



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik der Hochbau-Constructions

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

c) Auflagerdrücke bei Sprengwerksdächern

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77733](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77733)

Fig. 256.

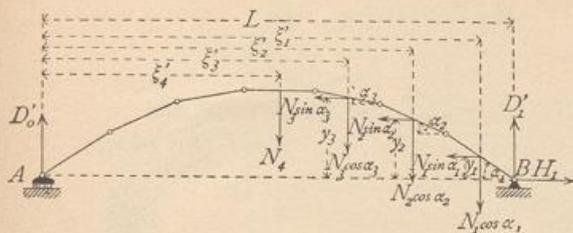
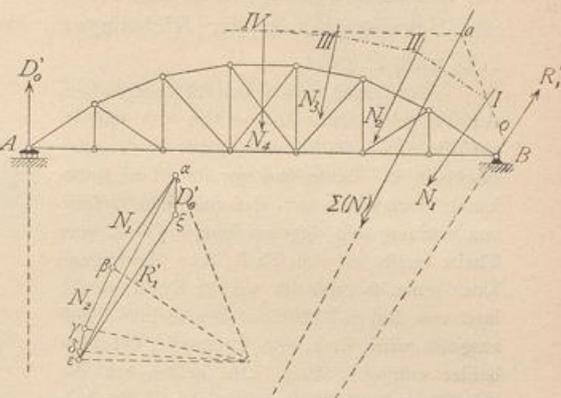


Fig. 257.



Man mache in der Dachfläche nach beliebigem Maßstabe $ab = 120 \text{ kg}$, lege durch b eine Linie parallel zur Windrichtung und falle auf dieselbe von a aus die Senkrechte ac ; alsdann ist

$$\overline{ac} = \overline{ab} \sin(\alpha + 10^\circ).$$

Da $ab = 120 \text{ kg}$ ist, so ist $\overline{ac} = 120 \sin(\alpha + 10^\circ) = v$, d. h. der gefuchte Winddruck. Trägt man a c senkrecht zur Dachfläche ab, so erhält man die in Fig. 258 schraffierte Belastungsfläche für Winddruck.

Fig. 258.

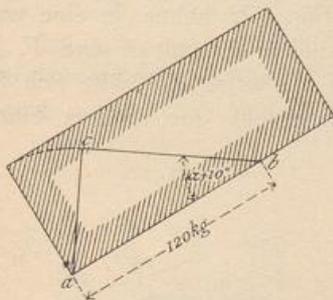


Fig. 259.

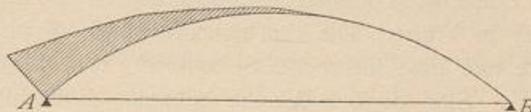
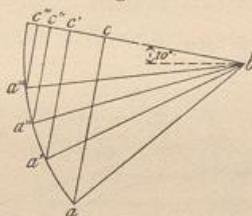


Fig. 260.



Bildet die Dachfläche eine Cylinderfläche, so wähle man eine genügend große Anzahl von Punkten aus, für welche man die gezeigte Construction vornimmt. Man erhält die in Fig. 259 gezeichnete Belastungsfläche und kann daraus leicht die Größe des Winddruckes ermitteln, welcher auf die einzelnen Knotenpunkte der Construction entfällt.

Bequemer macht man die Construction der Winddrucke in einer besonderen Zeichnung (Fig. 260) und erhält ac , bzw. $a'c', a''c'' \dots$

c) Auflagerdrücke bei Sprengwerksdächern.

Von den Sprengwerksdächern sollen hier nur diejenigen behandelt werden, deren Binder mit drei Gelenken construiert sind (Fig. 261). Zwei Gelenke befinden sich an den Auflagerpunkten A und B , ein drittes C gewöhnlich in der Bindermitte. Betrachtet man zunächst den Träger selbst als gewichtslos, so ergibt sich allgemein: Jede Belastung der einen Hälfte, etwa CB , erzeugt im Auflagerpunkt der nicht belasteten Hälfte eine Kraft, deren Richtung durch den betreffenden Auflagerpunkt, hier A , und das Mittelgelenk C bestimmt ist.

Eine Last P auf der Hälfte BC erzeugt also in A einen Stützdruck R mit der Richtung AC , und da auf das System nur drei Kräfte, nämlich die Last P und die Drücke der Auflager A und B , wirken, so müssen sich dieselben in einem

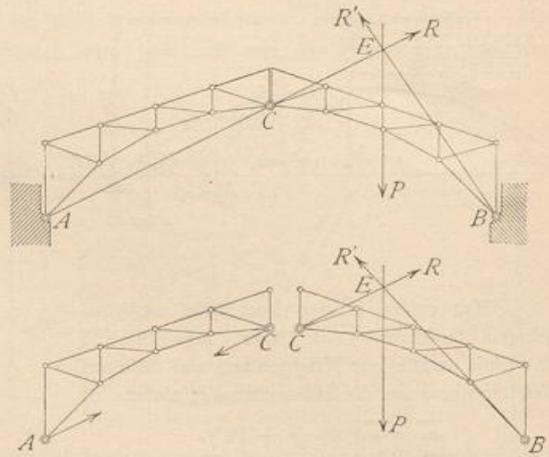
210.
Allgemeines.

Punkte schneiden. Daraus folgt, dass der Stützendruck R' von B aus durch den Schnittpunkt E der Richtungen AC und P geht.

Der Beweis ergibt sich folgendermassen. Auf die rechte Hälfte BC wirken P , R und R' , auf die linke Hälfte eine Kraft in A , eine zweite in C . Beide sind vor der Hand unbekannt; doch wissen wir, dass nach dem Gesetze von Wirkung und Gegenwirkung die in C vom Theile rechts auf den Theil links übertragene Kraft genau so gross ist, wie die Kraft, welche in C vom linken Theile auf den rechten Theil ausgeübt wird, d. h. wie R ; nur ist der Sinn beider entgegengesetzt. Die beiden auf die unbelastete linke Hälfte wirkenden Kräfte halten diesen Theil im Gleichgewicht; dies ist aber nur möglich, wenn beide in dieselbe Richtung fallen, d. h. in diejenige, welche durch die beiden Angriffspunkte A und C gegeben ist, entgegengesetzten Sinn und gleiche Grösse haben; der Stützendruck von A geht also durch C .

Zunächst kommen die lothrechten Belastungen (Eigengewicht und Schneedruck) in Frage. Die Auflagerdrücke in A und B (Fig. 262) haben je eine wagrechte und eine lothrechte Seitenkraft. Wir bezeichnen dieselben mit H und V , H_1 und V_1 . Sind diese 4 Werthe bekannt, so ist alles auf die äusseren Kräfte sich Beziehende bekannt. Wir betrachten zuerst das Gleichgewicht der rechten Hälfte

Fig. 261.



211.
Lothrechte
Belastungen.

Fig. 262.

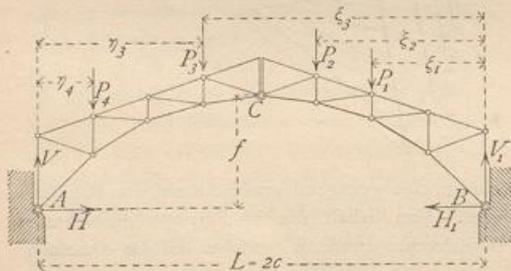
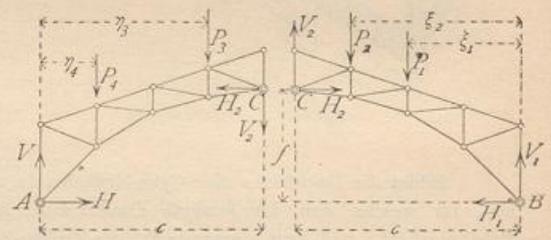


Fig. 263.



(Fig. 263). In C wirkt auf dieselbe eine Kraft, deren Seitenkräfte H_2 und V_2 sein mögen. Alsdann ist die Summe der statischen Momente für B als Drehpunkt gleich Null, mithin

$$H_2 f + V_2 c - \sum (P \xi) = 0.$$

Betrachtet man nun die linke Hälfte (Fig. 263), so wirkt auf diese in C eine genau so grosse Kraft, wie in C auf die rechte Hälfte wirkt; nur ist der Sinn entgegengesetzt. Demnach werden die Seitenkräfte derselben wiederum H_2 und V_2 , aber mit entgegengesetztem Sinne sein. Die Summe der statischen Momente für A als Drehpunkt ist gleich Null; mithin, wenn stets die Summen, welche sich auf die linke Hälfte beziehen, mit dem Zeiger 1 bezeichnet werden,

$$H_2 f - V_2 c - \sum_1 (P \eta) = 0.$$

Damit sind für H_2 und V_2 die beiden Gleichungen gefunden:

$$H_2 f + V_2 c = \sum (P \xi) \quad \text{und} \quad H_2 f - V_2 c = \sum_1 (P \eta).$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man

$$H_2 = \frac{\sum (P\xi) + \sum_1 (P\eta)}{2f} \quad \text{und} \quad V_2 = \frac{\sum (P\xi) - \sum_1 (P\eta)}{L} \dots 299.$$

Die Anwendung der übrigen Gleichgewichtsbedingungen auf die beiden Hälften ergibt nun leicht

$$\left. \begin{aligned} H = H_2 = H_1 &= \frac{\sum (P\xi) + \sum_1 (P\eta)}{2f}, \\ V &= V_2 + \sum_1 (P) = \frac{\sum (P\xi) + \sum_1 (P\xi)}{L}, \\ V_1 &= \sum (P) - V_2 = \frac{\sum [P(L - \xi)] + \sum_1 [P(L - \xi)]}{L}. \end{aligned} \right\} \dots 300.$$

Die lotrechten Seitenkräfte der Lagerdrücke sind demnach genau so groß, wie bei gleicher Belastung an einem Balkenträger von der Spannweite L . Jetzt sind auch die Kräfte R und R_1 , so wie ihre Winkel α und α_1 mit der Wagrechten gefunden. Es werden

$$R = \sqrt{H^2 + V^2} \quad \text{und} \quad \text{tg } \alpha = \frac{V}{H}; \quad R_1 = \sqrt{H_1^2 + V_1^2} \quad \text{und} \quad \text{tg } \alpha_1 = \frac{V_1}{H_1} \quad 301.$$

Beispiel. 1) Die beiden Dachhälften seien gleich belastet, je mit g auf die Längeneinheit der wagrechten Projection (Fig. 264). Dann ist

$$\begin{aligned} \sum (P) &= \sum_1 (P) = gc; \quad \sum (P\xi) = \sum_1 (P\eta) = \frac{gc^2}{2}; \\ H &= \frac{gc^2}{2f}; \quad V_2 = 0; \quad V = V_2 + \sum_1 (P) = gc; \quad V_1 = \sum (P) - V_2 = gc \dots 302. \end{aligned}$$

Fig. 264.

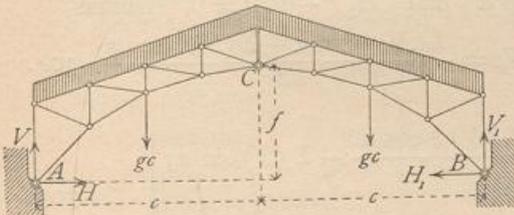
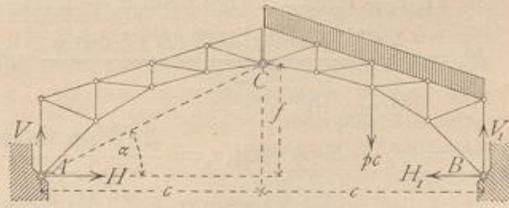


Fig. 265.



2) Die eine (rechte) Hälfte sei mit p für die Längeneinheit der wagrechten Projection belastet, die andere (linke) Hälfte sei unbelastet (Fig. 265). Alsdann ist

$$\begin{aligned} \sum (P) &= pc; \quad \sum_1 (P) = 0; \quad \sum (P\xi) = \frac{pc^2}{2}; \quad \sum_1 (P\eta) = 0; \\ H_2 &= H = H_1 = \frac{pc^2}{4f}; \quad V_2 = \frac{pc^2}{2 \cdot 2c} = \frac{pc}{4}; \quad V = \frac{pc}{4}; \quad V_1 = \frac{3pc}{4} \dots 303. \end{aligned}$$

Hier ist nach Gleichung 301: $\text{tg } \alpha = \frac{pc \cdot 4f}{4pc^2} = \frac{f}{c}$, d. h. die Richtung von R geht durch A und C (siehe oben).

Die graphische Ermittlung der in Rede stehenden Auflagerdrücke ist in Fig. 266 dargestellt.

Es empfiehlt sich, für beliebige Belastung zuerst nur die eine Hälfte belastet anzunehmen und für diese Belastung die Auflagerdrücke zu ermitteln, darauf die Auflagerkräfte für die Belastung nur der anderen Hälfte aufzufuchen. Die Zusammenfassung der für die einzelnen Belastungen gefundenen Kräfte ergibt alsdann die wirklichen Auflagerdrücke.

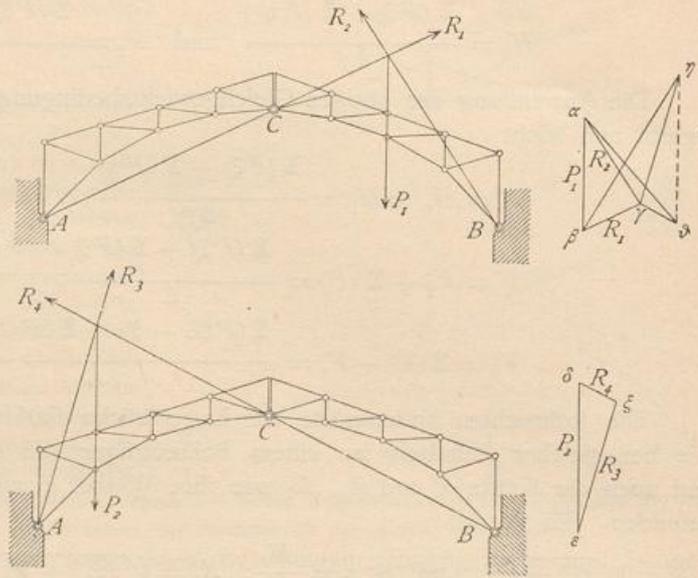
Zunächst sei nur die rechte Hälfte belastet und die Mittelkraft dieser Lasten gleich P_1 ; alsdann haben R_1 und R_2 die in Fig. 266 a gezeichneten Richtungen, und die Größe beider ergibt sich durch das Kraftpolygon zu $\beta\gamma = R_1$ und $\gamma\alpha = R_2$. In gleicher Weise erhält man für Belastung der linken Hälfte mit P_2 :

$$\varepsilon\xi = R_3 \text{ und } \xi\delta = R_4.$$

Wenn nun beide Hälften mit P_1 , bzw. P_2 belastet sind, so wirken in A: R_1 und R_3 , in B: R_2 und R_4 . Die Größe und Richtung der gefamnten Auflagerdrücke R und R' erhält man durch Construction der Kraftpolygone aus den bezüglichen Kräften.

Ist $\gamma\eta = R_3$, so wird $\beta\eta = R$; ist $\vartheta\gamma \neq \xi\delta = R_4$, so wird $\vartheta\alpha = R'$. Als Controle diene, dass die wagrechten Projectionen von R und R' gleich sein müssen, da ja H im ganzen Sprengwerksträger constant ist.

Fig. 266.



212.
Schiefe
Belastungen.

Uebergangen wir nunmehr zu den vom Winddruck (durch schiefe Belastung) erzeugten Stützendrücken, so sei $\Sigma(N)$ die Mittelkraft aller Winddrücke (Fig. 267). Wir zerlegen diese Kraft in $\Sigma(N) \cos \alpha$ und $\Sigma(N) \sin \alpha$ und erhalten, wie im vorhergehenden Artikel, die Gleichgewichtsbedingungen:

$$H_2 f + V_2 c = \Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha \text{ und } H_2 f - V_2 c = 0, \text{ woraus}$$

$$H_2 = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2f} \text{ und } V_2 = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2c} \quad 304.$$

Ferner ist

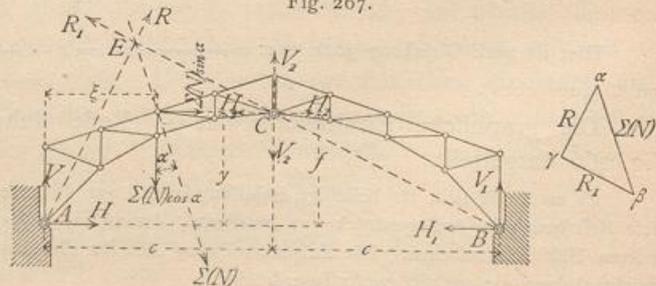
$$\left. \begin{aligned} H_1 &= H_2 - \Sigma(N) \sin \alpha = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2f} - \Sigma(N) \sin \alpha, \\ H_1 &= H_2 = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2f}, \end{aligned} \right\} \quad 305.$$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \Sigma(N) \cos \alpha - V_2 = \Sigma(N) \cos \alpha - \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2c}, \\ V_1 &= V_2 = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2c}. \end{aligned} \right\} \quad 306.$$

Wenn die schiefen Belastungen einander nicht parallel sind, so bleibt das Verfahren das gleiche; nur sind statt $\Sigma(N) y \sin \alpha$ und $\Sigma(N) \xi \cos \alpha$ bzw. $\Sigma(N y \sin \alpha)$ und $\Sigma(N \xi \cos \alpha)$ in die Rechnung einzuführen.

Für die graphische Er-

Fig. 267.



mittelung der fraglichen Auflagerdrücke ist die in Fig. 267 angegebene Construction ohne Weiteres verständlich, und es ergibt sich $\beta\gamma = R_1$, $\gamma\alpha = R$.

Bei nicht parallelen Winddrücken ist für die graphische Behandlung zunächst die Mittelkraft derselben nach Größe, Richtung und Lage in bekannter Weise aufzufuchen und alsdann zu verfahren, wie in Fig. 267 dargestellt ist.

2. Kapitel.

Balkendächer.

Indem wir nunmehr zur Ermittlung der Spannungen in den wichtigsten Dachstuhl-Constructionen übergehen, werden wir bei den diesfälligen Untersuchungen für jede Gattung von Dachbindern die verschiedenen Belastungsfälle gefondert betrachten. Wir bestimmen demnach die Spannungen, welche erzeugt werden: 1) durch das Eigengewicht, 2) durch einseitige, bzw. volle Schneebelastung, 3) durch Windbelastung, sowohl von der Seite, an der das bewegliche, wie von der Seite, an welcher das feste Auflager liegt. Indem dann diese Spannungen in einer Tabelle zusammengestellt werden, ist es leicht, für jeden Stab die ungünstigste Belastungsart und die ungünstigsten Spannungen zu bestimmen, ferner für die Querschnittsbestimmung (siehe Art. 84 u. 85, S. 60 bis 63) die Werthe P_0 , P_1 und P_2 zu ermitteln. Da die Dachbinder meist Gitterträger sind, so werden die im Kapitel »Träger« gezeigten Verfahren für die Spannungsermittlung hier genau, wie dort, Anwendung finden. Auch hier machen wir die Annahmen: 1) daß die Stäbe in den Knotenpunkten durch Gelenke mit einander verbunden sind, 2) daß die Lasten nur in den Knotenpunkten der Construction wirken. Die berechneten Spannungen werden desto mehr mit den wirklichen übereinstimmen, je mehr die Construction diesen Annahmen entspricht. Die zweite Annahme (Belastung nur in den Knotenpunkten) ist häufig nicht erfüllt; in diesem Falle kann man dennoch die in den folgenden Artikeln zu zeigenden Methoden anwenden, indem man annimmt, daß die zwischen je zwei Knotenpunkten befindlichen Lasten durch besondere Träger auf die Knotenpunkte übertragen werden. Die Berechnung dieser Träger hat, wie im Kapitel »Träger« gezeigt ist, zu erfolgen. Die Belastung, welche im Hauptsystem auf die Knotenpunkte übertragen wird, ist dann der Größe und Richtung nach gleich den auf die Zwischenträger wirkenden Auflagerdrücken. Der Sinn ist entgegengesetzt. In

213.
Allgemeines.

Fig. 268.

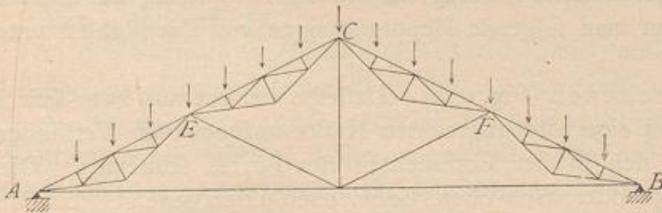


Fig. 268 z. B. sind zwischen je zwei Knotenpunkten des Hauptsystemes Pfetten, demnach Lastpunkte. Das Stück CE kann wie ein besonderer, in C und E frei aufliegender Träger aufgefaßt und berechnet werden; eben so verhält es sich mit dem Stück AE . Im Punkte E des Hauptsystemes wirken dann der linke Auflagerdruck des Balkens CE und der rechte Auflagerdruck des Balkens AE nach unten, außerdem noch die Belastung der Pfette in E . Demnach sind die Spannungen im Hauptsystem auch hier zunächst genau so zu berechnen, als wenn die Gesamtlasten nur in den Hauptknotenpunkten A , C , E , F und B angriffen; zu diesen Spannungen im Hauptsystem kommen alsdann noch die in den kleinen Trägern AE , EC etc. stattfindenden Spannungen hinzu. Die Spannungen derjenigen Stäbe der kleinen Träger, welche mit den Linien AE , EC etc. zusammenfallen, addiren sich einfach zu den Spannungen in diesen Stäben.

Die erste Annahme (Anordnung von Gelenken in den Knotenpunkten) ist bei den hölzernen Dachbindern niemals, allein auch bei den eisernen Dachstühlen häufig nicht erfüllt; doch braucht bei den gewöhnlichen Dächern auf die hierdurch bedingten Unterschiede der wirklich auftretenden Spannungen gegenüber den berechneten keine Rücksicht genommen zu werden.

Das einfachste Dach entsteht dadurch, daß sich zwei Sparren AC und BC gegen einander lehnen (Fig. 269). Jede Belastung desselben, etwa des Sparrens BC ,

214.
Princip der
Balkendächer.