



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik der Hochbau-Constructions

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

1. Kap. Belastungen und Auflagerdrücke

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77733](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77733)

Fig. 247.

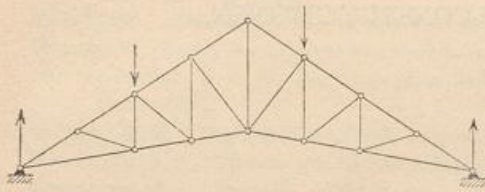
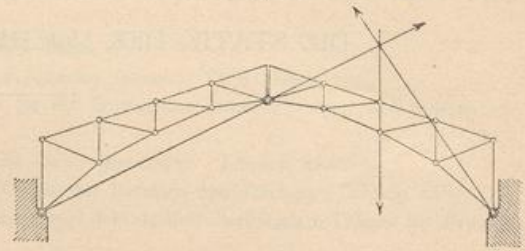


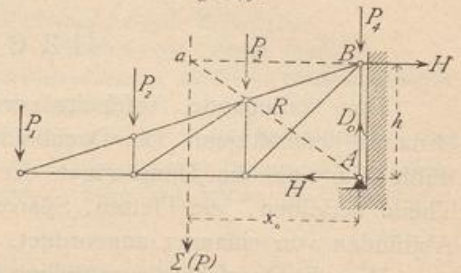
Fig. 248.



3) Ausleger- oder Kragdächer oder Dächer, auf deren Binder an den Unterstützungsstellen ein Stützendruck und ein Moment wirkt (Fig. 249).

Im Vorliegenden sollen nur diejenigen Dachbinder behandelt werden, deren Construction eine genaue Berechnung ohne Berücksichtigung der elastischen Formänderungen gestattet, also einmal nur solche mit nicht mehr als zwei Auflagern, sodann von diesen nur jene, welche ohne Rücksicht auf den Biegungswiderstand der Verbindungsstellen auch für einseitige und schiefe Belastungen stabil sind. Nicht stabil sind ohne Rücksicht auf den erwähnten Biegungswiderstand die Dächer mit liegendem Dachstuhl und die sog. Hängewerksdächer mit zwei Hängefäulen, falls, wie gewöhnlich, Diagonalen im Mittelfelde fehlen. Verzichtet man bei letzteren auf die Annahme verschieden belasteter Dachflächen, so kann die Berechnung genau so durchgeführt werden, wie in Art. 200 (S. 202) für den Trapezträger gezeigt ist.

Fig. 249.



Solche Dachbinder kommen übrigens fast nur in Holz und in solchen Spannweiten vor, für welche eine vielhundertjährige Erfahrung die Querschnittsabmessungen fest gestellt hat. Außergewöhnliche Spannweiten mit solchen Dachbindern zu überspannen, ist nicht empfehlenswerth. Eine Berechnung ist wohl unter gewissen Annahmen möglich; die Zuverlässigkeit derselben hängt aber in hohem Maße davon ab, wie weit die Annahmen zutreffen. Da aber für große Dachweiten das Eisen als vorzügliches und durchaus zuverlässiges Material zur Verfügung steht, sollte man dasselbe für solche Dachweiten stets wählen und genau berechenbare Constructionen anordnen. Demnach ist kein Bedürfnis vorhanden, die Berechnung der oben als nicht stabil bezeichneten Dachbinder hier vorzuführen. Der Verfasser wird übrigens in dem eben erwähnten Heft dieses »Handbuches« Vorschläge machen, durch deren Befolgung auch die Holzbinder als stabile Constructionen hergestellt werden können.

1. Kapitel.

Belastungen und Auflagerdrücke.

a) Belastungen.

204.
Knotenpunkts-
belastungen.

Die Belastungen, welche auf die Dächer wirken und aus dem Eigengewichte, der Belastung durch Schneedruck und durch Winddruck bestehen, sind in Art. 25, 28, 29 u. 30 (S. 19 bis 23) angegeben und ausführlich besprochen. Indem auf das dort Vorgeführte verwiesen wird, möge bemerkt werden, daß die zufällige Belastung durch Arbeiter bei Berechnung der Binder und Pfetten außer Acht gelassen werden

kann; dagegen ist diese Belastung bei den schwachen Nebentheilen des Daches (z. B. den Sprossen der Glasdächer etc.) unter Umständen ausschlaggebend.

In Abschn. 1, Kap. 2 sind die Belastungen, bezogen auf das Quadr.-Meter schräger Dachfläche, bezw. die wagrechte Projection der Dachfläche angegeben; aus diesen erhält man nun leicht die auf das laufende Meter der Dachbinder wirkenden Lasten. Wird die Entfernung der parallel zu einander angeordneten Dachbinder gleich b gesetzt, so ergeben sich das Eigengewicht und die Schneelast für das laufende Meter Stützweite der Binder, wenn noch q' das Eigengewicht für 1^{qm} Grundfläche einchl. Bindergewicht bezeichnet, zu

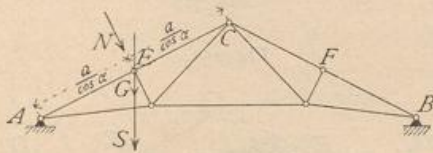
$$g = b q' \quad \text{und} \quad s = 75 b, \quad \dots \quad 288.$$

ferner der Winddruck für das laufende Meter schräger Dachlinie zu

$$n = b v \quad \dots \quad 289.$$

Sind die Dachbinder einander nicht parallel, so ist die Belastung für das laufende Meter Binder veränderlich, entsprechend der Größe der Dachfläche, die auf die einzelnen Bindertheile kommt.

Fig. 250.



Die auf die einzelnen Knotenpunkte entfallenden Lasten werden erhalten, indem man die Belastung für das laufende Meter Stützweite, bezw. schräger Dachlinie mit

derjenigen Länge multiplicirt, welche auf einen Knotenpunkt entfällt. Für den Knotenpunkt E (Fig. 250) wird demnach

$$G = a b q', \quad S = 75 a b \quad \text{und} \quad N = \frac{a}{\cos \alpha} b v \quad \dots \quad 290.$$

Man könnte die Werthe für G , S und N auch nach der Theorie der continuirlichen Träger bestimmen, indem man AEC als continuirlichen Träger auf drei Stützen auffasst; doch empfiehlt sich das angegebene einfachere Verfahren mehr, da die Annahmen, welche der Berechnung der continuirlichen Träger zu Grunde gelegt werden, hier doch nicht genau erfüllt sind und die verwickeltere Rechnung keine entsprechend genaueren Werthe giebt.

Sämmtliche Lasten werden in den Knotenpunkten der Binder wirkend angenommen. Die Eigengewichte wirken zum allergrößten Theile in den Knotenpunkten derjenigen Gurtung, die in den Dachflächen liegt; nur ein ganz geringer Bruchtheil wirkt in den Knotenpunkten der anderen Gurtung. Meistens kann man annehmen, daß die Eigenlasten ganz in den ersteren Knotenpunkten angreifen.

Die Windbelastung kann nur einseitig wirken; denn da die Windrichtung nach der üblichen Annahme einen Winkel $\beta = 10$ Grad mit der wagrechten Ebene einschließt, so kann der Wind beide Dachflächen nur dann treffen, wenn diese einen kleineren Winkel mit der Wagrechten bilden, als 10 Grad. Für derartig flache Dächer ist aber der Winddruck so gering, daß er ungetährlich ist. Der Winddruck ist also stets einseitig zu rechnen.

Der Schnee endlich kann das ganze Dach oder einen Theil desselben belasten. Wenn nun auch für manche Stäbe unter Umständen eine Schneebelastung über einen bestimmten Bruchtheil des Daches die ungünstigste Beanspruchung ergeben sollte, so werden wir doch diese der Berechnung nicht zu Grunde legen, weil dieselbe nur in den allerfeltesten Fällen einmal vorkommen kann; vielmehr werden wir nur volle Belastung des Daches und Belastung der einen Dachhälfte durch Schnee in das Auge

205.
Belastungs-
annahmen.

fassen. Wir werden später zeigen, daß die zweite Belastungsart zu Ergebnissen führt, aus denen die Spannungen für volle Schneebelastung ohne Schwierigkeit abgelesen werden können.

b) Auflagerdrücke bei Balkendächern.

206.
Lothrechte
Belastungen.

Die durch lothrechte Belastungen (Eigengewicht und Schneedruck) erzeugten Stützendrücke sind, da die Dachbinder genau wie Träger auf zwei Stützen wirken, eben so zu ermitteln, wie bei den »Trägern« (Kap. 2 des vorhergehenden Abschnittes) gezeigt worden ist.

207.
Schiefe
Belastungen.

Sind die Auflagerdrücke zu ermitteln, welche durch die schiefen Winddruckbelastungen erzeugt werden, so sind zwei Fälle zu unterscheiden: entweder sind alle Winddrücke einander parallel, welcher Fall eintritt, wenn die vom Winde getroffene Dachfläche eine Ebene ist, oder die Winddrücke sind nicht parallel, welcher Fall eintritt, wenn die vom Winde getroffene Dachfläche sich aus mehreren Ebenen zusammensetzt.

Für beide Fälle ist zunächst klar, daß der Dachbinder nicht einfach frei auf die Stützpunkte gelagert werden darf. Denn ist $\Sigma(N)$ die Mittelkraft aller Winddrücke (Fig. 251), so hat $\Sigma(N)$ eine wagrechte Seitenkraft $\Sigma(N) \sin \alpha$. Gleichgewicht ist also nur möglich, wenn Seitens des einen der beiden Auflager eine wagrechte Kraft $H = \Sigma(N) \sin \alpha$ auf den Binder wirkt; demnach muß das Dach in A oder B unverschieblich mit dem Auflager verbunden werden, um eine wagrechte Kraft übertragen zu können.

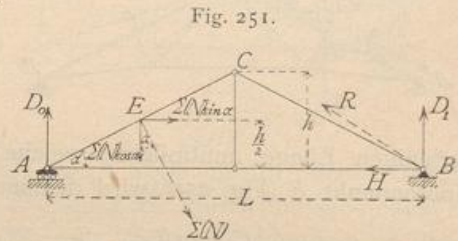


Fig. 251.

Wollte man ein eisernes Dach in beiden Punkten A und B fest mit dem Auflager verbinden, so würde dasselbe bei Aenderung der Temperatur nicht im Stande sein, sich auszudehnen, bzw. zusammenzuziehen; demnach würden durch die Temperaturveränderungen wesentliche Spannungen im Dache entstehen, bzw. die stützenden Wände würden gelockert werden. Man construirt deshalb bei eisernen Dachstühlen das eine Auflager so, daß dasselbe eine freie Ausdehnung und Zusammenziehung gestattet; das andere stellt eine feste Verbindung zwischen Träger und stützender Wand her. Wir wollen in der Folge stets ein festes und ein bewegliches Auflager, und zwar das Auflager bei A als das bewegliche, dasjenige bei B als das feste annehmen. Nehmen wir ferner an, daß das Auflager bei A eine Bewegung ohne Reibung gestattet, so kann der Stützendruck bei A nur lothrecht wirken. Diese Annahme ist nicht genau richtig, aber für die Praxis ausreichend. Der Auflagerdruck bei B dagegen kann beliebige Richtung annehmen. Es ist übrigens leicht, den Einfluss des größtmöglichen Reibungswiderstandes auf die Stabspannungen zu ermitteln, indem man denselben als äußere auf den Binder wirkende Kraft einführt. In dem mehrfach erwähnten Heft dieses »Handbuches« wird die betreffende Untersuchung durchgeführt werden.

Es ergeben sich verschiedene Auflagerdrücke, je nachdem die Windbelastung auf derjenigen Dachseite stattfindet, an welcher das bewegliche Auflager A ist, oder auf derjenigen, an welcher das feste Auflager B liegt.

208.
Parallele
Winddrücke.

1) Die Winddrücke sind parallel. a) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das bewegliche Auflager liegt (Fig. 251). Die Mittel-

kraft $\Sigma(N)$ fämmtlicher Winddrücke greife in der Mitte von AC , etwa in E , an und sei gleich der Summe aller Einzeldrücke. $\Sigma(N)$ zerlegt sich im Punkte E in eine wagrechte und eine lothrechte Seitenkraft $\Sigma(N) \sin \alpha$ und $\Sigma(N) \cos \alpha$; in A wirkt der lothrechte Stützendruck D_0 , in B der schiefe Auflagerdruck R , welcher gleichfalls in eine wagrechte Seitenkraft H und in eine lothrechte Seitenkraft D_1 zerlegt wird. Die drei Unbekannten D_0 , D_1 und H erhält man durch die drei Gleichgewichtsbedingungen. Es ist

$$0 = \Sigma(N) \sin \alpha - H, \text{ woraus } H = \Sigma(N) \sin \alpha; \dots 291.$$

$$D_0 L + \Sigma(N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma(N) \cos \alpha \frac{3}{4} L = 0, \text{ woraus, da } \operatorname{tg} \alpha = \frac{2h}{L},$$

$$D_0 = \frac{\Sigma(N) \cos \alpha}{4} (3 - \operatorname{tg}^2 \alpha); \dots 292.$$

$$D_1 L - \Sigma(N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma(N) \cos \alpha \frac{L}{4} = 0, \text{ woraus } D_1 = \frac{\Sigma(N)}{4 \cos \alpha}. 293.$$

Auf graphischem Wege geschieht die Ermittlung der Auflagerdrücke in der durch Fig. 252 veranschaulichten Weise.

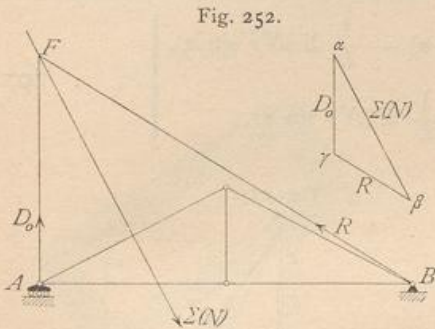


Fig. 252.

Die drei auf das Dach wirkenden Kräfte D_0 , R und $\Sigma(N)$ halten dasselbe im Gleichgewicht, schneiden sich also in einem Punkte; die Kraft R geht fonach durch den Schnittpunkt F der Kräfte D_0 und $\Sigma(N)$. R geht auch durch B ; also ist BF die Richtung der Kraft R . Aus dem Krätedreieck für diese Kräfte ergibt sich, wenn $\alpha\beta = \Sigma(N)$ ist, $R = \beta\gamma$ und $D_0 = \gamma\alpha$.

β) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das feste Auflager liegt (Fig. 253). Die Mittelkraft $\Sigma(N)$ greift in der Mitte der rechtsseitigen Dachfläche, in E' , an und zerlegt sich in eine lothrechte und eine wagrechte Seitenkraft. Wir erhalten durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen:

$$0 = H' - \Sigma(N) \sin \alpha, \text{ woraus } H' = \Sigma(N) \sin \alpha; \dots 294.$$

$$0 = D'_0 L - \Sigma(N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma(N) \cos \alpha \frac{L}{4}, \text{ woraus } D'_0 = \frac{\Sigma(N)}{4 \cos \alpha}; 295.$$

$$0 = D'_1 L + \Sigma(N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma(N) \cos \alpha \frac{3}{4} L,$$

woraus

$$D'_1 = \frac{\Sigma(N) \cos \alpha}{4} (3 - \operatorname{tg}^2 \alpha). \dots 296.$$

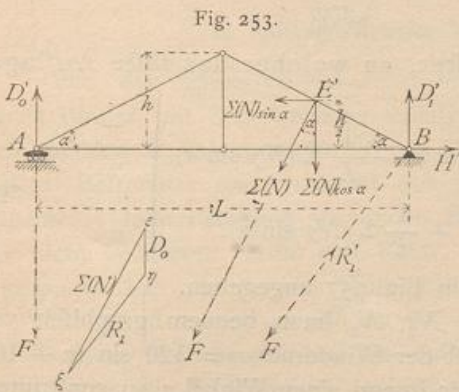


Fig. 253.

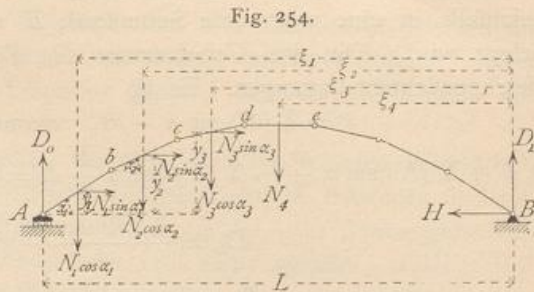
Man sieht, es ist $D_0 = D'_1$, $D_1 = D'_0$ und $H = H'$; nur ist bei H' der Sinn demjenigen von H entgegengesetzt.

Durch Constraction lassen sich die Auflagerdrücke im vorliegenden Falle, wie in Fig. 253 gezeigt, ermitteln.

Die drei Kräfte D'_0 , $\Sigma(N)$ und die Mittelkraft R'_1 von H' und D'_1 sind im Gleichgewichte, schneiden sich daher in einem Punkte, und zwar in demjenigen Punkte, in welchem die Richtungen von D'_0 und $\Sigma(N)$ sich schneiden, also in F . Die Verbindungslinie der beiden Punkte B und F ergibt demnach die Richtung der Kraft R'_1 ist $\Sigma(N) = \xi\eta$, so wird $\xi\eta = R'_1$ und $\eta\xi = D'_0$.

209.
Nicht
parallele
Winddrücke.

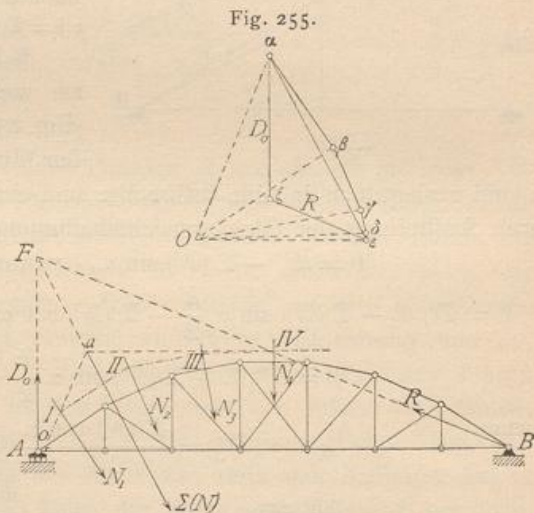
2) Die Winddrücke haben nicht parallele Richtungen. α) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das bewegliche Auflager liegt. Bei gebrochener Dachfläche werden die Winddrücke, welche auf die einzelnen Flächen wirken, nach den Angaben in Art. 30 (S. 23) ermittelt. Bei einer cylindrischen Dachfläche genügt es, einzelne Dachtheile zusammenzufassen und für jeden dieser Theile den Winddruck unter Zugrundelegung eines mittleren Neigungswinkels α zu bestimmen. Man erhält etwa N_1 für die Strecke Ab (Fig. 254), N_2 für bc etc. Die Zerlegung jeden Winddruckes in eine wagrechte und eine lothrechte Seitenkraft und die Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen ergeben die Unbekannten D_0 , D_1 und H . Es wird



$$\left. \begin{aligned} H &= \Sigma (N \sin \alpha), \quad D_0 = \frac{1}{L} \Sigma (N \xi \cos \alpha) - \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha), \\ D_1 &= \frac{1}{L} \Sigma [N (L - \xi) \cos \alpha] + \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha). \end{aligned} \right\} \dots 297.$$

Die graphische Ermittlung der Auflagerdrücke zeigt Fig. 255.

Die einzelnen Winddrücke (N_1 , N_2 , $N_3 \dots$) werden mittels eines Kraftpolygons $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ zu einer Mittelkraft vereinigt; hierauf wird für einen beliebigen Pol O das Seilpolygon $OIIIIV$ construirt. Alsdann geht die Mittelkraft durch den Schnittpunkt a der äußersten Seilpolygonseiten und ist parallel zu $\alpha\epsilon$. Jetzt ersetzt $\Sigma(N)$ alle Winddrücke, und es wirken nur noch die drei Kräfte D_0 , $\Sigma(N)$ und R , so daß die graphische Ermittlung von D_0 und R in der soeben gezeigten Weise erfolgen kann. Es ergibt sich $\epsilon\xi = R$ und $\xi\alpha = D_0$.



Wenn die Dachfläche aus einzelnen ebenen Dach- und Laternenflächen sich zusammensetzt, so ist das Verfahren genau so, wie eben angegeben.

β) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das feste Auflager liegt (Fig. 256). Die Berechnung ergibt

$$\left. \begin{aligned} H' &= \Sigma (N \sin \alpha), \quad D'_0 = \frac{1}{L} \Sigma (N \xi' \cos \alpha) - \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha), \\ D'_1 &= \frac{1}{L} \Sigma [N (L - \xi') \cos \alpha] + \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha). \end{aligned} \right\} \dots 298.$$

Die Construction von D'_0 und R'_1 ist in Fig. 257 angegeben.

Die Ermittlung der Werthe für N_1 , N_2 , N_3 kann bequem graphisch vorgenommen werden. Nach Art. 30 (S. 23) ist der Winddruck $v = 120 \sin (\alpha + 10^\circ)$ für 1 qm. Diefes v ist nach Fig. 258 leicht für irgend einen Winkel α zu construiren.

Fig. 256.

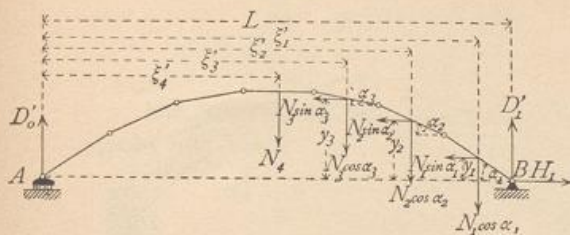
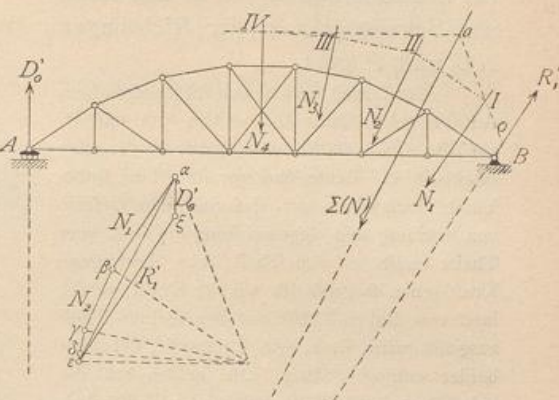


Fig. 257.



Man mache in der Dachfläche nach beliebigem Maßstabe $ab = 120 \text{ kg}$, lege durch b eine Linie parallel zur Windrichtung und falle auf dieselbe von a aus die Senkrechte ac ; alsdann ist

$$\overline{ac} = \overline{ab} \sin(\alpha + 10^\circ).$$

Da $ab = 120 \text{ kg}$ ist, so ist $\overline{ac} = 120 \sin(\alpha + 10^\circ) = v$, d. h. der gefuchte Winddruck. Trägt man a c senkrecht zur Dachfläche ab, so erhält man die in Fig. 258 schraffierte Belastungsfläche für Winddruck.

Fig. 258.

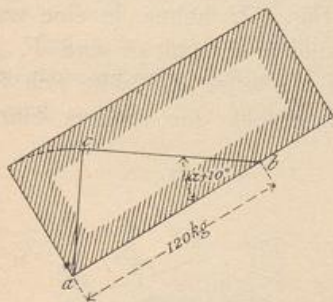


Fig. 259.

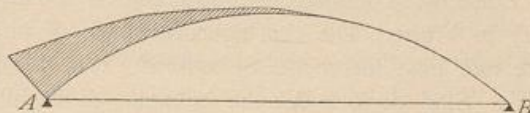
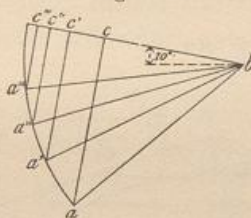


Fig. 260.



Bildet die Dachfläche eine Cylinderfläche, so wähle man eine genügend große Anzahl von Punkten aus, für welche man die gezeigte Construction vornimmt. Man erhält die in Fig. 259 gezeichnete Belastungsfläche und kann daraus leicht die Größe des Winddruckes ermitteln, welcher auf die einzelnen Knotenpunkte der Construction entfällt.

Bequemer macht man die Construction der Winddrucke in einer besonderen Zeichnung (Fig. 260) und erhält ac , bzw. $a'c', a''c'' \dots$

c) Auflagerdrücke bei Sprengwerksdächern.

Von den Sprengwerksdächern sollen hier nur diejenigen behandelt werden, deren Binder mit drei Gelenken construiert sind (Fig. 261). Zwei Gelenke befinden sich an den Auflagerpunkten A und B , ein drittes C gewöhnlich in der Bindermitte. Betrachtet man zunächst den Träger selbst als gewichtslos, so ergibt sich allgemein: Jede Belastung der einen Hälfte, etwa CB , erzeugt im Auflagerpunkt der nicht belasteten Hälfte eine Kraft, deren Richtung durch den betreffenden Auflagerpunkt, hier A , und das Mittelgelenk C bestimmt ist.

Eine Last P auf der Hälfte BC erzeugt also in A einen Stützdruck R mit der Richtung AC , und da auf das System nur drei Kräfte, nämlich die Last P und die Drücke der Auflager A und B , wirken, so müssen sich dieselben in einem

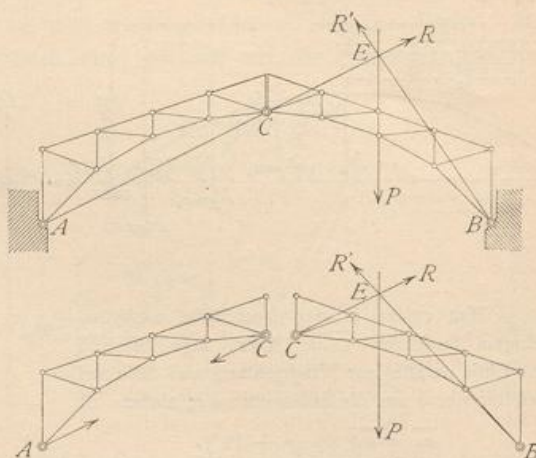
210.
Allgemeines.

Punkte schneiden. Daraus folgt, daß der Stützendruck R' von B aus durch den Schnittpunkt E der Richtungen AC und P geht.

Der Beweis ergibt sich folgendermaßen. Auf die rechte Hälfte BC wirken P , R und R' , auf die linke Hälfte eine Kraft in A , eine zweite in C . Beide sind vor der Hand unbekannt; doch wissen wir, daß nach dem Gesetze von Wirkung und Gegenwirkung die in C vom Theile rechts auf den Theil links übertragene Kraft genau so groß ist, wie die Kraft, welche in C vom linken Theile auf den rechten Theil ausgeübt wird, d. h. wie R ; nur ist der Sinn beider entgegengesetzt. Die beiden auf die unbelastete linke Hälfte wirkenden Kräfte halten diesen Theil im Gleichgewicht; dies ist aber nur möglich, wenn beide in dieselbe Richtung fallen, d. h. in diejenige, welche durch die beiden Angriffspunkte A und C gegeben ist, entgegengesetzten Sinn und gleiche Größe haben; der Stützendruck von A geht also durch C .

Zunächst kommen die lothrechten Belastungen (Eigengewicht und Schneedruck) in Frage. Die Auflagerdrücke in A und B (Fig. 262) haben je eine wagrechte und eine lothrechte Seitenkraft. Wir bezeichnen dieselben mit H und V , H_1 und V_1 . Sind diese 4 Werthe bekannt, so ist alles auf die äußeren Kräfte sich beziehende bekannt. Wir betrachten zuerst das Gleichgewicht der rechten Hälfte

Fig. 261.



211.
Lothrechte
Belastungen.

Fig. 262.

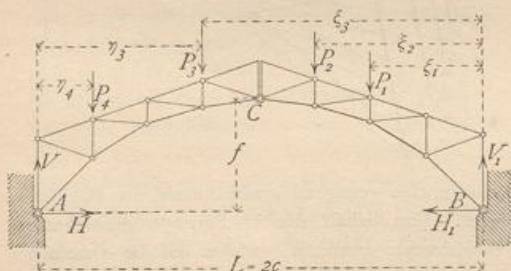
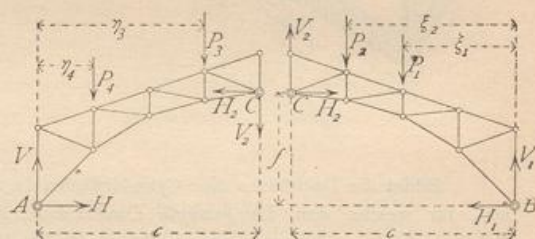


Fig. 263.



(Fig. 263). In C wirkt auf dieselbe eine Kraft, deren Seitenkräfte H_2 und V_2 sein mögen. Alsdann ist die Summe der statischen Momente für B als Drehpunkt gleich Null, mithin

$$H_2 f + V_2 c - \sum (P \xi) = 0.$$

Betrachtet man nun die linke Hälfte (Fig. 263), so wirkt auf diese in C eine genau so große Kraft, wie in C auf die rechte Hälfte wirkt; nur ist der Sinn entgegengesetzt. Demnach werden die Seitenkräfte derselben wiederum H_2 und V_2 , aber mit entgegengesetztem Sinne sein. Die Summe der statischen Momente für A als Drehpunkt ist gleich Null; mithin, wenn stets die Summen, welche sich auf die linke Hälfte beziehen, mit dem Zeiger 1 bezeichnet werden,

$$H_2 f - V_2 c - \sum_1 (P \eta) = 0.$$

Damit sind für H_2 und V_2 die beiden Gleichungen gefunden:

$$H_2 f + V_2 c = \sum (P \xi) \quad \text{und} \quad H_2 f - V_2 c = \sum_1 (P \eta).$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man

$$H_2 = \frac{\sum (P\xi) + \sum_1 (P\eta)}{2f} \quad \text{und} \quad V_2 = \frac{\sum (P\xi) - \sum_1 (P\eta)}{L} \dots 299.$$

Die Anwendung der übrigen Gleichgewichtsbedingungen auf die beiden Hälften ergibt nun leicht

$$\left. \begin{aligned} H = H_2 = H_1 &= \frac{\sum (P\xi) + \sum_1 (P\eta)}{2f}, \\ V &= V_2 + \sum_1 (P) = \frac{\sum (P\xi) + \sum_1 (P\xi)}{L}, \\ V_1 &= \sum (P) - V_2 = \frac{\sum [P(L - \xi)] + \sum_1 [P(L - \xi)]}{L}. \end{aligned} \right\} \dots 300.$$

Die lotrechten Seitenkräfte der Lagerdrücke sind demnach genau so groß, wie bei gleicher Belastung an einem Balkenträger von der Spannweite L . Jetzt sind auch die Kräfte R und R_1 , so wie ihre Winkel α und α_1 mit der Wagrechten gefunden. Es werden

$$R = \sqrt{H^2 + V^2} \quad \text{und} \quad \text{tg } \alpha = \frac{V}{H}; \quad R_1 = \sqrt{H_1^2 + V_1^2} \quad \text{und} \quad \text{tg } \alpha_1 = \frac{V_1}{H_1} \quad 301.$$

Beispiel. 1) Die beiden Dachhälften seien gleich belastet, je mit g auf die Längeneinheit der wagrechten Projection (Fig. 264). Dann ist

$$\begin{aligned} \sum (P) &= \sum_1 (P) = gc; \quad \sum (P\xi) = \sum_1 (P\eta) = \frac{gc^2}{2}; \\ H &= \frac{gc^2}{2f}; \quad V_2 = 0; \quad V = V_2 + \sum_1 (P) = gc; \quad V_1 = \sum (P) - V_2 = gc \dots 302. \end{aligned}$$

Fig. 264.

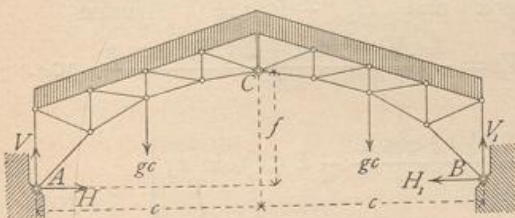
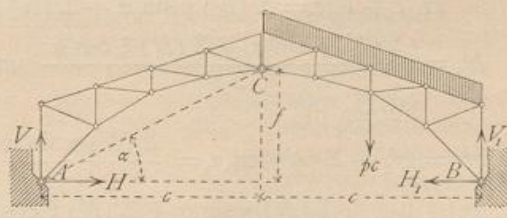


Fig. 265.



2) Die eine (rechte) Hälfte sei mit p für die Längeneinheit der wagrechten Projection belastet, die andere (linke) Hälfte sei unbelastet (Fig. 265). Alsdann ist

$$\begin{aligned} \sum (P) &= pc; \quad \sum_1 (P) = 0; \quad \sum (P\xi) = \frac{pc^2}{2}; \quad \sum_1 (P\eta) = 0; \\ H_2 = H = H_1 &= \frac{pc^2}{4f}; \quad V_2 = \frac{pc^2}{2 \cdot 2c} = \frac{pc}{4}; \quad V = \frac{pc}{4}; \quad V_1 = \frac{3pc}{4} \dots 303. \end{aligned}$$

Hier ist nach Gleichung 301: $\text{tg } \alpha = \frac{pc \cdot 4f}{4pc^2} = \frac{f}{c}$, d. h. die Richtung von R geht durch A und C (siehe oben).

Die graphische Ermittlung der in Rede stehenden Auflagerdrücke ist in Fig. 266 dargestellt.

Es empfiehlt sich, für beliebige Belastung zuerst nur die eine Hälfte belastet anzunehmen und für diese Belastung die Auflagerdrücke zu ermitteln, darauf die Auflagerkräfte für die Belastung nur der anderen Hälfte aufzufuchen. Die Zusammenfassung der für die einzelnen Belastungen gefundenen Kräfte ergibt alsdann die wirklichen Auflagerdrücke.

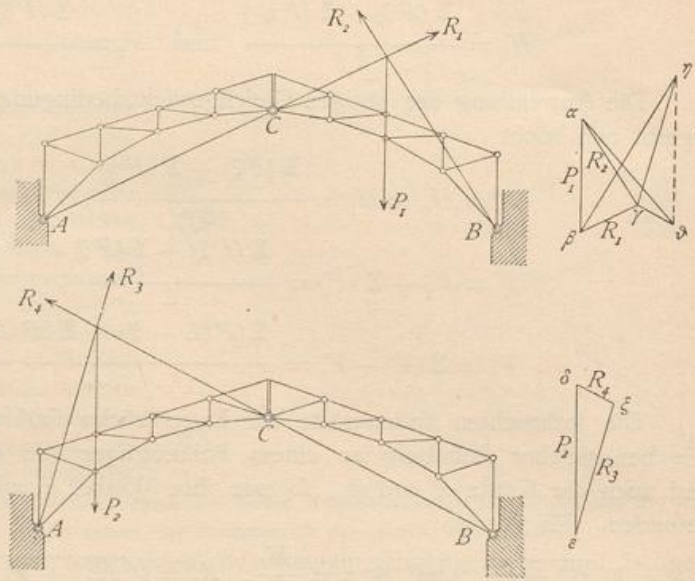
Zunächst sei nur die rechte Hälfte belastet und die Mittelkraft dieser Lasten gleich P_1 ; alsdann haben R_1 und R_2 die in Fig. 266 a gezeichneten Richtungen, und die Größe beider ergibt sich durch das Kraftpolygon zu $\beta\gamma = R_1$ und $\gamma\alpha = R_2$. In gleicher Weise erhält man für Belastung der linken Hälfte mit P_2 :

$$\varepsilon\xi = R_3 \text{ und } \xi\delta = R_4.$$

Wenn nun beide Hälften mit P_1 , bzw. P_2 belastet sind, so wirken in A: R_1 und R_3 , in B: R_2 und R_4 . Die Größe und Richtung der gefamnten Auflagerdrücke R und R' erhält man durch Construction der Kraftpolygone aus den bezüglichen Kräften.

Ist $\gamma\eta = R_3$, so wird $\beta\eta = R$; ist $\vartheta\gamma \neq \xi\delta = R_4$, so wird $\vartheta\alpha = R'$. Als Controle diene, daß die wagrechten Projectionen von R und R' gleich sein müssen, da ja H im ganzen Sprengwerksträger constant ist.

Fig. 266.



212.
Schiefe
Belastungen.

Uebergangen wir nunmehr zu den vom Winddruck (durch schiefe Belastung) erzeugten Stützendrücken, so sei $\Sigma(N)$ die Mittelkraft aller Winddrücke (Fig. 267). Wir zerlegen diese Kraft in $\Sigma(N) \cos \alpha$ und $\Sigma(N) \sin \alpha$ und erhalten, wie im vorhergehenden Artikel, die Gleichgewichtsbedingungen:

$$H_2 f + V_2 c = \Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha \text{ und } H_2 f - V_2 c = 0, \text{ woraus}$$

$$H_2 = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2f} \text{ und } V_2 = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2c} \quad 304.$$

Ferner ist

$$H_1 = H_2 - \Sigma(N) \sin \alpha = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2f} - \Sigma(N) \sin \alpha, \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad 305.$$

$$H_1 = H_2 = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2f},$$

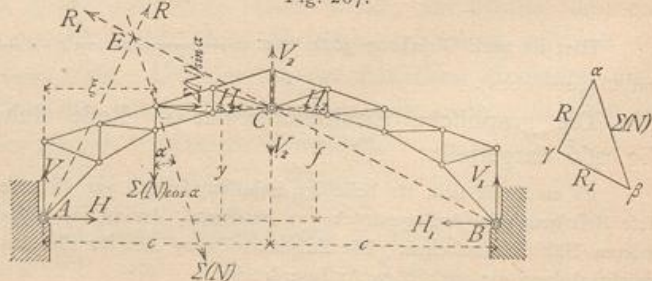
$$V_1 = \Sigma(N) \cos \alpha - V_2 = \Sigma(N) \cos \alpha - \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2c}, \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad 306.$$

$$V_1 = V_2 = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2c}.$$

Wenn die schiefen Belastungen einander nicht parallel sind, so bleibt das Verfahren das gleiche; nur sind statt $\Sigma(N) y \sin \alpha$ und $\Sigma(N) \xi \cos \alpha$ bzw. $\Sigma(N y \sin \alpha)$ und $\Sigma(N \xi \cos \alpha)$ in die Rechnung einzuführen.

Für die graphische Er-

Fig. 267.



mittelung der fraglichen Auflagerdrücke ist die in Fig. 267 angegebene Construction ohne Weiteres verständlich, und es ergibt sich $\beta\gamma = R_1$, $\gamma\alpha = R$.

Bei nicht parallelen Winddrücken ist für die graphische Behandlung zunächst die Mittelkraft derselben nach Größe, Richtung und Lage in bekannter Weise aufzufuchen und alsdann zu verfahren, wie in Fig. 267 dargestellt ist.

2. Kapitel.

Balkendächer.

Indem wir nunmehr zur Ermittlung der Spannungen in den wichtigsten Dachstuhl-Constructionen übergehen, werden wir bei den diesfälligen Untersuchungen für jede Gattung von Dachbindern die verschiedenen Belastungsfälle gefondert betrachten. Wir bestimmen demnach die Spannungen, welche erzeugt werden: 1) durch das Eigengewicht, 2) durch einseitige, bzw. volle Schneebelastung, 3) durch Windbelastung, sowohl von der Seite, an der das bewegliche, wie von der Seite, an welcher das feste Auflager liegt. Indem dann diese Spannungen in einer Tabelle zusammengestellt werden, ist es leicht, für jeden Stab die ungünstigste Belastungsart und die ungünstigsten Spannungen zu bestimmen, ferner für die Querschnittsbestimmung (siehe Art. 84 u. 85, S. 60 bis 63) die Werthe P_0 , P_1 und P_2 zu ermitteln. Da die Dachbinder meist Gitterträger sind, so werden die im Kapitel »Träger« gezeigten Verfahren für die Spannungsermittlung hier genau, wie dort, Anwendung finden. Auch hier machen wir die Annahmen: 1) daß die Stäbe in den Knotenpunkten durch Gelenke mit einander verbunden sind, 2) daß die Lasten nur in den Knotenpunkten der Construction wirken. Die berechneten Spannungen werden desto mehr mit den wirklichen übereinstimmen, je mehr die Construction diesen Annahmen entspricht. Die zweite Annahme (Belastung nur in den Knotenpunkten) ist häufig nicht erfüllt; in diesem Falle kann man dennoch die in den folgenden Artikeln zu zeigenden Methoden anwenden, indem man annimmt, daß die zwischen je zwei Knotenpunkten befindlichen Lasten durch besondere Träger auf die Knotenpunkte übertragen werden. Die Berechnung dieser Träger hat, wie im Kapitel »Träger« gezeigt ist, zu erfolgen. Die Belastung, welche im Hauptsystem auf die Knotenpunkte übertragen wird, ist dann der Größe und Richtung nach gleich den auf die Zwischenträger wirkenden Auflagerdrücken. Der Sinn ist entgegengesetzt. In

213.
Allgemeines.

Fig. 268.

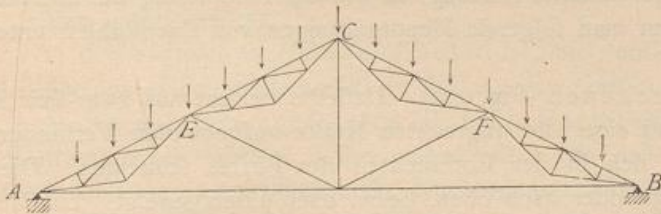


Fig. 268 z. B. sind zwischen je zwei Knotenpunkten des Hauptsystemes Pfetten, demnach Lastpunkte. Das Stück CE kann wie ein besonderer, in C und E frei aufliegender Träger aufgefaßt und berechnet werden; eben so verhält es sich mit dem Stück AE . Im Punkte E des Hauptsystemes wirken dann der linke Auflagerdruck des Balkens CE und der rechte Auflagerdruck des Balkens AE nach unten, außerdem noch die Belastung der Pfette in E . Demnach sind die Spannungen im Hauptsystem auch hier zunächst genau so zu berechnen, als wenn die Gesamtlasten nur in den Hauptknotenpunkten A , C , E , F und B angriffen; zu diesen Spannungen im Hauptsystem kommen alsdann noch die in den kleinen Trägern AE , EC etc. stattfindenden Spannungen hinzu. Die Spannungen derjenigen Stäbe der kleinen Träger, welche mit den Linien AE , EC etc. zusammenfallen, addiren sich einfach zu den Spannungen in diesen Stäben.

Die erste Annahme (Anordnung von Gelenken in den Knotenpunkten) ist bei den hölzernen Dachbindern niemals, allein auch bei den eisernen Dachstühlen häufig nicht erfüllt; doch braucht bei den gewöhnlichen Dächern auf die hierdurch bedingten Unterschiede der wirklich auftretenden Spannungen gegenüber den berechneten keine Rücksicht genommen zu werden.

Das einfachste Dach entsteht dadurch, daß sich zwei Sparren AC und BC gegen einander lehnen (Fig. 269). Jede Belastung desselben, etwa des Sparrens BC ,

214.
Princip der
Balkendächer.