parabel eingeschriebenes Vieleck ist (Fig. 227). Bezeichnet man die Pfeilhöhe der Parabel mit h , die Trägerstützweite mit l und legt man den Anfangspunkt der Coordinaten in das linke Auflager (nach A), so ist, wenn L der Scheitel der Parabel ist,

