Die Statik der Hochbau-Constructionen

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

5) Parabelträger

urn:nbn:de:hbz:466:1-77733

$$\underset{0}{V_g} = -(3{,}5 + 0{,}5)\, g a = -4 g a = -4 \cdot 1800 \cdot 1{,}5 = -10800^{\text{kg}},$$

$$\underset{0}{V_{p\,min}} = -4 p a = -4 \cdot 2400 \cdot 1{,}5 = -14400^{\text{kg}}.$$

Zug kann in diefem Pfoften nicht entftehen.

Auf den Mittelpfoften find die obigen Gleichungen nicht anwendbar, weil an feinem unteren Endpunkte fich die zwei Diagonalen der anftofsenden Felder treffen, alfo der fchräge Schnitt andere Stäbe trifft, als bei der Entwickelung der Formeln vorgefehen war. Da am oberen Endpunkt des Pfoftens keine Diagonale anfetzt, fo kann derfelbe nur folche lothrechte Kräfte aufnehmen, welche im oberen Knotenpunkte unmittelbar angreifen. Wir erhalten alfo die Spannungen in demfelben genau fo grofs, wie die Knotenpunktsbelaftungen. Diefe Werthe find in die Tabelle eingefetzt worden.

Tabelle der Stabfpannungen.

Theil der Conftruction	m =	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Obere Gurtung	X_g =		− 9450	−16200	−20250	−21600	−21600	−20250	−16200	− 9450
	X_p =		−12600	−21600	−27000	−28800	−28800	−27000	−21600	−12600
Untere Gurtung	Z_g =		0	9450	16200	20250	20250	16200	9550	0
	Z_p =		0	12600	21600	27000	27000	21600	12600	0
Diagonalen	Y_g =		13370	9550	5730	1910	1910	5730	9450	13370
	$Y_{p\,max}$ =		17820	13362	9545	6363	6363	9545	13362	17820
	$Y_{p\,min}$ =		0	− 636	− 1910	− 3818	− 3818	− 1910	− 636	0
Pfoften	V_g =	−10800	− 9450	− 6750	− 4050	− 2700	− 4050	− 6750	− 9450	−10800
	$V_{p\,min}$ =	−14400	−12600	− 9450	− 6750	− 3600	− 6750	− 9450	−12600	−14400
	$V_{p\,max}$ =	0	0	4500	1350	0	1350	450	0	0
		Kilogramm								

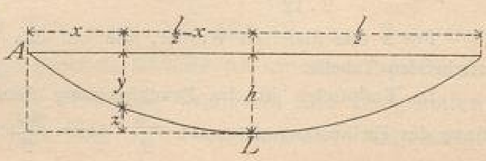
Zur Beftimmung der Querfchnitte nach den Gleichungen 42 bis 48 (fiehe Art. 84 u. 85, S. 62 u. 63) dient die Zufammenftellung der nachftehenden Tabelle.

Obere Gurtung: Druck			Untere Gurtung: Zug			Diagonalen: Ueberwiegender Zug				Pfoften: Ueberwiegender Druck			
Stab Nr.	P_0	P_1	Stab Nr.	P_0	P_1	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2
1 u. 8	− 9450	− 12600	1 u. 8	0	0	1 u. 8	13370	17820	0	0 u. 8	− 10800	− 14400	0
2 u. 7	− 16200	− 21600	2 u. 7	9450	12600	2 u. 7	9550	13362	− 636	1 u. 7	− 9450	− 12600	0
3 u. 6	− 20250	− 27000	3 u. 6	16200	21600	3 u. 6	5730	9545	− 1910	2 u. 6	− 6750	− 9450	450
4 u. 5	− 21600	− 28800	4 u. 5	20250	27000	4 u. 5	1910	6363	− 3818	3 u. 5	− 4050	− 6750	1350
										4	− 2700	− 3600	0
Kilogramm			Kilogramm			Kilogramm				Kilogramm			

5) Parabelträger.

189. Berechnung der Spannungen: Parabelträger find Träger, bei denen die Knotenpunkte einer oder beider Gurtungen auf Parabeln liegen. Hier follen nur folche Parabelträger behandelt werden, bei welchen die obere Gurtung eine gerade Linie, die untere Gurtung ein der Parabel eingefchriebenes Vieleck ift (Fig. 227). Bezeichnet man die Pfeilhöhe der Parabel mit h, die Trägerftützweite mit l und legt man den Anfangspunkt der Coordinaten in das linke Auflager (nach A), fo ift, wenn L der Scheitel der Parabel ift,

Fig. 227.



$$\frac{z}{h} = \frac{\left(\frac{l}{2} - x\right)^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2}, \text{ woraus } z = h\left(1 - \frac{2\,x}{l}\right)^2, \text{ ferner } y = (h - z);$$

fonach lautet die Gleichung der Parabel bezogen auf A als Coordinaten-Anfang:

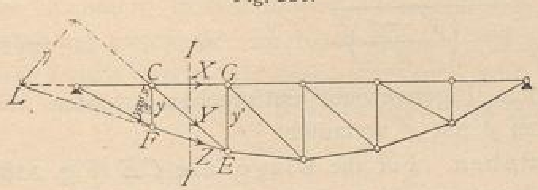
$$y = \frac{4\,h}{l^2}\,(l\,x - x^2). \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 247.$$

Die Spannungen in den fämmtlichen Stäben können nun mittels der in Art. 170 bis 177 (S. 169 bis 173) vorgeführten Verfahren leicht ermittelt werden. Dabei macht es keine Schwierigkeit, die Berechnung auch für den Fall durchzuführen, dafs die obere Gurtung gekrümmt, die untere eine gerade Linie ift.

α) Spannungen in den Gurtungen. Für einen Stab FE der unteren Gurtung (Fig. 228) ift C der conjugirte Punkt; wird mit M das Moment der an der einen Seite des Schnittes II wirkenden äufseren Kräfte bezeichnet, fo ergiebt fich 190. in den Gurtungen;

$$0 = M - Zy \cos \sigma, \text{ woraus } Z = \frac{M}{y \cos \sigma} \quad \ldots\ldots \quad 248.$$

Fig. 228.



Für einen Stab CG der oberen Gurtung ift E der conjugirte Punkt, und wenn das Moment der äufseren Kräfte für diefen Punkt mit M' bezeichnet wird,

$$0 = M' + Xy', \text{ woraus } X = -\frac{M'}{y'} \quad 249.$$

Wie beim Parallelträger in Art. 178 (S. 175) ergiebt fich auch hier, dafs die oberen Gurtungsftäbe ftets gedrückt, die unteren Gurtungsftäbe ftets gezogen werden, fo wie dafs alle Gurtungsftäbe bei voller Belaftung am meiften beanfprucht werden.

Nunmehr können die durch Eigengewicht, bezw. durch gleichmäfsig über den ganzen Träger vertheilte Nutzlaft erzeugten Gurtungsfpannungen ermittelt werden. Das erftere fei g, die letztere p für die Längeneinheit; beide Belaftungsarten find einander genau gleich; es genügt alfo eine, etwa die letztere, zu betrachten. Es wird wieder angenommen, dafs die Laften nur in den Knotenpunkten wirken; bei einer Feldweite a (Fig. 229) ift die Knotenpunktslaft gleich pa (bezw. ga). Die Auflagerdrücke find $D_0 = D_1 = \frac{pa\,(n-1)}{2}$ und, da $a\,(n-1) = (l-a)$ ift,

$$D_0 = D_1 = \frac{p\,(l-a)}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 250.$$

Für einen beliebigen Knotenpunkt E mit der Abfciffe x ift nun das Moment

$$M_x = \frac{p\,(l-a)}{2}\,x - p\,(x-a)\left(\frac{x-a}{2} + \frac{a}{2}\right) = \frac{p}{2}\,(l\,x - x^2).$$

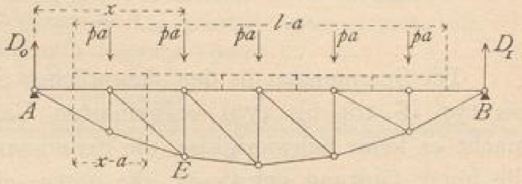
Dies ift aber nach Art. 154 (S. 147) auch der Ausdruck für das Moment im Punkte E bei einem vollwandigen, gleichmäfsig mit p für die Längeneinheit belafteten Träger.

Werden die Werthe von M und y (Gleichung 247) in die Ausdrücke von Z und X eingeführt, fo ergiebt fich allgemein

$$\left.\begin{aligned} Z\cos\sigma &= \frac{M}{y} = \frac{p}{2}\cdot\frac{(lx-x^2)\,l^2}{4h\,(lx-x^2)} = \frac{p\,l^2}{8h} \\ X &= -\frac{p}{2}\cdot\frac{(lx-x^2)\,l^2}{4h\,(lx-x^2)} = -\frac{p\,l^2}{8h} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 251.$$

$Z\cos\sigma$ iſt die wagrechte Seitenkraft der Spannung in der gekrümmten Gurtung. Die rechte Seite obiger Ausdrücke enthält nur conſtante Gröſsen, ſo daſs ſich ergiebt: Beim Parabelträger iſt für gleichmäſsige Belaſtung des ganzen Trägers die Spannung in der geraden Gurtung (X) und die wagrechte Seitenkraft der Spannung in der gekrümmten Gurtung conſtant.

Fig. 229.



Da $\cos\sigma = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+(y'-y)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{y'-y}{a}\right)^2}}$ iſt, erhält man aus Gleichung 251

$$Z = \frac{p\,l^2}{8h}\sqrt{1+\left(\frac{y'-y}{a}\right)^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 252.$$

Die Spannungen Z und X, welche dem Eigengewicht entſprechen, werden aus obigen Gleichungen erhalten, indem man p mit g vertauſcht.

191. in den Gitterſtäben.

β) Spannungen in den Gitterſtäben. Für die Diagonale CE (Fig. 228) iſt L der conjugirte Punkt, η der Hebelsarm von Y, und wenn mit M_1 das Moment der äuſseren Kräfte am Bruchſtück links vom Schnitt II, bezogen auf L als Drehpunkt, bezeichnet wird, iſt

$$0 = Y\eta - M_1, \quad \text{woraus} \quad Y = +\frac{M_1}{\eta} \quad \ldots\ldots \quad 253.$$

Liegt die Diagonale rechts der Mitte, ſo fällt der conjugirte Punkt rechts vom rechten Auflager. Die Aufſtellung der Momentengleichung für dieſen Punkt ergiebt genau wie in Gleichung 253 die Diagonalſpannung als Quotienten aus dem Moment der am Bruchſtück wirkenden äuſseren Kräfte, dividirt durch den Hebelsarm der Diagonalſpannung.

Fig. 230.

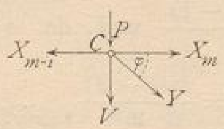
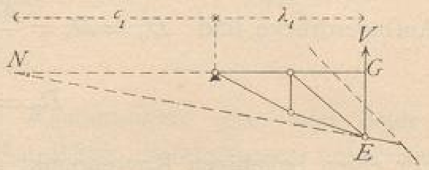


Fig. 231.



Häufig iſt ein anderer Ausdruck der Diagonalſpannung bequemer, als Gleichung 253. Die am Knotenpunkt C der geraden Gurtung (Fig. 230) angreifenden Kräfte ſind im Gleichgewicht; die algebraiſche Summe aller wagrechten Seitenkräfte iſt demnach gleich Null; mithin

$$0 = Y\cos\varphi + X_m - X_{m-1}, \quad \text{woraus} \quad Y = -\frac{X_m - X_{m-1}}{\cos\varphi} \quad \ldots \quad 254.$$

Für die Beſtimmung der Spannungen in den Pfoſten iſt der Schnitt ſchief zu legen (Fig. 231). Der conjugirte Punkt für den Pfoſten EG iſt N. Bezeichnet

$- M_2$ das Moment der am Bruchſtück wirkenden äuſseren Kräfte für N als Drehpunkt, ſo wird

$$0 = - V(\lambda_1 + c_1) - M_2, \quad \text{woraus} \quad V = - \frac{M_2}{\lambda_1 + c_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 255.$$

Falls der conjugirte Punkt nach rechts vom rechten Auflager fällt, ergiebt ſich eine geringe Abänderung der Gleichung 255.

Ein für manche Fälle bequemerer Ausdruck wird wiederum durch Betrachtung des Knotenpunktes an der geraden Gurtung erhalten. Es ergiebt ſich, da die Kräfte an demſelben im Gleichgewicht ſind,

$$0 = Y \sin \varphi + V + P, \quad \text{woraus} \quad V = -(Y \sin \varphi + P) \quad . \quad . \quad . \quad 256.$$

a) Das Eigengewicht, bezw. eine gleichmäſsig über den ganzen Parabelträger vertheilte Laſt p für die Längeneinheit erzeugt in allen Diagonalen die Spannung Null. Denn bei dieſer Belaſtung iſt nach Art. 190 (S. 191) die Gurtungsſpannung X conſtant, alſo $X_m = X_{m-1}$, mithin nach Gleichung 254: $Y = 0$.

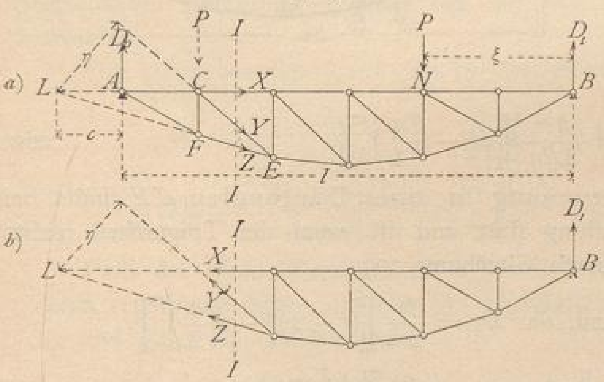
Die Spannung in den Pfoſten ergiebt ſich nach Gleichung 256, da $Y = 0$ und $P = pa$ (bezw. ga) iſt, zu

$$V_p = - pa, \quad \text{bezw.} \quad V_g = - ga \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 257.$$

Die Spannung in den Pfoſten iſt ſonach beim Parabelträger und der angegebenen Belaſtung gleich der im Knotenpunkte der geraden Gurtung wirkenden Laſt, und zwar Druck, wenn, wie hier angenommen iſt, die obere gerade Gurtung belaſtet iſt.

b) Ungünſtigſte Belaſtungen und gröſste Stabſpannungen der Gitterſtäbe. Die ungünſtigſte Belaſtung für eine Diagonale CE (Fig. 232) wird folgendermaſsen erhalten. Eine rechts von dem durch die Diagonale verlaufenden Schnitte II gelegene Laſt P erzeugt in A den Auflagerdruck $D_0 = \frac{P\xi}{l}$ und in CE eine Diagonalſpannung Y, die aus der Momentengleichung für Punkt L und das links vom Schnitte liegende Bruchſtück folgt:

Fig. 232.



$$0 = Y\eta - D_0 c,$$

woraus

$$Y = \frac{D_0 c}{\eta} = \frac{P \xi c}{l \eta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 258.$$

So lange ſich die Laſt rechts vom Schnitt II befindet, gilt der hier für Y gefundene Ausdruck. Jede Laſt rechts vom Schnitt erzeugt alſo in CE einen Zug.

Befindet ſich die Laſt P links vom Schnitte II, ſo betrachte man das Bruchſtück an der rechten Seite des Schnittes (Fig. 232 b). Auf daſſelbe wirken der Auflagerdruck D_1 in B und die drei Spannungen X, Y' und Z; die Gleichung der ſtatiſchen Momente für L als Drehpunkt heiſst dann:

$$0 = Y'\eta + D_1 (l + c), \quad \text{woraus} \quad Y' = - \frac{D_1 (l + c)}{\eta} \quad . \quad . \quad . \quad 259.$$

Die Laſt P links von II erzeugt alſo in der Diagonale Druck und in gleicher Weiſe jede links vom Schnitt liegende Laſt.

Für die rechts von der Mitte gelegenen Diagonalen, bei welchen der Momentenpunkt rechts von B liegt, ergiebt fich die gleiche Gefetzmäfsigkeit.

Es folgt, dafs auch hier das für die Parallelträger (Art. 179, S. 177) gefundene Gefetz gilt: Jede Belaftung zwifchen dem durch die Diagonalenmitte gelegten lothrechten Schnitte und demjenigen Auflager, nach welchem der Fufspunkt der Diagonalen hinweist, erzeugt in derfelben Zug; jede Belaftung zwifchen dem erwähnten Schnitte und demjenigen Auflager, nach welchem der Kopf der Diagonale hinweist, erzeugt in derfelben Druck.

Gröfster Zug findet demnach in einer Diagonalen dann ftatt, wenn alle Knotenpunkte zwifchen dem Schnitte und demjenigen Auflager belaftet find, nach welchem der Fufs der Diagonale hinweist; gröfster Druck, wenn die Knotenpunkte zwifchen dem Schnitte und demjenigen Auflager belaftet find, nach welchem der Kopf der Diagonalen hinweist.

Fig. 233.

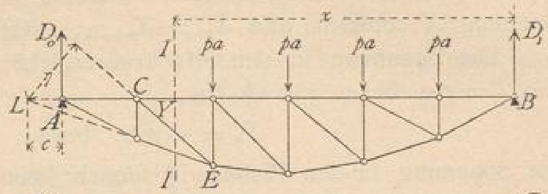
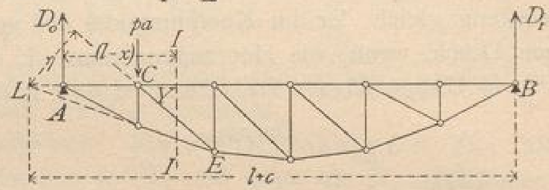


Fig. 234.



Die gröfste Zugbeanfpruchung in einer Diagonalen CE findet daher bei der in Fig. 233 gezeichneten Belaftung ftatt; fie ift

$$Y_{max} = \frac{D_0\, c}{\eta}.$$

Genau, wie in Art. 179 (S. 177), erhält man für den Auflagerdruck:

$$D_0 = \frac{p}{2\,l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right],$$

alfo

$$Y_{max} = \frac{p\,c}{2\,l\,\eta}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad \ldots \ldots \ldots \quad 260.$$

Die gröfste Druckbeanfpruchung in einer Diagonalen CE findet bei der in Fig. 234 gezeichneten Belaftung ftatt und ift (wenn der Trägertheil rechts vom Schnitte II betrachtet wird) nach Gleichung 259

$$Y_{min} = -D_1\left(\frac{l+c}{\eta}\right) \quad \text{und, da} \quad D_1 = \frac{p}{2\,l}\left[(l-x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right],$$

$$Y_{min} = -\frac{p}{2\,l}\left[(l-x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\left(\frac{l+c}{\eta}\right) \quad \ldots \ldots \quad 261.$$

Die Gleichungen 260 u. 261 gelten, wenn die Diagonalen, wie hier, nach rechts fallen, nur für diejenigen links der Mitte; für die Diagonalen rechts der Mitte, bei denen der Momentenpunkt rechts von B fällt, ergeben fich folgende Werthe, in denen η_1 den Hebelsarm von Y, c_2 den Abftand des Momentenpunktes von B bedeutet:

$$Y_{max} = \frac{p}{2\,l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\frac{l+c_2}{\eta_1} \quad \text{und} \quad Y_{min} = -\frac{p}{2\,l}\left[(l-x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\frac{c_2}{\eta_1}. \quad 262.$$

Bei der angenommenen Belaftungsart genügt es, entweder Y_{max} oder Y_{min} auszurechnen; denn für die Belaftung aller Knotenpunkte mit je pa ift die Diagonalfpannung (fiehe oben) gleich Null. Sind nur die Knotenpunkte der Druckabtheilung belaftet, fo ift die Spannung in der Diagonalen gleich Y_{min}; find nur die Knotenpunkte der Zugabtheilung belaftet, fo ift die Spannung gleich Y_{max}. Bei voller Belaftung ift die Spannung $Y_{summa} = Y_{max} + Y_{min}$, und zwar ift $Y_{summa} = 0$, d. h. $0 = Y_{max} + Y_{min}$ und $Y_{min} = -Y_{max}$.

Um die ungünftigfte Belaftung der Pfoften zu ermitteln, verfährt man eben fo, wie bei den Diagonalen gezeigt ift. Man findet, dafs Diagonale und Pfoften, welche an einem Knotenpunkte der unbelafteten Gurtung zufammentreffen, diefelbe ungünftigfte Belaftungsart haben; nur findet im Pfoften gröfster Druck ftatt bei derjenigen Belaftung, welche in der entfprechenden Diagonalen gröfsten Zug

Fig. 235.

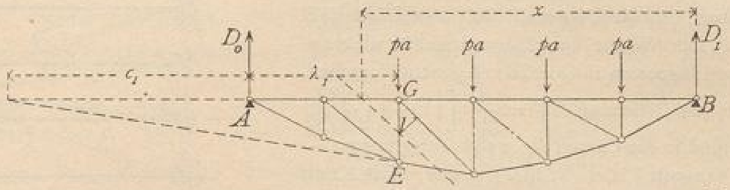
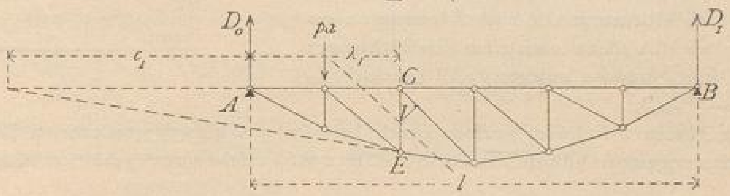


Fig. 236.



erzeugt und umgekehrt. Somit wird gröfster Druck in GE bei der in Fig. 235 gezeichneten Belaftung, gröfster Zug bei der in Fig. 236 gezeichneten Belaftung ftattfinden.

Die gröfsten Spannungen in den Pfoften ergeben fich mit

$$\left.\begin{aligned} V_{min} &= -\frac{D_0 c_1}{\lambda_1 + c_1} = -\frac{p}{2l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\frac{c_1}{\lambda_1 + c_1} \\ V_{max} &= \frac{D_1 (l + c_1)}{\lambda_1 + c_1} = \frac{p}{2l}\left[(l - x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\frac{l + c_1}{\lambda_1 + c_1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 263.$$

Falls der Momentenpunkt um c_1' nach rechts von B fällt, was hier bei allen Pfoften rechts der Mitte, einfchl. der Mittelpfoften, ftattfindet, fo ergeben fich für V_{min} und V_{max} die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} V'_{min} &= -\frac{D_0 (l + c_1')}{c_1' + l - \lambda_1} = -\frac{p}{2l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\frac{l + c_1'}{c_1' + l - \lambda_1} \\ V'_{max} &= \frac{D_1 c_1'}{c_1' + l - \lambda_1} = \frac{p}{2l}\left[(l - x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\frac{c_1'}{c_1' + l - \lambda_1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 264.$$

c) Bei entgegengefetzter Richtung der Diagonalen ergeben fich nur geringe Aenderungen, welche leicht aus Vorftehendem folgen.

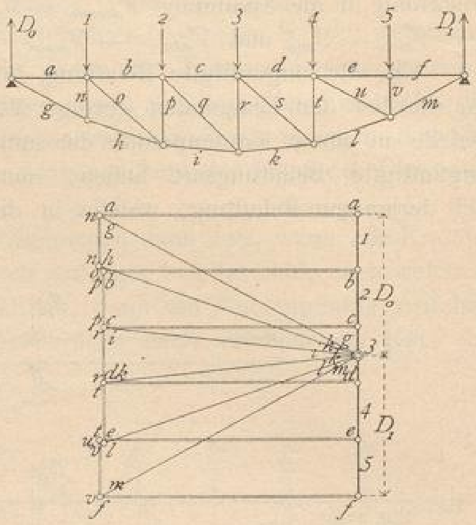
Die Spannungen durch eine oder mehrere Einzellaften find gleichfalls nach einem der in Art. 172 u. 173 (S. 170) angegebenen Verfahren leicht zu finden.

γ) Graphifche Ermittelung der Spannungen. Wird eine gleichmäfsig vertheilte Belaftung (Eigengewicht, bezw. volle zufällige Belaftung) vorausgefetzt, fo ergiebt der in Fig. 237 gezeichnete *Cremona*'fche Kräfteplan fofort die Spannungen. 192. Graphifche Ermittelung der Spannungen.

Was die durch zufällige Belaftung erzeugten Maximalfpannungen betrifft, fo ergeben fich die gröfsten Gurtungsfpannungen aus dem eben erwähnten Kräfteplan (Fig. 237), falls eine Belaftung des ganzen Trägers mit der Laft p für die Längeneinheit zu Grunde gelegt wird.

Zur Beftimmung der gröfsten Diagonalfpannungen, welche bei den oben angegebenen Belaftungen ftattfinden, empfiehlt fich die Schnittmethode.

Fig. 237.



Auf das Trägerftück links vom Schnitte II wirken bei der in Fig. 238 a gezeichneten gröfsten Zugbelaftung für die Diagonale CE die Kräfte D_0, X, Y, Z. Die Werthe von D_0, welche für die verfchiedenen Diagonalen zu Grunde zu legen find, ergeben fich aus der Gleichung $D_0 = \frac{p}{2l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]$; diefelben find in der Curve (Fig. 238 b) aufgetragen. — Für die Diagonale CE z. B. ift $D_0 = mn$; diefe Kraft ift nach den Richtungen AE und X zerlegt in no und om; no ift alsdann noch nach den Richtungen Z und Y in np und po zerlegt; po ift gleich Y_{max} ($Y_{min} = - Y_{max}$).

Im Pfoften CF findet gröfster Druck bei der in Fig. 239 gezeichneten Belaftung ftatt. D_0 ift hier gleich derjenigen Ordinate der Curve in Fig. 238 b, welche zu x' gehört, d. h. gleich rs. Nun wird

Fig. 238.

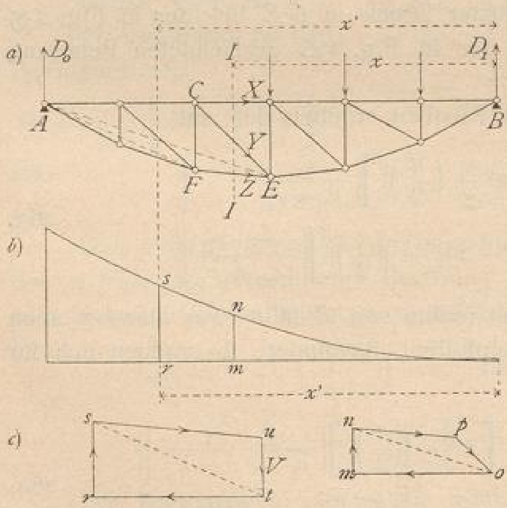


Fig. 239.

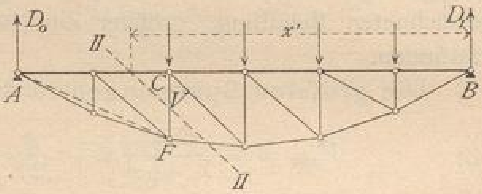
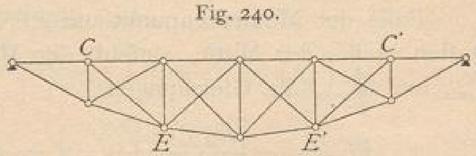


Fig. 240.



genau wie oben zerlegt. Es wird $V_{min} = ut$. Entfprechend ift der gröfste in CF auftretende Zug zu ermitteln.

193. Gegen-diagonalen. δ) Träger mit Gegendiagonalen. Durch die Verkehrslaft erhält jede Diagonale fowohl Zug wie Druck, durch das Eigengewicht gar keine Spannung. Die ungünftigften Zug-, bezw. Druckfpannungen find alfo genau fo grofs, wie diejenigen durch die ungünftigften Verkehrslaften. Sollen nur gezogene Diagonalen vorkommen, fo wird nach Art. 186 (S. 187) in jedem Felde eine Gegendiagonale angeordnet werden müffen. Man erhält die in Fig. 240 gezeichnete Trägerform. Die Gegendiagonale $C'E'$ wird genau eben fo beanfprucht, wie die fymmetrifch zur Mitte liegende Hauptdiagonale CE des Trägers mit einfeitig fallenden Diagonalen.

Daffelbe gilt von allen Gegendiagonalen; fomit wird die Berechnung eines Trägers mit nach einer Richtung fallenden Diagonalen genügen.

Beifpiel. Ein als Unterzug dienender Parabelträger mit gerader oberer und gekrümmter unterer Gurtung hat die nachfolgenden Hauptabmeffungen und Belaftungen: Stützweite $l = 12{,}0$ m; Pfeilhöhe $h = 1{,}20$ m; Feldweite $a = 1{,}00$ m; Eigengewicht für das laufende Meter des Trägers $g = 320$ kg, alfo $ga = 320$ kg; Verkehrslaft für das laufende Meter des Trägers $p = 1280$ kg, alfo $pa = 1280$ kg. Der Träger hat ein aus Pfoften und Diagonalen beftehendes Gitterwerk; die Diagonalen fallen beiderfeits nach der Mitte zu; der Träger ift alfo zur Mitte fymmetrifch angeordnet. Die in den einzelnen Stäben entftehenden Spannungen find zu ermitteln. Wegen der Symmetrie des Trägers braucht man nur die Spannungen in den Stäben links der Mitte zu beftimmen; die fymmetrifch zur Mitte liegenden Stäbe erhalten gleiche Beanfpruchungen. 194. Beifpiel.

a) Form der unteren Gurtung. Die Parabel-Ordinaten ergeben fich nach Gleichung 247 aus der Beziehung $y = \frac{4 \cdot 1{,}2}{144} x (12 - x) = 0{,}033\, x (12 - x)$. Man erhält:

für $x =$ 1 m 2 m 3 m 4 m 5 m 6 m 7 m 8 m 9 m 10 m 11 m
$y =$ 0,36 m 0,66 m 0,89 m 1,06 m 1,16 m 1,2 m 1,16 m 1,06 m 0,89 m 0,66 m 0,36 m.

b) Spannungen in der oberen Gurtung. Durch das Eigengewicht, bezw. volle zufällige Belaftung entfteht in fämmtlichen Stäben der oberen Gurtung eine Spannung nach Gleichung 251

$$X_g = -\frac{320 \cdot 12^2}{8 \cdot 1{,}2} = -4800 \text{ kg} \quad \text{und} \quad X_p = -\frac{1280 \cdot 12^2}{8 \cdot 1{,}2} = -19200 \text{ kg}.$$

X_p ift zugleich die gröfste durch zufällige Belaftung entftehende Spannung.

c) Spannungen in der unteren Gurtung. Nach Gleichung 252 find

$$Z_g = 4800 \sqrt{1 + \left(\frac{y' - y}{a}\right)^2} \quad \text{und} \quad Z_p = 19200 \sqrt{1 + \left(\frac{y' - y}{a}\right)^2}.$$

Hiernach erhält man die in der linksfeitigen Hälfte der nächftfolgenden Tabelle zufammengeftellten Ergebniffe. Die Werthe Z_p find zugleich die gröfsten durch die zufällige Laft entftehenden Spannungen.

d) Spannungen in den Diagonalen. Die Spannungen durch das Eigengewicht find gleich Null (fiehe Art. 191, S. 192). Die durch Verkehrslaft erzeugten gröfsten Zug- und Druckfpannungen find für die Diagonalen links der Mitte nach Gleichung 260 u. 261

$$Y_{max} = \frac{1280}{2 \cdot 12} (x^2 - 0{,}25) \frac{c}{\eta} = 53{,}33 \frac{c}{\eta} (x^2 - 0{,}25) \quad \text{und} \quad Y_{min} = -53{,}33 \left[(l - x)^2 - 0{,}25\right] \frac{l + c}{\eta}.$$

Die Gröfsen c und η können berechnet oder conftruirt werden; die Werthe für c werden beffer berechnet, weil die Zeichnung wegen der fpitzen Schnittwinkel der Gurtungsftabrichtungen nicht genaue Werthe ergiebt. Man erhält mit Hilfe ähnlicher Dreiecke leicht

$$\frac{c_2 + a}{y_1} = \frac{a}{y_2 - y_1}; \quad \frac{c_3 + 2a}{y_2} = \frac{a}{y_3 - y_2}; \quad \frac{c_4 + 3a}{y_3} = \frac{a}{y_4 - y_3} \text{ u. f. w.}$$

Die Werthe für η können in ähnlicher Weife leicht berechnet werden; doch kann man, befonders wenn c berechnet und der Schnittpunkt entfprechend den Rechnungsergebniffen aufgetragen wird, die η mit hinreichender Genauigkeit conftruiren. Die Werthe für c, η, x, Y_{max} und Y_{min} find in nachftehender Tabelle zufammengeftellt.

Stab Nr.	y'	y	Z_g	Z_p	Diagonale Feld-Nr.	c	η	x	Y_{max}	Y_{min}
1	0,36	0,0	5102	20410	2	0,2	0,66	10,5	+ 1777	− 1971
2	0,66	0,36	5011	20045	3	0,87	1,91	9,5	+ 2186	− 2156
3	0,89	0,66	4925	19699	4	2,23	3,8	8,5	+ 2304	− 2396
4	1,06	0,89	4867	19469	5	6,6	8,03	7,5	+ 2449	− 2460
5	1,16	1,06	4824	19296	6	24	22,3	6,5	+ 2410	− 2582
6	1,20	1,16	4804	19216						
	Meter		Kilogramm			Meter			Kilogramm	

Nach Art. 191 (S. 192) müffen die abfoluten Werthe von V_{max} und V_{min} einander gleich fein; dies ift hier nicht der Fall, was feinen Grund darin hat, dafs nicht die genauen Parabel-Ordinaten der Berechnung zu Grunde gelegt find, fondern eine Abrundung auf zwei Decimalen ftattgefunden hat. Aus demfelben Grunde würden fich auch die durch das Eigengewicht erzeugten Spannungen nicht genau gleich Null ergeben, wenn man fie nach Gleichung 253 berechnete. Immerhin ergeben fich diefe Unterfchiede fo gering, dafs fie vernachläffigt werden können.

e) Spannungen in den Pfoften. Durch das Eigengewicht entfteht in jedem Pfoften nach Art. 191 (S. 193) der Druck $V = -320$ kg. Die durch Verkehrslaft in den Pfoften links der Mitte erzeugten Maximalfpannungen find nach Gleichung 263

$$V_{min} = -53{,}33\,(x^2 - 0{,}25)\,\frac{c_1}{\lambda + c_1} \quad \text{und} \quad V_{max} = +53{,}33\left[(l - x)^2 - 0{,}25\right]\frac{12 + c_1}{\lambda_1 + c_1}.$$

Man erhält die in folgender Tabelle zufammengeftellten Werthe von c_1, λ_1, x, $(l - x)$, V_{min} und V_{max}. Der 6. (der Mittel-) Pfoften, an deffen Fufspunkt fich die beiden Diagonalen der anfchliefsenden Felder fchneiden, kann nicht nach den obigen Gleichungen berechnet werden, da die dort für den Schnitt gemachten Vorausfetzungen hier nicht zutreffen. Da aber im oberen Knotenpunkte derfelben keine Diagonale anfetzt, fo kann diefelbe nur die Kräfte aufnehmen, welche unmittelbar in derfelben wirken, d. h. der gröfste Druck ift gleich der Knotenpunktsbelaftung dafelbft.

Pfoften Nr.	c_1	λ_1	x	$l - x$	V_{min}	V_{max}
1	0,2	1,0	11,5	0,5	— 1173	0
2	0,87	2,0	10,5	1,5	— 1778	+ 478
3	2,23	3,0	9,5	2,5	— 2047	+ 870
4	6,60	4,0	8,5	3,5	— 2391	+ 1123
5	24	5,0	7,5	4,5	— 2469	+ 1324
6	—	—	—	—	— 1280	0
	Meter				Kilogramm	

f) Zur Beftimmung der Querfchnitte nach den Gleichungen 42 bis 48 (fiehe Art. 84 u. 85, S. 62 u. 63) dient die Zufammenftellung in der folgenden Tabelle:

Obere Gurtung: Druck			Untere Gurtung: Zug			Diagonalen:				Pfoften: Druck überwiegt			
Stab Nr.	P_0	P_1	Stab Nr	P_0	P_1	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2
1 u. 12	— 4800	— 19200	1 u. 12	5102	20410					1 u. 11	— 320	— 1173	0
2 u. 11	— 4800	— 19200	2 u. 11	5011	20045	2 u. 11	0	1777	— 1971	2 u. 10	— 320	— 1778	478
3 u. 10	— 4800	— 19200	3 u. 10	4925	19699	3 u. 10	0	2186	— 2156	3 u. 9	— 320	— 2047	870
4 u. 9	— 4800	— 19200	4 u. 9	4867	19469	4 u. 9	0	2304	— 2396	4 u. 8	— 320	— 2301	1123
5 u. 8	— 4800	— 19200	5 u. 8	4824	19296	5 u. 8	0	2449	— 2460	5 u. 7	— 320	— 2469	1324
6 u. 7	— 4800	— 19200	6 u. 7	4804	19216	6 u. 7	0	2410	— 2582	6	— 320	— 1280	0
	Kilogr.			Kilogr.			Kilogramm				Kilogramm		

In die Gleichungen 42 bis 48 find die abfoluten Zahlenwerthe für P_0, P_1 und P_2 einzufetzen.

6) Dreieckträger.

195. Trägerformen. Dreieck- und Trapezträger find, wie bereits in Art. 167 (S. 168) gefagt wurde, Träger, deren Gurtungen ein Dreieck, bezw. ein Paralleltrapez bilden. Die eine Gurtung zeigt eine gerade, die andere eine gebrochene Linie. Ift die untere Gurtung gerade, fo erhält man die unter dem Namen des einfachen, bezw. doppelten Hängebockes bekannte Trägerform (Fig. 241 *a*, bezw. 242 *a*) — nicht zu verwechfeln mit den Hängewerksträgern, welche nach Art. 150 (S. 140) von den hier betrachteten