Die Statik der Hochbau-Constructionen

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

6) Dreieckträger

urn:nbn:de:hbz:466:1-77733

Nach Art. 191 (S. 192) müffen die abfoluten Werthe von V_{max} und V_{min} einander gleich fein; dies ift hier nicht der Fall, was feinen Grund darin hat, dafs nicht die genauen Parabel-Ordinaten der Berechnung zu Grunde gelegt find, fondern eine Abrundung auf zwei Decimalen ftattgefunden hat. Aus demfelben Grunde würden fich auch die durch das Eigengewicht erzeugten Spannungen nicht genau gleich Null ergeben, wenn man fie nach Gleichung 253 berechnete. Immerhin ergeben fich diefe Unterfchiede fo gering, dafs fie vernachläffigt werden können.

e) Spannungen in den Pfoften. Durch das Eigengewicht entfteht in jedem Pfoften nach Art. 191 (S. 193) der Druck $V = -320$ kg. Die durch Verkehrslaft in den Pfoften links der Mitte erzeugten Maximalfpannungen find nach Gleichung 263

$$V_{min} = -53{,}33\ (x^2 - 0{,}25)\ \frac{c_1}{\lambda + c_1} \quad \text{und} \quad V_{max} = +53{,}33\ \left[(l - x)^2 - 0{,}25\right] \frac{12 + c_1}{\lambda_1 + c_1}.$$

Man erhält die in folgender Tabelle zufammengeftellten Werthe von c_1, λ_1, x, $(l - x)$, V_{min} und V_{max}. Der 6. (der Mittel-) Pfoften, an deffen Fufspunkt fich die beiden Diagonalen der anfchliefsenden Felder fchneiden, kann nicht nach den obigen Gleichungen berechnet werden, da die dort für den Schnitt gemachten Vorausfetzungen hier nicht zutreffen. Da aber im oberen Knotenpunkte derfelben keine Diagonale anfetzt, fo kann diefelbe nur die Kräfte aufnehmen, welche unmittelbar in derfelben wirken, d. h. der gröfste Druck ift gleich der Knotenpunktsbelaftung dafelbft.

Pfoften Nr.	c_1	λ_1	x	$l - x$	V_{min}	V_{max}
1	0,2	1,0	11,5	0,5	— 1173	0
2	0,87	2,0	10,5	1,5	— 1778	+ 478
3	2,23	3,0	9,5	2,5	— 2047	+ 870
4	6,60	4,0	8,5	3,5	— 2391	+ 1123
5	24	5,0	7,5	4,5	— 2469	+ 1324
6	—	—	—	—	— 1280	0
	Meter				Kilogramm	

f) Zur Beftimmung der Querfchnitte nach den Gleichungen 42 bis 48 (fiehe Art. 84 u. 85, S. 62 u. 63) dient die Zufammenftellung in der folgenden Tabelle:

Obere Gurtung: Druck			Untere Gurtung: Zug			Diagonalen:				Pfoften: Druck überwiegt			
Stab Nr.	P_0	P_1	Stab Nr	P_0	P_1	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2
1 u. 12	— 4800	— 19 200	1 u. 12	5102	20 410					1 u. 11	— 320	— 1173	0
2 u. 11	— 4800	— 19 200	2 u. 11	5011	20 045	2 u. 11	0	1777	— 1971	2 u. 10	— 320	— 1778	478
3 u. 10	— 4800	— 19 200	3 u. 10	4925	19 699	3 u. 10	0	2186	— 2156	3 u. 9	— 320	— 2047	870
4 u. 9	— 4800	— 19 200	4 u. 9	4867	19 469	4 u. 9	0	2304	— 2396	4 u. 8	— 320	— 2301	1123
5 u. 8	— 4800	— 19 200	5 u. 8	4824	19 296	5 u. 8	0	2449	— 2460	5 u. 7	— 320	— 2469	1324
6 u. 7	— 4800	— 19 200	6 u. 7	4804	19 216	6 u. 7	0	2410	— 2582	6	— 320	— 1280	0
	Kilogr.			Kilogr.			Kilogramm				Kilogramm		

In die Gleichungen 42 bis 48 find die abfoluten Zahlenwerthe für P_0, P_1 und P_2 einzufetzen.

6) Dreieckträger.

195. Trägerformen. Dreieck- und Trapezträger find, wie bereits in Art. 167 (S. 168) gefagt wurde, Träger, deren Gurtungen ein Dreieck, bezw. ein Paralleltrapez bilden. Die eine Gurtung zeigt eine gerade, die andere eine gebrochene Linie. Ift die untere Gurtung gerade, fo erhält man die unter dem Namen des einfachen, bezw. doppelten Hängebockes bekannte Trägerform (Fig. 241 *a*, bezw. 242 *a*) — nicht zu verwechfeln mit den Hängewerksträgern, welche nach Art. 150 (S. 140) von den hier betrachteten

Fig. 241.

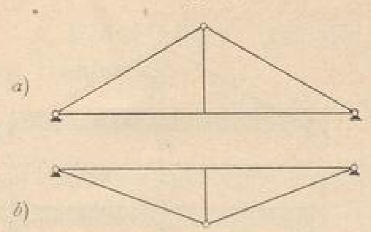
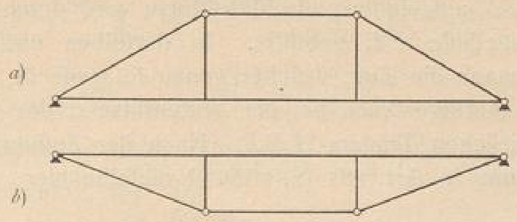


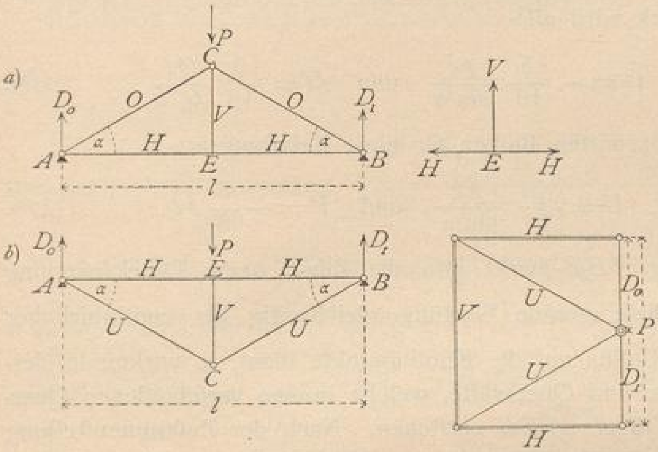
Fig. 242.



wesentlich verschieden sind. Ist die obere Gurtung gerade, so erhält man die unter dem Namen des armirten Balkens bekannte Trägeranordnung (Fig. 241 *b* u. 242 *b*).

α) Belastung durch Einzellast (Fig. 243). Wenn im Knotenpunkte C oder E des Hängebockes (Fig. 243 *a*) die Last P wirkt, so wird der Auflagerdruck 196. Belastung durch Einzellast.

Fig. 243.



$$D_0 = D_1 = \frac{P}{2}.$$

Die im Punkte A wirkenden drei Kräfte D_0, O und H halten einander im Gleichgewicht; demnach sind die algebraischen Summen der in diesem Knotenpunkte wirkenden wagrechten, bezw. lothrechten Seitenkräfte je gleich Null, d. h. es ist

$$0 = D_0 + O \sin \alpha, \quad \text{woraus} \quad O = -\frac{P}{2 \sin \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 265.$$

$$0 = O \cos \alpha + H, \quad \text{woraus} \quad H = \frac{P}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 266.$$

Die Spannungen der symmetrisch zur Mitte liegenden Stäbe sind gleich.

Falls die Last P im Punkte C angreift, so ergiebt sich als Gleichgewichtsbedingung für den Punkt E die Beziehung $0 = V$; falls P in E angreift, so heisst die Gleichgewichtsbedingung: $0 = V - P$, woraus

$$V = P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 267.$$

Eben so ergiebt sich für den armirten Träger (Fig. 243 *b*)

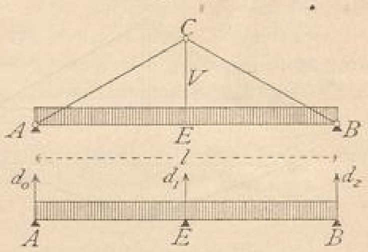
$$U = \frac{P}{2 \sin \alpha}, \quad H = -\frac{P}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad \text{und} \quad V = -P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 268.$$

Die Construction der Spannungen ergiebt den Kräfteplan in Fig. 243, welcher ohne weitere Erläuterung verständlich ist.

β) Gleichförmig vertheilte volle Belastung. Wird der Berechnung eine gleichförmig vertheilte Belastung zu Grunde gelegt, so ist die volle Belastung für die Stabspannungen auch die ungünstigste; denn jede Last, wo sie auch liegen möge, erzeugt in A und B (Fig. 244) Auflagerdruck, also in den Stäben der oberen Gurtung Druck, in denen der unteren Gurtung Zug. Bei dieser Belastung ist AEB 197. Gleichförmig vertheilte Belastung.

wie ein continuirlicher Balken auf drei Stützen A, E und B aufzufaſſen; die Mittelſtütze wird durch die Hängeſäule CE gebildet. In derſelben entſteht demnach ein Zug, welcher genau ſo groſs iſt, wie der Auflagerdruck bei der Mittelſtütze E des continuirlichen Trägers AEB. Nach der Zuſammenſtellung in Art. 165 (S. 166) iſt dieſelbe hier

Fig. 244.



$$d_1 = 1{,}25\, p \frac{l}{2} = \frac{5}{8} p\, l,$$

während $d_0 = d_2 = 0{,}375\, p \frac{l}{2} = \frac{3}{16} p\, l$ iſt; die letzteren Drücke werden vom Auflager aufgenommen und belaſten den Träger nicht. Die Stabſpannungen werden demnach die unter α gefundenen Werthe haben, wenn ſtatt P die Gröſse $\frac{5}{8} p l$ eingeſetzt wird. Beim Hängebock wird alſo

$$V = P = \frac{5}{8} p\, l, \quad O = -\frac{5}{16} \frac{p l}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad H = \frac{5}{16} \frac{p l}{\operatorname{tg} \alpha} \quad . \quad . \quad 269.$$

Eben ſo ergiebt ſich im armirten Balken für dieſe Belaſtungsart

$$H = -\frac{5}{16} \frac{p l}{\operatorname{tg} \alpha}, \quad U = \frac{5}{16} \frac{p l}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad V = -\frac{5}{8} p l \quad . \quad . \quad . \quad 270.$$

In der geraden Gurtung AEB wirkt alſo die Zug-, bezw. Druckſpannung $H = \pm \frac{5}{16} \frac{p l}{\operatorname{tg} \alpha}$; da aber dieſe gerade Gurtung gleichzeitig als continuirlicher Träger zum Uebertragen der Laſten auf die Knotenpunkte dient, ſo wirken in derſelben auch noch die Momente und Querkräfte, welche in den verſchiedenen Querſchnitten des continuirlichen Trägers AEB entſtehen. Nach der Zuſammenſtellung in Art. 165 (S. 166) findet das gröſste Moment am Mittelauflager ſtatt, und dasſelbe iſt

$$M_1 = 0{,}125\, p \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{p\, l^2}{32}.$$

198. Querſchnitts-beſtimmung.

γ) Querſchnittsbeſtimmung. Die Querſchnitte der nur gezogenen, bezw. nur gedrückten Stäbe ergeben ſich leicht, wie in Art. 82 bis 86 (S. 59 ff.) und im vorhergehenden Kapitel angegeben iſt. Der Querſchnitt der geraden Gurtung AEB iſt für die gemeinſame Beanſpruchung durch Zug, bezw. Druck und die Momente zu conſtruiren. Wird der ganze Querſchnitt (für Holz) als conſtant angenommen, ſo iſt das gröſste im Balken wirkende Moment der Berechnung zu Grunde zu legen. An der Stelle, wo das gröſste Moment M_{max} wirkt, iſt die gröſste in den äuſserſten Querſchnittspunkten ſtattfindende Axialſpannung für die Flächeneinheit nach Gleichung 54 (S. 75)

$$\sigma_{max} = \pm \left(\frac{H}{F} + \frac{M_{max}\, a}{J} \right).$$

Beim Rechteckquerſchnitt iſt $F = b\, h$, und $\frac{J}{a} = \frac{b\, h^2}{6}$; wenn noch ſtatt σ_{max} die gröſste zuläſſige Spannung K eingeführt wird, ſo ergiebt ſich als Bedingungsgleichung für den Querſchnitt:

$$K = \pm \left(\frac{H}{b\, h} + \frac{6\, M_{max}}{b\, h^2} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 271.$$

In dieſer Gleichung ſind b und h unbekannt. Man nimmt zunächſt für b einen Werth probeweiſe an und beſtimmt h aus Gleichung 271; ergiebt ſich für h eine unzweckmäſsige Gröſse, ſo nehme man für b einen anderen Werth an und beſtimme wiederum h nach Gleichung 271. Meiſtens werden ſich bei der zweiten Rechnung entſprechende Werthe für b und h ergeben.

7) Trapezträger.

α) Einzellaften. Für die Belaftungen in Fig. 245 a find die Auflagerdrücke beim Hängebock 199. Einzellaften.

$$D_0 = \frac{P_2 a + P_1 (a+b)}{l} \quad \text{und} \quad D_1 = \frac{P_1 a + P_2 (a+b)}{l}.$$

Die Stabfpannungen ergeben fich dann durch Auffttellung der Gleichgewichtsbedingungen für die einzelnen Knotenpunkte, wie folgt:

Fig. 245 a.

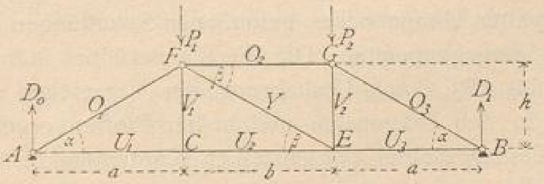
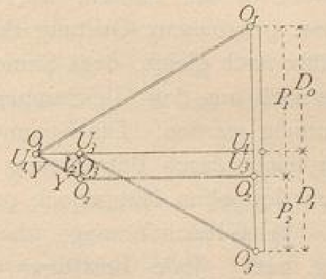


Fig. 245 b.



$$0 = D_0 + O_1 \sin\alpha, \text{ woraus } O_1 = -\frac{P_2 a + P_1 (a+b)}{l \sin\alpha} \quad \ldots\ldots \quad 272.$$

$$0 = O_1 \cos\alpha + U_1, \text{ woraus } U_1 = \frac{P_2 a + P_1 (a+b)}{l \operatorname{tg}\alpha} = [P_2 a + P_1 (a+b)] \frac{a}{lh} \quad 273.$$

$$0 = U_1 - U_2, \text{ woraus } U_2 = U_1 = [P_2 a + P_1 (a+b)] \frac{a}{lh} \quad \ldots\ldots \quad 274.$$

$$0 = D_1 + O_3 \sin\alpha, \text{ woraus } O_3 = -\frac{P_1 a + P_2 (a+b)}{l \sin\alpha} \quad \ldots\ldots \quad 275.$$

$$0 = U_3 + O_3 \cos\alpha, \text{ woraus } U_3 = \frac{P_1 a + P_2 (a+b)}{l \operatorname{tg}\alpha} = [P_1 a + P_2 (a+b)] \frac{a}{lh} \quad 276.$$

$$0 = O_2 - O_3 \cos\alpha, \text{ woraus } O_2 = -\frac{P_1 a + P_2 (a+b)}{l \operatorname{tg} a} = -[P_1 a + P_2 (a+b)] \frac{a}{lh} \quad 277.$$

$$0 = V_1 \text{ (falls die Laft } P_1 \text{ in } C \text{ wirkt, fo ift } V_1' = P_1) \quad \ldots\ldots \quad 278.$$

$$0 = P_2 + V_2 + O_3 \sin\alpha, \text{ woraus } V_2 = (P_1 - P_2) \frac{a}{l} \quad \ldots\ldots \quad 279.$$

Falls die Laft P_2 in E wirkt, fo wird

$$0 = V_2' + O_3 \sin\alpha, \text{ woraus } V_2' = \frac{P_1 a + P_2 (a+b)}{l} \quad \ldots\ldots \quad 280.$$

$$0 = U_2 + Y \cos\beta - U_3, \text{ woraus } Y = -\frac{U_2 - U_3}{\cos\beta} = -\frac{ab}{lh \cos\beta} (P_1 - P_2),$$

$$Y = +(P_2 - P_1) \frac{a}{l \sin\beta} \quad \ldots\ldots \quad 281.$$

Falls die Laften in der unteren Gurtung, in C und E, angreifen, fo wird

$$Y' \sin\beta + V_2' - P_2 = 0, \text{ woraus } Y' = \frac{P_2 - V_2'}{\sin\beta} = \frac{P_2}{\sin\beta} - \frac{P_1 a + P_2 (a+b)}{l \sin\beta},$$

$$Y' = (P_2 - P_1) \frac{a}{l \sin\beta}, \quad \ldots\ldots \quad 282.$$

d. h. eben fo grofs, wie in Gleichung 281.