



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik der Hochbau-Constructions

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

2. Kap. Balkendächer

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77733](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77733)

mittelung der fraglichen Auflagerdrücke ist die in Fig. 267 angegebene Construction ohne Weiteres verständlich, und es ergibt sich $\beta\gamma = R_1$, $\gamma\alpha = R$.

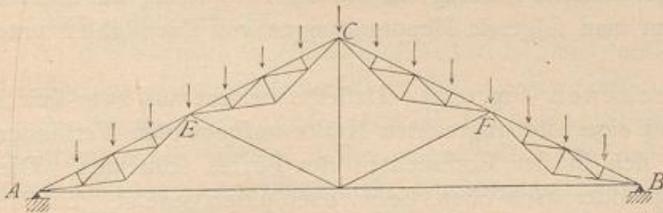
Bei nicht parallelen Winddrücken ist für die graphische Behandlung zunächst die Mittelkraft derselben nach Größe, Richtung und Lage in bekannter Weise aufzufuchen und alsdann zu verfahren, wie in Fig. 267 dargestellt ist.

2. Kapitel. Balkendächer.

Indem wir nunmehr zur Ermittlung der Spannungen in den wichtigsten Dachstuhl-Constructionen übergehen, werden wir bei den diesfälligen Untersuchungen für jede Gattung von Dachbindern die verschiedenen Belastungsfälle gefondert betrachten. Wir bestimmen demnach die Spannungen, welche erzeugt werden: 1) durch das Eigengewicht, 2) durch einseitige, bzw. volle Schneebelastung, 3) durch Windbelastung, sowohl von der Seite, an der das bewegliche, wie von der Seite, an welcher das feste Auflager liegt. Indem dann diese Spannungen in einer Tabelle zusammengestellt werden, ist es leicht, für jeden Stab die ungünstigste Belastungsart und die ungünstigsten Spannungen zu bestimmen, ferner für die Querschnittsbestimmung (siehe Art. 84 u. 85, S. 60 bis 63) die Werthe P_0 , P_1 und P_2 zu ermitteln. Da die Dachbinder meist Gitterträger sind, so werden die im Kapitel »Träger« gezeigten Verfahren für die Spannungsermittlung hier genau, wie dort, Anwendung finden. Auch hier machen wir die Annahmen: 1) daß die Stäbe in den Knotenpunkten durch Gelenke mit einander verbunden sind, 2) daß die Lasten nur in den Knotenpunkten der Construction wirken. Die berechneten Spannungen werden desto mehr mit den wirklichen übereinstimmen, je mehr die Construction diesen Annahmen entspricht. Die zweite Annahme (Belastung nur in den Knotenpunkten) ist häufig nicht erfüllt; in diesem Falle kann man dennoch die in den folgenden Artikeln zu zeigenden Methoden anwenden, indem man annimmt, daß die zwischen je zwei Knotenpunkten befindlichen Lasten durch besondere Träger auf die Knotenpunkte übertragen werden. Die Berechnung dieser Träger hat, wie im Kapitel »Träger« gezeigt ist, zu erfolgen. Die Belastung, welche im Hauptsystem auf die Knotenpunkte übertragen wird, ist dann der Größe und Richtung nach gleich den auf die Zwischenträger wirkenden Auflagerdrücken. Der Sinn ist entgegengesetzt. In

213.
Allgemeines.

Fig. 268.



Auflagerdruck des Balkens CE und der rechte Auflagerdruck des Balkens AE nach unten, außerdem noch die Belastung der Pfette in E . Demnach sind die Spannungen im Hauptsystem auch hier zunächst genau so zu berechnen, als wenn die Gesamtlasten nur in den Hauptknotenpunkten A , C , E , F und B angriffen; zu diesen Spannungen im Hauptsystem kommen alsdann noch die in den kleinen Trägern AE , EC etc. stattfindenden Spannungen hinzu. Die Spannungen derjenigen Stäbe der kleinen Träger, welche mit den Linien AE , EC etc. zusammenfallen, addiren sich einfach zu den Spannungen in diesen Stäben.

Die erste Annahme (Anordnung von Gelenken in den Knotenpunkten) ist bei den hölzernen Dachbindern niemals, allein auch bei den eisernen Dachstühlen häufig nicht erfüllt; doch braucht bei den gewöhnlichen Dächern auf die hierdurch bedingten Unterschiede der wirklich auftretenden Spannungen gegenüber den berechneten keine Rücksicht genommen zu werden.

Das einfachste Dach entsteht dadurch, daß sich zwei Sparren AC und BC gegen einander lehnen (Fig. 269). Jede Belastung desselben, etwa des Sparrens BC ,

214.
Princip der
Balkendächer.

durch eine Last P , erzeugt nach Art. 210 in A eine Kraft R , deren Richtung mit AC zusammenfällt, in B eine Kraft R' in der Richtung BE . Die Auflagerkräfte R und R' haben die wagrechten Seitenkräfte H und H_1 , und da außerdem hier keine wagrechten Kräfte auf das System wirken, so ist $H = H_1$. Diese Kräfte H werden von den

Seitenmauern des Gebäudes oder von den sonstigen stützenden Constructionen geleistet; umgekehrt wirken Seitens des Daches die Kräfte H auf die Seitenmauern des Gebäudes oder auf die sonstigen Stützen nach außen.

Die Standicherheit der das Dach tragenden Wände, Stützen etc. macht es in den meisten Fällen wünschenswerth, daß diese wagrechten Kräfte nicht auf dieselben übertragen werden; man verbindet deshalb die beiden Punkte A und B durch einen Stab oder eine Anzahl von Stangen, welche die Kräfte H und H_1 nach einem Punkte übertragen, in welchem sie einander aufheben. Dadurch erhält man, wenigstens für lothrechte Belastungen des Daches, nur lothrechte Auflagerdrücke und lothrechten Druck auf die Wände, Stützen etc. Im einfachsten Falle besteht die Stangenverbindung aus einem einfachen Holz-

balken oder einer einfachen eisernen Zugstange AB ; statt dessen werden auch zwei Stangen AE und EB (Fig. 270) angeordnet, die sowohl nach oben, wie nach unten von der wagrechten Linie abweichen können. Alsdann ist im Eckpunkte E eine weitere lothrechte Stange anzuordnen. Auch eine mehrfach gebrochene Stangenverbindung kann zur Verbindung der Punkte A und B gewählt werden. Beim Balkendach werden demnach stets die wagrechten Seitenkräfte der Auflagerdrücke, welche durch die lothrechten Belastungen entstehen, mittels der Stangenverbindung aufgehoben.

275.
Eintheilung.

Je nach der Anordnung der eben erwähnten Stangenverbindung, bzw. je nach der Form der oberen und der unteren Gurtung, so wie der Anordnung der zwischen beiden gelegenen Stäbe kann man folgende Hauptgattungen von Dachstuhl unterscheiden³⁴⁾:

a) Einfaches Dreieckdach (Fig. 270). Dasselbe besteht aus zwei sich im First stützenden Sparren und einer die wagrechten Kräfte aufhebenden Verbindung von zwei Stangen, welche sich in der Lothrechten des Firstes schneiden. Diese beiden Stangen sind wagrecht oder nach oben, bzw. nach unten geneigt. Zur Verbindung des Firstpunktes mit dem Schnittpunkte der Stangen, welche den wagrechten Schub aufnehmen, ist eine lothrechte Stange CE angeordnet.

b) Deutscher Dachstuhl (Fig. 271). Die obere Gurtung hat jederseits einen Knotenpunkt, welcher durch einen Stab mit E verbunden ist.

Fig. 271.

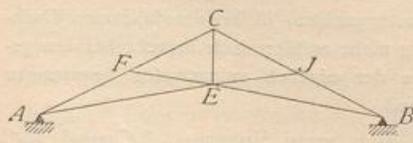
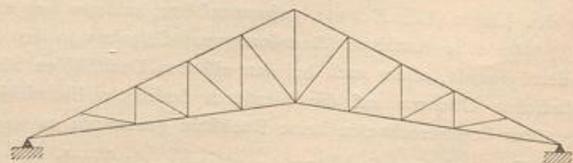


Fig. 272.



³⁴⁾ Vergl. auch Theil III, Band 2, Heft 4 (Art. 144 bis 149, S. 199 bis 207) dieses „Handbuchs“.

c) Englischer Dachstuhl (Fig. 272). Die obere Gurtung hat jederseits eine Anzahl von Knotenpunkten; die obere Gurtung und die den wagrechten Schub aufhebende Stangenverbindung (die untere Gurtung) sind durch Gitterwerk mit einander verbunden. Das Gitterwerk besteht aus einer Schar Pfosten und einer Schar Diagonalen oder aus zwei Scharen von Diagonalen, von denen die eine vorteilhaft senkrecht zur Dachneigung steht.

d) Französischer oder belgischer Dachstuhl, *Polonceau*-Dachstuhl oder *Wiegmann*-Dachstuhl (Fig. 273 bis 276). Er entsteht aus dem einfachen Dreieckdach, wenn in Fig. 269 die einfachen Sparren durch Dreiecksträger ersetzt werden.

Fig. 273.

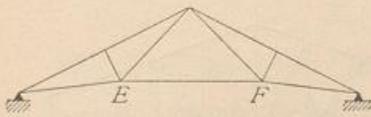


Fig. 274.

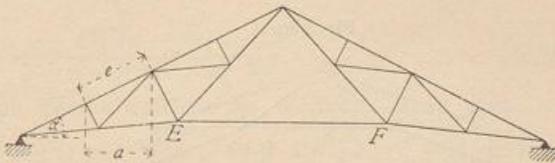


Fig. 275.

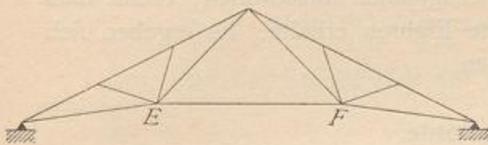
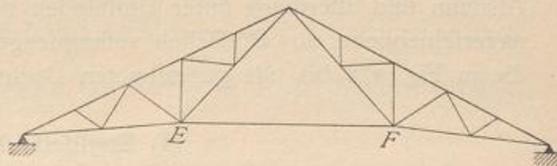


Fig. 276.



Die Form der letzteren richtet sich nach der Anzahl von Stützpunkten (Knotenpunkten), welche jederseits nöthig werden. Der wagrechte Schub wird durch eine Stange EF aufgehoben, welche die unteren Eckpunkte der beiden Dreiecksträger verbindet. In Fig. 273 bis 276 sind *Polonceau*-Dachstühle für 1, 2, 3 und 4 Lastpunkte an jeder Seite des Firses dargestellt.

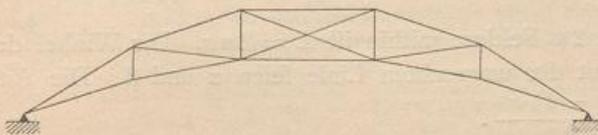
Man unterscheidet:

1) den einfachen *Polonceau*-Dachstuhl; bei demselben hat der Dreiecksträger jederseits nur einen Knotenpunkt in der unteren Gurtung (Fig. 273 u. 275);

2) den zusammengesetzten *Polonceau*-Dachstuhl; bei diesem sind in den Hauptträger noch weitere Stäbe eingeschaltet, so daß der Dreiecksträger in der unteren Gurtung jederseits mehrere Knotenpunkte hat (Fig. 274 u. 276).

Die Anzahl der Lastpunkte bestimmt sich nach der Tragweite, welche man den Sparren geben kann. Letztere heiße e ; somit ist die wagrechte Projection derselben $e \cos \alpha = a$, die Gesamtlängeweite des Daches L . Alsdann ergibt sich die Anzahl der Lastpunkte zu $n = \frac{L}{e \cos \alpha} - 1 = \frac{L}{a} - 1$; e ist nach der Stärke der Sparren verschieden; n muß eine ganze gerade Zahl sein.

Fig. 277.



e) Sieldach (Fig. 277). Die obere und die untere Gurtung sind nach einer krummen Linie oder nach einem der krummen Linie

eingeschriebenen Vieleck gebildet; das Gitterwerk ist verschieden. Man kann hierher auch die Träger mit gekrümmter oberer und geradliniger unterer Gurtung rechnen.

Bei den vorstehend angeführten Dächern ist stets angenommen, daß die beiden Gurtungen sich über dem Auflager schneiden; die Formen sind aber auch möglich, ohne daß die Schnittpunkte der Gurtungen in den Auflager-Lothrechten liegen.

Fig. 278.

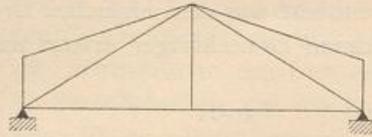


Fig. 279.

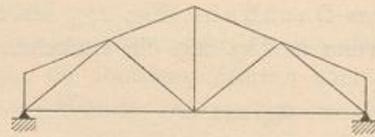


Fig. 280.

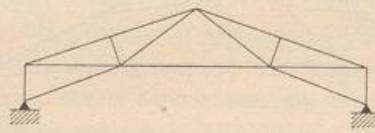
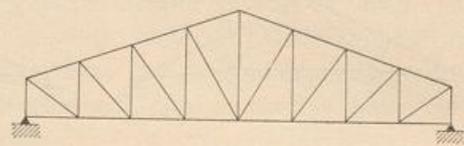


Fig. 281.



Alsdann sind allerdings unter Umständen noch Diagonalen anzuordnen, damit man unverfchiebliche, aus Dreiecken zusammengesetzte Figuren erhalte. Es ergeben sich die in Fig. 278 bis 281 gezeichneten Dachformen.

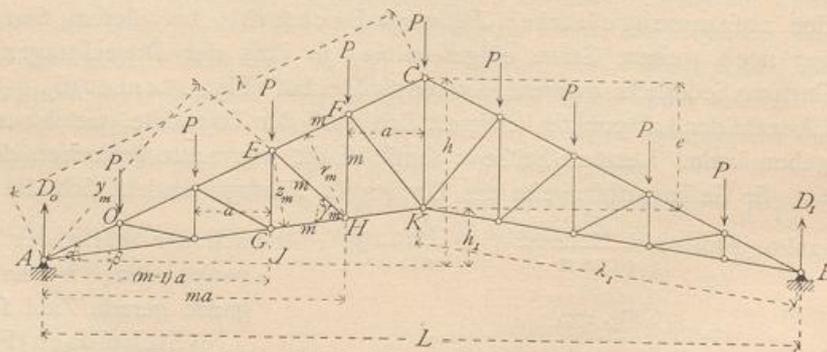
a) Englische Dachstühle.

216.
Berechnung
der Spannungen
durch lothrechte
Belastung.

Die Belastungsgefetze und Spannungsermittlungen sollen für einen Dachstuhl mit Pfosten und nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gezeigt werden; für andere Anordnungen des Gitterwerkes ergeben sich aus dem Nachstehenden die Aenderungen ohne Schwierigkeit.

1) Berechnung der Spannungen. α) Belastung durch das Eigengewicht, bezw. volle Schneebelastung (Fig. 282). Die Belastung für den Knotenpunkt sei P , die Stützweite L , die Entfernung der Knotenpunkte, wagrecht

Fig. 282.



gemessen, a . Der Dachstuhl habe $2n$ Felder; mithin ist $L = 2na$. Die Winkel der oberen, bezw. unteren Gurtung mit der wagrechten Linie seien α und β . Die Auflagerdrücke sind $D_0 = D_1 = \frac{(2n-1)P}{2}$.

Für die m -te Stange EF der oberen Gurtung ist H der Momentenpunkt, also

$$0 = X_m r_m + D_0 m a - (m - 1) P \frac{m a}{2},$$

woraus

$$X_m = \frac{-\frac{(2n-1)}{2} P m a + (m-1) P \frac{m a}{2}}{r_m}.$$

Nun ist $r_m = \overline{AH} \sin(\alpha - \beta)$ und $\overline{AH} = \frac{m a}{\cos \beta}$; fönach

$$r_m = m a \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} = m a \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)$$

und

$$X_m = -\frac{P(2n-m)}{2 \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} \dots \dots \dots 307.$$

Oft ist es unbequem, mit den Winkelwerthen zu rechnen; dann giebt man der Formel folgende Gestalt. Es ist $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2h}{L}$, $\operatorname{tg} \beta = \frac{2h_1}{L}$, $h - h_1 = e$ und

$\cos \alpha = \frac{L}{2\lambda}$; durch Einfötzung dieser Werthe wird

$$X_m = -\frac{P\lambda(2n-m)}{2e} \dots \dots \dots 308.$$

Für die m -te Stange GH der unteren Gurtung ist E der Momentenpunkt, mithin

$$0 = D_0 (m - 1) a - P(m - 2) \frac{(m - 1) a}{2} - Z_m z_m,$$

woraus

$$Z_m = \frac{\frac{(2n-1)}{2} P(m-1)a - P(m-2)(m-1)\frac{a}{2}}{z_m}.$$

Nun ist $z_m = \overline{AE} \sin(\alpha - \beta)$ und $\overline{AE} = \frac{(m-1)a}{\cos \alpha}$, demnach

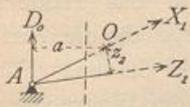
$$Z_m = \frac{P(2n-m+1)}{2 \cos \beta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} \dots \dots \dots 309.$$

Da $\cos \beta = \frac{L}{2\lambda_1}$ ist und $\operatorname{tg} \alpha$, so wie $\operatorname{tg} \beta$ die oben angegebenen Werthe haben, fo wird auch

$$Z_m = \frac{P\lambda_1(2n-m+1)}{2e} \dots \dots \dots 310.$$

Die Gleichungen 309 u. 310 gelten nicht für die erste Stange der unteren Gurtung am Auflager; denn die Formel ist unter der Annahme entwickelt, daß als Drehpunkt für die Gleichung der statischen Momente derjenige Punkt der oberen Gurtung gewählt wird, welcher in die

Fig. 283.



$(m - 1)$ -te Verticale fällt; dies würde für $m = 1$ der Punkt A sein, und für diesen Fall wäre die Gleichung der statischen Momente für A als Drehpunkt nicht verwendbar, weil alle Kräfte am Bruchstück dann durch A gehen, also das statische Moment Null haben. Man erhält Z_1 durch Aufstellung der Gleichung der statischen Momente für irgend einen beliebigen Punkt, etwa O (Fig. 283). Es wird, wenn der Hebelsarm von Z_1 in Bezug auf den Drehpunkt O gleich z_2 ist,

$$Z_1 = \frac{D_0 a}{z_2} = \frac{(2n-1) P a}{2 a \cos \beta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = \frac{(2n-1) P \lambda_1}{2e} \dots \dots \dots 311.$$

Derselbe Werth ergibt sich für $m = 2$, d. h. für den zweiten Stab der unteren Gurtung.

217.
Spannungen
in den
Gurtungen.

218.
Spannungen
in den
Diagonalen.

Für die m -te Diagonale EH , wie für alle Diagonalen der linken Dachhälfte ist A der Momentenpunkt, mithin

$$0 = Y_m y_m + (m - 1) \frac{P m a}{2}, \text{ woraus } Y_m = - \frac{P m a (m - 1)}{2 y_m}.$$

Da nun $y_m = \frac{m a \sin \gamma_m}{\cos \beta}$ ist, wird $Y_m = - \frac{P}{2} (m - 1) \frac{\cos \beta}{\sin \gamma_m}$.

Durch einfache Umformungen erhält man

$$Y_m = - \frac{P \sqrt{1 + [(m - 1) \operatorname{tg} \alpha - m \operatorname{tg} \beta]^2}}{2 (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} \dots \dots \dots 312.$$

und durch Fortschaffung der Winkelwerthe

$$Y_m = - \frac{P}{4e} \sqrt{L^2 + 4 (m e - h)^2} \dots \dots \dots 313.$$

219.
Spannungen
in den
Pfoften.

Für den m -ten Pfoften FH ist der Schnitt schräg zu legen; als Momentenpunkt ergibt sich A ; mithin heisst die Gleichung der statischen Momente für A als Drehpunkt

$$0 = V_m m a - (m - 1) \frac{P m a}{2}, \text{ woraus } V_m = \frac{P (m - 1)}{2} \dots \dots 314.$$

Für $m = 1$ ergibt diese Gleichung $V_m = 0$; der erste Pfoften ist also überflüssig und kann fortbleiben.

Die Gleichung gilt nicht für den mittelften Pfoften; denn wenn bei diesem der Schnitt eben so gelegt wird, wie bei den anderen Pfoften, so werden vier Stäbe getroffen; A ist also hier nicht der conjugirte Punkt. Man bestimmt die Spannung in diesem Mittelpfoften durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen für den Firstknotenpunkt (Fig. 284). Für diesen ist, wenn die Summe der lothrechten Kräfte gleich Null gesetzt wird,

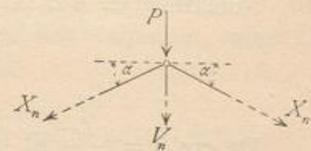
$$0 = V_n + P + 2 X_n \sin \alpha, \text{ woraus } V_n = - P - 2 X_n \sin \alpha,$$

und da nach Gleichung 307: $X_n = - \frac{P n}{2 \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)}$ ist, so wird

$$V_n = P \left(\frac{n \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} - 1 \right) \dots \dots \dots 315.$$

Die Gleichungen 307 bis 314 gelten für die Stäbe links von der Mitte; die zur Mitte symmetrisch liegenden Stäbe der anderen Dachhälfte werden in genau gleicher Weise beansprucht; die Gleichungen können sofort auch für die rechte Dachhälfte angewendet werden, wenn die m von B aus gerechnet werden.

Fig. 284.



Die Betrachtung der Gleichungen 307 bis 314 ergibt Folgendes:

a) Durch das Eigengewicht, bezw. durch gleichmäßige Belaftung des ganzen Dachbinders erhalten alle Stäbe der oberen Gurtung Druck, alle Stäbe der unteren Gurtung Zug. Wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, erhalten dieselben bei der erwähnten Belaftung Druck, die Pfoften Zug. Man sieht leicht, dass, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu steigen, dieselben bei der gleichen Belaftung gezogen, die Pfoften gedrückt werden.

b) Je größer β wird, desto kleiner wird $(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)$ und das Product $\cos \beta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)$; desto größer werden daher sowohl X_m , wie Z_m , da die Ausdrücke, sowohl für X , wie für Z die erwähnten Werthe im Nenner haben. Für negative Werthe von β , d. h. wenn die Zuggurtung nach unten von der Wagrechten abweicht, wird

$$X'_m = - \frac{P (2n - m)}{2 \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)} \text{ und } Z'_m = \frac{P (2n - m + 1)}{2 \cos \beta (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)} \dots \dots 316.$$

Je größer (absolut genommen) die negativen Werthe von β werden, desto größer werden die Nenner in den beiden Gleichungen 316, desto kleiner also X_m und Z_m . Für den Materialaufwand zu den Gurtungen ist es also günstig, das positive β möglichst klein, das negative β möglichst groß zu nehmen.

c) Für $\beta = 0$, d. h. wenn die untere Gurtung eine gerade Linie bildet, ist

$$X_m = -\frac{P(2n-m)}{2 \sin \alpha} \quad \text{und} \quad Z_m = \frac{P(2n-m+1)}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad \dots \quad 317.$$

$$Y_m = -\frac{P\sqrt{1+(m-1)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}{2 \operatorname{tg} \alpha}, \quad V_m = \frac{P(m-1)}{2} \quad \text{und} \quad V_n = P(n-1) \quad 318.$$

β) Ungünstigste lothrechte Belastung. — a) Gurtungsstäbe. Jede lothrechte Belastung des Trägers erzeugt (nach Art. 156, S. 150) ein positives Moment in allen Querschnitten. Sind nun (Fig. 282) die in den Stäben EF , bzw. GH durch eine beliebige lothrechte Belastung erzeugten Spannungen X_m , bzw. Z_m und die Momente für die bezüglichen Momentenpunkte H und E gleich M_m und M_{m-1} , so wird

$$X_m = -\frac{M_m}{r_m} \quad \text{und} \quad Z_m = \frac{M_{m-1}}{z_m}.$$

X_m und Z_m erreichen ihre Größtwerte gleichzeitig mit M_m , bzw. M_{m-1} , d. h. bei voller Belastung des Trägers. Die Belastung des ganzen Daches durch Schneedruck wird also für die Gurtungsstäbe die ungünstigste sein. Die dann sich ergebenden Spannungen folgen aus den Gleichungen 307 bis 311, indem dort statt P die Knotenpunktsbelastung durch Schnee- und Eigengewicht eingesetzt wird.

Man erhält, wenn b der Binderabstand ist und q' die Bedeutung, wie in Art. 204 (S. 206) hat,

$$P = G + S = ab(q' + 75) \text{ Kilogr.}$$

und daraus leicht X_m und Z_m .

b) Diagonalen. Wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, so erzeugt eine Last P rechts von dem durch die Diagonale gelegten lothrechten Schnitte II

Fig. 285.

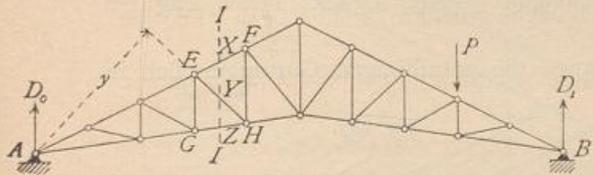
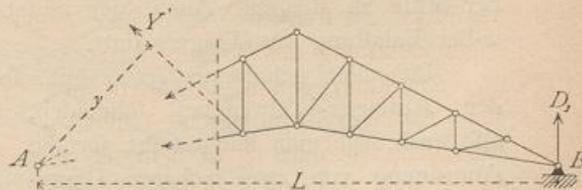


Fig. 286.



(Fig. 285) in A den Auflagerdruck D_0 . Auf das Bruchstück links vom Schnitt wirken jetzt D_0 und die drei Stabspannungen X , Y und Z . Für Y ist A der Momentenpunkt, und die Gleichung der statischen Momente für A als Drehpunkt lautet $0 = Yy$, d. h. $Y = 0$.

Liegt eine Last P links vom Schnitte II und betrachtet man das Bruchstück rechts vom Schnitte (Fig. 286), so heißt die Gleichung der statischen Momente in Bezug auf den Punkt A als Drehpunkt

$$0 = Y'y + D_1 L, \quad \text{woraus} \quad Y' = -\frac{D_1 L}{y}.$$

220.
Ungünstigste
Belastung.

Steigen die Diagonalen nach der Mitte zu, so ergibt sich, wenn die Last rechts vom Schnitte liegt, genau wie vorhin, daß in den Diagonalen die Spannung Null entsteht. Liegt dagegen die Last links vom Schnitt, so folgt

$$Y'_1 = + \frac{D_1 L}{y'}$$

Die für die Diagonalen gefundenen Ergebnisse gelten, so lange A der Momentenpunkt der Diagonalen ist, d. h. für alle Diagonalen links der Mitte. Für die Diagonalen rechts der Mitte ist B der Momentenpunkt, und es ergibt sich in gleicher Weise, wie eben gezeigt, daß in diesen jede Belastung rechts vom Schnitte durch die betreffende Diagonale eine Druck-, bzw. Zugspannung erzeugt, je nachdem sie nach der Mitte zu fallen oder steigen; jede Belastung links vom Schnitte ruft dagegen in denselben die Spannung Null hervor.

Allgemein folgt hieraus: Jede Belastung zwischen dem durch die Diagonale gelegten lothrechten Schnitte und demjenigen Auflager, welches für die Diagonale nicht den Momentenpunkt bildet, hat auf die Spannung in der Diagonalen gar keinen Einfluß. Jede Belastung zwischen dem lothrechten Schnitt und dem Auflager, welches für die Diagonale den Momentenpunkt bildet, erzeugt in den nach der Mitte zu fallenden Diagonalen Druck, in den nach der Mitte zu steigenden Diagonalen Zug. Die ungünstigsten Belastungsarten würden also diejenigen sein, bei denen die ganze Zug-, bzw. Druckabtheilung belastet wäre. Da aber die Belastung des übrigen Trägertheiles ohne Einfluß auf die Diagonalspannung ist, so kann man auch sagen: Die ungünstigste Beanspruchung aller Diagonalen durch lothrechte Lasten findet bei voller Belastung statt, und zwar werden die nach der Mitte zu steigenden Diagonalen gezogen, die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gedrückt.

c) Pfosten. Für die ungünstigste Belastung der Pfosten ergibt sich durch die gleiche Beweisführung, wie bei den Diagonalen, wenn die Schnitte schräg gelegt werden: Jede Belastung zwischen dem durch einen Pfosten gelegten schrägen Schnitt und dem Auflager, welches für den Pfosten nicht den Momentenpunkt bildet, erzeugt im Pfosten die Spannung Null; jede Belastung zwischen dem Schnitte und demjenigen Auflager, welches den conjugirten Punkt bildet, erzeugt in den Pfosten Zug, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, Druck, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu steigen. Auch hier findet demnach größter Druck, bzw. Zug bei voller Belastung des Trägers statt.

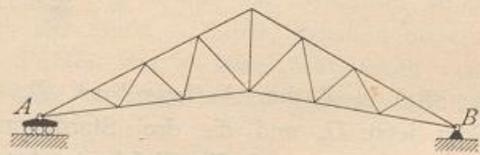
Das hier gefundene Gesetz gilt, so lange die geradlinigen Gurtungen sich in den Auflager-Lothrechten schneiden, also auch, wie man leicht sieht, für die Anordnung von zwei Scharen Diagonalen nach Fig. 287.

Demnach kann für alle Stäbe des englischen Dachstuhles die volle Belastung durch Schnee und Eigengewicht als ungünstigste lothrechte Belastung der Berechnung zu Grunde gelegt werden.

Die bezüglichlichen Größtwerte sind in Art. 217 bis 219 entwickelt.

γ) Belastung durch Winddruck. Die sämtlichen Stabspannungen sind sowohl für den Fall zu ermitteln, daß der Winddruck jene Seite belastet, an welcher das bewegliche Auflager liegt, als daß er diejenige Seite belastet, an welcher sich das feste Auflager befindet.

Fig. 287.



Man ermittelt bei diesen beiden Belastungsarten für jeden Stab den Momentenpunkt, das Biegemoment der äußeren Kräfte für diesen Punkt und daraus in bekannter Weise die Stabspannungen. Es empfiehlt sich dabei, für die Auffuchung des Biegemomentes jede Knotenpunktsbelastung in eine wagrechte und eine lothrechte Seitenkraft zu zerlegen; die Ermittlung der Hebelsarme wird dadurch wesentlich vereinfacht. In Fig. 294 u. 296 sind die wagrechten und lothrechten Seitenkräfte der Winddrücke sowohl für den Fall, daß der Wind von der Seite des beweglichen Auflagers, als auch für den Fall, daß er von der Seite des festen Auflagers kommt, angegeben.

2) Graphische Ermittlung der Spannungen. Hier empfiehlt sich die *Cremona'sche Methode* am meisten, weil für die Spannungen aller Stäbe die gleichen Belastungsarten zu Grunde gelegt werden.

a) Belastung durch das Eigengewicht und Schneedruck. Man nimmt entweder die sämtlichen Eigenlasten in den oberen Knotenpunkten vereinigt an oder berechnet die Eigengewichte, welche in den Knotenpunkten der unteren Gurtung angreifen, besonders. In beiden Fällen ist das Verfahren genau wie im Kapitel »Träger« (Art. 176, S. 172) gezeigt ist.

222.
Graphische
Ermittlung
der
Spannungen.

Fig. 288.

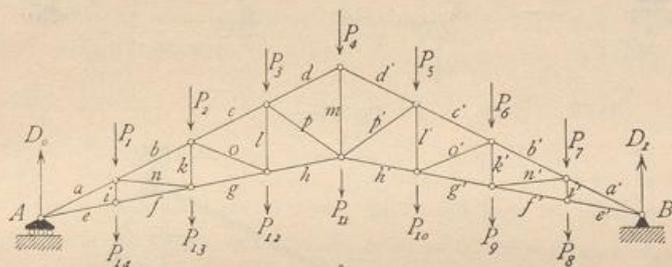
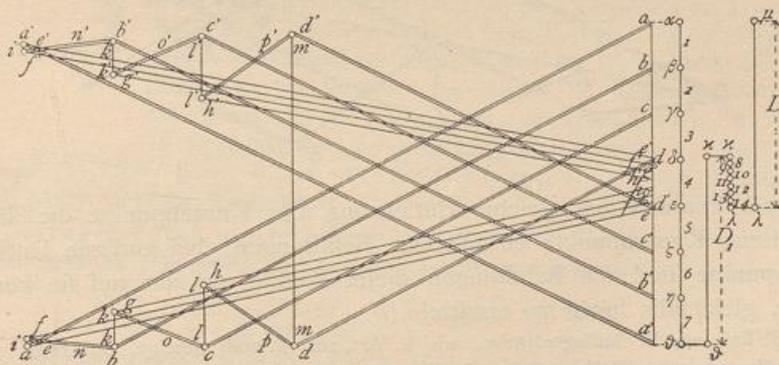


Fig. 289.



Bei der graphischen Ermittlung in Fig. 288 u. 289 ist die zweite Annahme gemacht worden; die Eigengewichte, welche auf die Auflagerpunkte A und B kommen, sind fortgelassen, weil sie unmittelbar von den Auflagern aufgenommen werden, demnach das System nicht belasten. Alsdann sind die am System wirkenden äußeren Kräfte in der Reihenfolge der Knotenpunkte aufgetragen: zuerst die Lasten der oberen Gurtung $1, 2, 3 \dots 7$; an den Endpunkt von 7 ist D_1 getragen; letzteres fällt mit der Kraftlinie $1, 2, 3 \dots 7$ zusammen, wie überhaupt alle äußeren Kräfte hier in dieselbe Kraftlinie fallen. Der größeren Deutlichkeit halber sind aber die Lasten 1 bis 7 , D_1 , ferner die Lasten der unteren Gurtung

und D_0 je etwas feitwärts verschoben aufgetragen. Wir erhalten $D_1 = \vartheta \kappa$; δ bis $14 = \kappa \lambda$; $D_0 = \lambda \mu$. μ fällt demnach eigentlich auf α , wonach sich also das Kräftepolygon schließt.

Für die Construction des Kräfteplanes sind selbstverständlich als Grenzpunkte der einzelnen äußeren Kräfte die Punkte auf der Linie $a a'$ einzuführen, welche mit den gezeichneten auf gleicher Höhe liegen. Der Kräfteplan ist nun genau, wie früher angegeben, in Fig. 289 conструиirt, worüber keine weiteren Bemerkungen nöthig sind.

Die Construction der Spannungen durch volle Schneebelastung ist in gleicher Weise vorzunehmen; dabei sind natürlich die Belastungen der unteren Knotenpunkte gleich Null.

β) Belastung durch Winddruck. In Fig. 291 u. 292 sind die Kräftepläne sowohl für den von der Seite des beweglichen, wie für den von der Seite des festen Auflagers kommenden Winddruck conструиirt. Auf den Auflagerpunkt und

Fig. 290.

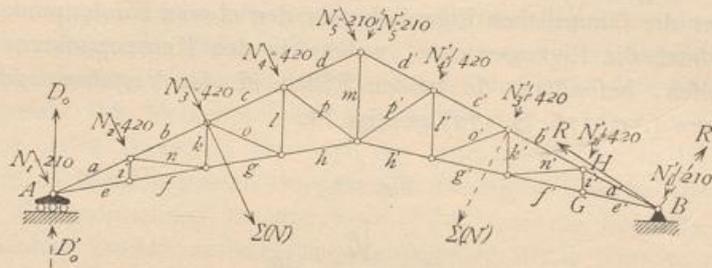
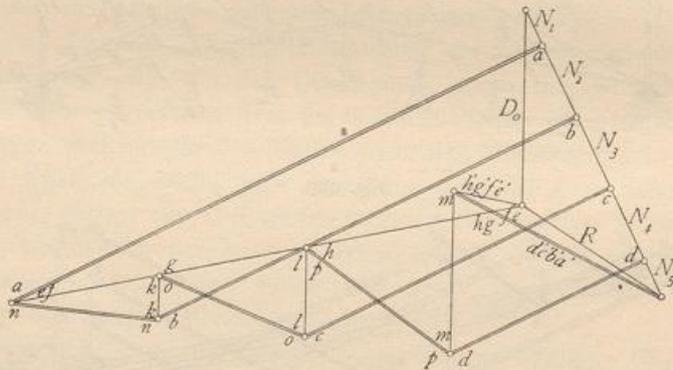


Fig. 291.



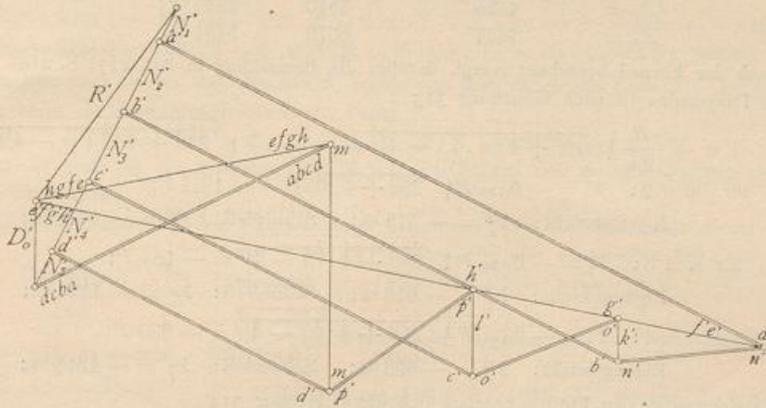
den Firstpunkt kommen bei gleicher Entfernung aller Knotenpunkte die Hälften der auf die anderen Knotenpunkte entfallenden Belastungen; bei anderen Entfernungen der Knotenpunkte sind die Belastungen dieser Punkte aus den auf sie kommenden Dachflächen gleichfalls leicht zu ermitteln.

Zunächst sind nun die Auflagerdrücke, wie in Art. 208 (S. 208) gezeigt, conструиirt, worauf sich der Kräfteplan in bekannter Weise ergibt. In Fig. 290 sind die äußeren Kräfte für die Belastung der linken Dachhälfte ausgezogen, für die Belastung der rechten Dachhälfte punktiert.

Es möge hier darauf aufmerksam gemacht werden, daß auf der nicht belasteten Seite sämtliche Diagonalen die Spannung Null, die oberen, so wie die unteren Gurtungsstäbe sämtlich je gleiche Spannungen erhalten. Die Richtigkeit ergibt sich aus folgender Betrachtung.

Wenn sich in einem unbelasteten Knotenpunkte (Fig. 293) drei Stäbe schneiden, von denen zwei in eine gerade Linie fallen, so ist, wenn Gleichgewicht stattfindet, $X - X_1 + Y \cos \varphi = 0$ und $Y \sin \varphi = 0$, d. h. $Y = 0$, also auch $X - X_1 = 0$, d. h. $X = X_1$. Die Spannungen in den beiden in eine gerade Linie fallenden Stäben sind also einander gleich; die Spannung im dritten Stabe ist gleich Null.

Fig. 292.



Falls der Wind, wie in Fig. 290 durch die ausgezogenen Pfeile angedeutet ist, die linke Seite be-
lastet, so wirkt auf den Knotenpunkt G keine äußere Kraft; mithin wird $e' = f'$ und $i' = 0$. Auch auf
 H wirkt keine äußere Kraft; da nun $i' = 0$ ist, also als nicht vorhanden zu betrachten ist, so folgt auch
 $n' = 0$ und $a' = b'$. Eben so ergibt sich weiter $a' = b' = c' = d'$; $e' = f' = g' = h'$; $i' = n' =$
 $k' = o' = l' = p' = 0$.

Beispiel. Berechnung eines englischen Dachstuhles (Fig. 294) von nachfolgenden Haupt-
maßen: Stützweite $L = 16$ m; Firsthöhe $h = 4$ m; $\frac{h}{L} = \frac{1}{4}$; $a = 2$ m; $2a = 8$; $\text{tg } \alpha = \frac{4}{8} = 0,5$;
 $h_1 = 1,6$ m; $\text{tg } \beta = \frac{1,6}{8} = 0,2$; $e = h - h_1 = 2,4$ m; $\lambda = \sqrt{4^2 + 8^2} = 8,94$ m; $\lambda_1 = \sqrt{1,6^2 + 8^2}$
 $= 8,16$ m; $\sin \alpha = \frac{h}{\lambda} = \frac{4}{8,94} = 0,447$ m; $\cos \alpha = \frac{8}{8,94} = 0,895$; $\sin \beta = \frac{h_1}{\lambda_1} = \frac{1,6}{8,16} = 0,196$;
 $\cos \beta = \frac{8}{8,16} = 0,98$; die Binderweite ist $4,3$ m; die Dachdeckung ist Eisenwellblech auf Winkel-
eisen; das Gitterwerk besteht aus Pfosten und nach der Mitte zu fallenden Diagonalen.

Die Belastungen ergeben sich wie folgt. Auf einen Knotenpunkt kommt eine Grundfläche von

Fig. 293.



$2 \cdot 4,3 = 8,6$ qm, eine schräge Dachfläche von $4,3 \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{4,3 \cdot 8,94}{4} = 9,61$ qm.

Mithin ist nach der Tabelle auf S. 20 das Eigengewicht für 1 qm Grundfläche,
auschl. des Bindergewichtes, gleich 23 kg. Rechnet man das Gewicht des Binders
für 1 qm Grundfläche mit 17 kg, so wird das Eigengewicht für 1 qm Grund-
fläche = $23 + 17 = 40$ kg. Demnach ist die Knotenpunktsbelastung durch
das Eigengewicht = $8,6 \cdot 40 = 344$ kg, durch Schneedruck = $8,6 \cdot 75 = 645$ kg,
die senkrechte Knotenpunktsbelastung durch Winddruck = $9,61 \cdot 72 = 692$ kg,
wofür abgerundet $N = 700$ kg gesetzt werden soll. Der Firstknotenpunkt und der Auflagerknotenpunkt
erhalten nur je 350 kg senkrechte Windbelastung.

a) Spannungen durch die lothrechten Lasten. Für die obere Gurtung ergeben sich
die Spannungen durch das Eigengewicht, bezw. volle Schneebelastung aus Gleichung 308 zu

$$X_m = -\frac{P \cdot 8,94}{2 \cdot 2,4} (8 - m) = -1,8625 P (8 - m).$$

Wir erhalten: für Eigengewicht $P = 344$ kg, sonach $X_m^g = -1,8625 \cdot 344 (8 - m) = -640 (8 - m)$;

für Schneebelastung $P = 645$ kg, mithin $X_m^s = -1,8625 \cdot 645 (8 - m) = -1200 (8 - m)$.

Für $m =$	1	2	3	4
wird $X_m^g =$	-4480	-3840	-3200	-2560 kg;
$X_m^s =$	-8400	-7200	-6000	-4800 kg.

Für die untere Gurtung ist nach Gleichung 310: $Z_m = \frac{P \cdot 8,16}{2 \cdot 2,4} (9 - m) = 1,7 P (9 - m)$.

Für Eigengewicht ist $Z_m^g = 1,7 \cdot 344 (9 - m) = 585 (9 - m)$,

für Schneelast ist $Z_m^s = 1,7 \cdot 645 (9 - m) = 1096,5 (9 - m)$.

Sonach wird für	$m = 1$	2	3	4
$Z_g =$	4095		3510	2925 kg;
$Z_p =$	7677		6579	5481 kg.

Z_1 ist nicht nach der Formel berechnet (vergl. darüber die Bemerkung in Art. 217, S. 219).

Für die Diagonalen ist nach Gleichung 313

$$Y = -\frac{P}{9,6} \sqrt{16^2 + 4(m \cdot 2,4 - 4)^2} = -0,104 P \sqrt{256 + 4(2,4m - 4)^2}.$$

Wir erhalten für $m = 2$: $Y_2 = -0,104 P \sqrt{256 + 4(0,8)^2} = -1,072 P$;

$$\text{Eigengewicht: } Y_2^g = -575 \text{ kg; } \text{Schneelast: } Y_2^p = -1079 \text{ kg;}$$

für $m = 3$: $Y_3 = -0,104 P \sqrt{256 + 4(7,2 - 4)^2} = -1,79 P$;

$$\text{Eigengewicht: } Y_3^g = -616 \text{ kg; } \text{Schneelast: } Y_3^p = -1155 \text{ kg;}$$

für $m = 4$: $Y_4 = -0,104 P \sqrt{256 + 4(9,6 - 4)^2} = -2,01 P$;

$$\text{Eigengewicht: } Y_4^g = -698 \text{ kg; } \text{Schneelast: } Y_4^p = -1310 \text{ kg;}$$

Die Spannungen in den Pfosten ergeben sich aus Gleichung 314

	Eigengewicht:	Schneelast:
für $m = 2$:	$V_2^g = 172 \text{ kg}$;	$V_2^p = 323 \text{ kg}$;
" $m = 3$:	$V_3^g = 344 \text{ kg}$;	$V_3^p = 645 \text{ kg}$.

Die Spannungen im Mittelpfosten (für $m = 4$) sind nach Gleichung 315

$$V_4^g = 1950 \text{ kg, } V_4^p = 3657 \text{ kg.}$$

β) Spannungen durch Windbelastung an der Seite des beweglichen Auflagers (Fig. 294). Die lothrechte Seitenkraft der Knotenpunktsbelastung ist bei den mittleren Knotenpunkten gleich

$700 \cos \alpha = 700 \cdot 0,895 = 626 \text{ kg}$, beim First- und Auflagerknotenpunkt je gleich 313 kg ; die wagrechten Seitenkräfte sind bezw. $700 \sin \alpha = 700 \cdot 0,447 = 312 \text{ kg}$ und 156 kg . Die lothrechten Höhen der oberen Gurtungsknotenpunkte über AB sind bezw. 1 m , 2 m , 3 m und 4 m ; die Knotenpunkte der unteren Gurtung liegen bezw. um $0,4 \text{ m}$, $0,8 \text{ m}$, $1,2 \text{ m}$ und $1,6 \text{ m}$ über der wagrechten Linie AB . Es ist

$$D_0 = \frac{(3 \cdot 626 + 2 \cdot 313) 12 - (3 \cdot 312 + 2 \cdot 156) 2}{16} = 1722 \text{ kg,}$$

$$D_1 = \frac{(3 \cdot 626 + 2 \cdot 313) 4 + (3 \cdot 312 + 2 \cdot 156) 2}{16} = 782 \text{ kg,}$$

$$H = 3 \cdot 312 + 2 \cdot 156 = 1248 \text{ kg.}$$

Für die Stäbe der oberen Gurtung ergeben sich die Gleichungen der statischen Momente: wenn E der Momentenpunkt ist,

$$0 = X_1 \cdot 0,6 \cos \alpha + (D_0 - 313) \cdot 2 - 156 \cdot 0,4, \text{ woraus } X_1 = -5132 \text{ kg;}$$

für den Momentenpunkt F

$$0 = X_2 \cdot 1,2 \cos \alpha + (D_0 - 313) \cdot 4 - 156 \cdot 0,8 + 312 \cdot 0,2 - 626 \cdot 2, \text{ woraus } X_2 = -4023 \text{ kg;}$$

weilers eben so für die Momentenpunkte G und \mathcal{J}

$$0 = X_3 \cdot 1,8 \cos \alpha + (D_0 - 313) \cdot 6 - 156 \cdot 1,2 + 2 \cdot 312 \cdot 0,3 - 2 \cdot 626 \cdot 3, \text{ woraus } X_3 = -2916 \text{ kg;}$$

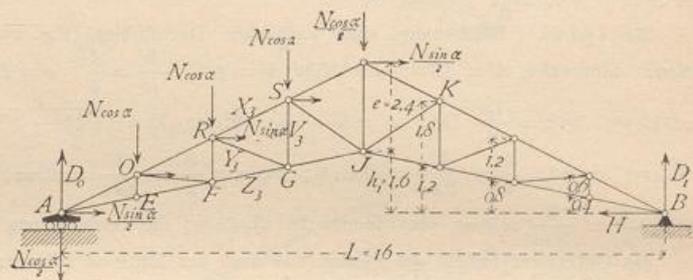
$$0 = X_4 \cdot 2,4 \cos \alpha + (D_0 - 313) \cdot 8 - 156 \cdot 1,6 + 3 \cdot 312 \cdot 0,4 - 3 \cdot 626 \cdot 4, \text{ woraus } X_4 = -1806 \text{ kg.}$$

Die Momentengleichung für den Punkt \mathcal{J} heißt, wenn das Bruchstück rechts von dem durch den Stab $\mathcal{J}K$ gelegten lothrechten Schnitte betrachtet wird,

$$0 = H \cdot 1,6 - D_1 \cdot 8 - X_5 \cdot 2,4 \cos \alpha, \text{ woraus } X_5 = -1982 \text{ kg.}$$

Dieselbe Spannung findet in sämtlichen Stäben der oberen Gurtung rechts der Mitte statt (vergl. Art. 222, S. 224).

Fig. 294.



In ähnlicher Weise erhält man für die untere Gurtung:

$$0 = (D_0 - 313) 2 - 156 \cdot 1 - Z_1 \cdot 0,6 \cos \beta, \text{ woraus } Z_1 = 4527 \text{ kg} = Z_2;$$

$$0 = (D_0 - 313) 4 - 156 \cdot 2 - 626 \cdot 2 - 312 \cdot 1 - Z_3 \cdot 1,2 \cos \beta, \text{ woraus } Z_3 = 3197 \text{ kg};$$

$$0 = (D_0 - 313) 6 - 156 \cdot 3 - 2 \cdot 626 \cdot 3 - 2 \cdot 312 \cdot 1,5 - Z_4 \cdot 1,8 \cos \beta, \text{ woraus } Z_4 = 1857 \text{ kg}.$$

Betrachtet man wieder das Bruchstück rechts von dem durch den Stab $\mathcal{F}K$ gelegten lothrechten Schnitte, so heisst die Momentengleichung für Punkt K

$$0 = H \cdot 3 - D_1 \cdot 6 + Z_5 \cdot 1,8 \cos \beta, \text{ woraus } Z_5 = 537 \text{ kg}.$$

Eben so groß ist die Spannung in sämtlichen Stäben der unteren Gurtung rechts der Mitte (vergl. Art. 222, S. 225).

Um die Spannungen in den Diagonalen zu bestimmen, sind die Hebelsarme dieser Spannungen für den Punkt A , welcher für alle Diagonalen links der Mitte Momentenpunkt ist, konstruiert. Man erhält $y_2 = 1,17 \text{ m}$, $y_3 = 3,3 \text{ m}$ und $y_4 = 5,8 \text{ m}$.

Die Spannungen ergeben sich aus den Momentengleichungen, wie folgt:

$$0 = Y_2 \cdot 1,17 + 626 \cdot 2 + 312 \cdot 1, \text{ woraus } Y_2 = -1337 \text{ kg};$$

$$0 = Y_3 \cdot 3,3 + 2 \cdot 626 \cdot 3 + 2 \cdot 312 \cdot 1,5, \text{ woraus } Y_3 = -1422 \text{ kg};$$

$$0 = Y_4 \cdot 5,8 + 626 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 312 \cdot 2, \text{ woraus } Y_4 = -1618 \text{ kg}.$$

Die Spannungen in den Diagonalen rechts der Mitte sind gleich Null (vergl. Art. 222, S. 225).

Für die Spannungen aller Pfosten links der Mitte ist A der Momentenpunkt; man erhält:

$$0 = 626 \cdot 2 + 312 \cdot 1 - V_2 \cdot 4, \text{ woraus } V_2 = +391 \text{ kg};$$

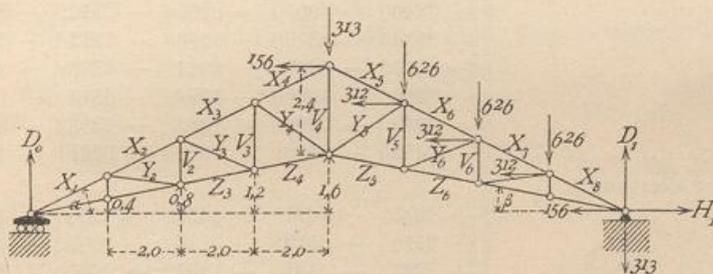
$$0 = 2 \cdot 626 \cdot 3 + 2 \cdot 312 \cdot 1,5 - V_3 \cdot 6, \text{ woraus } V_3 = +782 \text{ kg}.$$

Für die Ermittlung der Spannung im Mittelpfosten (Fig. 295) ist die Summe der lothrechten Kräfte im Firfknutenpunkt gleich Null zu setzen; sonach

$$0 = V_4 + 313 + (X_4 + X_5) \sin \alpha = V_4 + 313 - (1806 + 1982) 0,447, \text{ woraus } V_4 = 1380 \text{ kg}.$$

Die Spannungen in den Pfosten rechts der Mitte sind gleich Null (vergl. Art. 222, S. 225).

Fig. 296.



7) Spannungen durch Windbelastung von der Seite des festen Auflagers (Fig. 296). Die Belastungen der einzelnen Knotenpunkte der rechten Hälfte sind eben so groß, wie diejenigen der linken Knotenpunkte unter β waren. Wir erhalten

$$D_0 = \frac{(3 \cdot 626 + 2 \cdot 313) 4 + (3 \cdot 312 + 2 \cdot 156) 2}{16} = 782 \text{ kg},$$

$$D_1 = \frac{(3 \cdot 626 + 2 \cdot 313) 12 - (3 \cdot 312 + 2 \cdot 156) 2}{16} = 1722 \text{ kg},$$

$$H_1 = 3 \cdot 312 + 2 \cdot 156 = 1248 \text{ kg}.$$

In der oberen Gurtung findet man

$$0 = X_1 \cdot 0,6 \cos \alpha + D_0 \cdot 2, \text{ woraus } X_1 = -\frac{782 \cdot 2}{0,537} = -2912 \text{ kg}.$$

Derselbe Werth ergibt sich nach Art. 222 (S. 225) für X_2 , X_3 und X_4 . Weiters ist

$$0 = X_5 \cdot 2,4 \cos \alpha + D_0 \cdot 8 - 156 \cdot 2,4, \text{ woraus } X_5 = -2738 \text{ kg};$$

$$0 = X_6 \cdot 1,8 \cos \alpha + (D_1 - 313) 6 + (H_1 - 156) 1,2 + 2 \cdot 312 \cdot 0,3 - 2 \cdot 626 \cdot 3, \text{ woraus } X_6 = -3845 \text{ kg};$$

$$0 = X_7 \cdot 1,2 \cos \alpha + (D_1 - 313) 4 + (H_1 - 156) 0,8 + 312 \cdot 0,2 - 626 \cdot 2, \text{ woraus } X_7 = -4953 \text{ kg};$$

$$0 = X_8 \cdot 0,6 \cos \alpha + (D_1 - 313) 2 + (H_1 - 156) 0,4, \text{ woraus } X_8 = -6061 \text{ kg}.$$

In der unteren Gurtung ergibt sich

$$0 = Z_1 \cdot 0,6 \cos \beta - D_0 \cdot 2, \text{ woraus } Z_1 = 2660 \text{ kg}.$$

Dieselbe Größe haben Z_2 , Z_3 und Z_4 . Weiters findet man

$$0 = (D_1 - 313) 6 + (H_1 - 156) 3 - 2 \cdot 626 \cdot 3 - 2 \cdot 312 \cdot 1,5 - Z_5 \cdot 1,8 \cos \beta, \text{ woraus } Z_5 = + 3990 \text{ kg;}$$

$$0 = (D_1 - 313) 4 + (H_1 - 156) 2 - 626 \cdot 2 - 312 \cdot 1 - Z_6 \cdot 1,2 \cos \beta, \text{ woraus } Z_6 = + 5320 \text{ kg;}$$

$$0 = (D_1 - 313) 2 + (H_1 - 156) 1 - Z_7 \cdot 0,6 \cos \beta, \text{ woraus } Z_7 = + 6650 \text{ kg.}$$

Die Hebelsarme für die Ermittlung der Spannungen in den Diagonalen sind oben angegeben; hiernach findet statt

$$0 = Y_7 \cdot y_2 + 312 \cdot 1 + 626 \cdot 2, \text{ woraus } Y_7 = - 1337 \text{ kg;}$$

$$0 = Y_6 \cdot y_3 + 2 \cdot 312 \cdot 1,5 + 2 \cdot 626 \cdot 3, \text{ woraus } Y_6 = - 1422 \text{ kg;}$$

$$0 = Y_5 \cdot y_4 + 3 \cdot 312 \cdot 2 + 3 \cdot 626 \cdot 4, \text{ woraus } Y_5 = - 1618 \text{ kg.}$$

Die Spannungen in den übrigen Diagonalen sind gleich Null.

In den Pfosten sind die Spannungen V_1 , V_2 und V_3 gleich Null; V_4 wird durch die Aufstellung der Gleichgewichtsbedingung erhalten, welche befagt, das die algebraische Summe der lothrechten, am Firstknotenpunkte wirkenden Kräfte gleich Null sein mufs, d. h. aus

$$0 = V_4 + 313 + X_4 \sin \alpha + X_5 \sin \alpha = V_4 + 313 - (2912 + 2738) \cdot 0,447 \text{ wird } V_4 = 2212 \text{ kg.}$$

Ferner ist

$$0 = V_5 \cdot 6 - 2 \cdot 626 \cdot 3 - 2 \cdot 312 \cdot 1,5, \text{ woraus } V_5 = 782 \text{ kg;}$$

$$0 = V_6 \cdot 4 - 626 \cdot 2 - 312 \cdot 1, \text{ woraus } V_6 = 391 \text{ kg.}$$

2) Zusammenstellung der Stabspannungen. Für die Querschnittsbestimmungen sind die gefundenen Spannungen in nachfolgender Tabelle zusammengestellt.

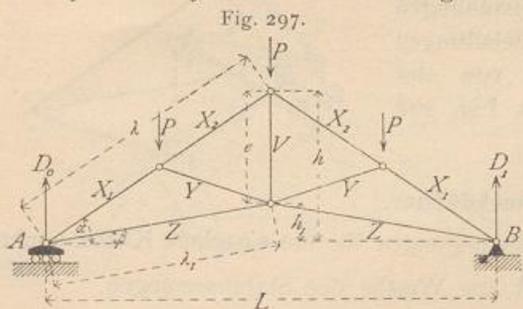
Bezeichnung des Stabes	Spannung durch				P_0	P_1
	Eigen-gewicht	Schneelast (voll be-lastet)	Wind links	Wind rechts		
Obere Gurtung:						
Stab Nr. 1	- 4480	- 8400	- 5132	- 2912	- 4480	- 13522
" " 2	- 3840	- 7200	- 4023	- 2912	- 3840	- 11223
" " 3	- 3200	- 6000	- 2916	- 2912	- 3200	- 8916
" " 4	- 2560	- 4800	- 1806	- 2912	- 2560	- 7712
" " 5	- 2560	- 4800	- 1982	- 2738	- 2560	- 7538
" " 6	- 3200	- 6000	- 1982	- 3845	- 3200	- 9845
" " 7	- 3840	- 7200	- 1982	- 4953	- 3840	- 12153
" " 8	- 4480	- 8400	- 1982	- 6061	- 4480	- 14461
Untere Gurtung:						
Stab Nr. 1 u. 2	+ 4095	+ 7677	+ 4527	+ 2660	+ 4095	+ 12204
" " 3	+ 3510	+ 6579	+ 3197	+ 2660	+ 3510	+ 9776
" " 4	+ 2925	+ 5481	+ 1857	+ 2660	+ 2925	+ 8141
" " 5	+ 2925	+ 5481	+ 537	+ 3990	+ 2925	+ 9471
" " 6	+ 3510	+ 6579	+ 537	+ 5320	+ 3510	+ 11899
" " 7 u. 8	+ 4095	+ 7677	+ 537	+ 6650	+ 4095	+ 14327
Diagonalen:						
im Felde 2	- 575	- 1079	- 1337	0	- 575	- 2416
" " 3	- 616	- 1155	- 1422	0	- 616	- 2577
" " 4	- 698	- 1310	- 1618	0	- 698	- 2928
" " 5	- 698	- 1310	0	- 1618	- 698	- 2928
" " 6	- 616	- 1155	0	- 1422	- 616	- 2577
" " 7	- 575	- 1079	0	- 1337	- 575	- 2416
Pfosten:						
zwischen Feld 2 u. 3	+ 172	+ 323	+ 391	0	+ 172	+ 714
" " 3 u. 4	+ 344	+ 645	+ 782	0	+ 344	+ 1427
Mittelpfosten	+ 1950	+ 3657	+ 1380	+ 2212	+ 1950	+ 5869
zwischen Feld 5 u. 6	+ 344	+ 645	0	+ 782	+ 344	+ 1427
" " 6 u. 7	+ 172	+ 323	0	+ 391	+ 172	+ 714

Kilogramm

b) Deutsche Dachstuhl.

Der deutsche Dachstuhl kann als ein englischer Dachstuhl mit nur einem Knotenpunkt in jeder Dachhälfte aufgefasst werden (Fig. 297); man wird demnach

224.
Ermittlung
der
Spannungen.



die in demselben durch Eigenlast und volle Schneelast entstehenden Spannungen aus den Formeln für den englischen Dachstuhl ableiten können.

Für die obere Gurtung ist in die Gleichungen 307 u. 308 statt $2n$ die Zahl 4 einzufsetzen und für m der Reihe nach 1 und 2; alsdann erhält man

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= -\frac{3P}{2 \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = -\frac{3P\lambda}{2e} \\ X_2 &= -\frac{P}{\cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = -\frac{P\lambda}{e} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 319.$$

Die allgemeine Gleichung 309, bezw. 310 für die untere Gurtung gilt nicht für $m = 1$ (siehe Art. 217, S. 219). Für $m = 2$ und $2n = 4$ übergeht Gleichung 309, bezw. 310 in

$$Z = \frac{3P}{2 \cos \beta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} \quad \text{und} \quad Z = \frac{3P\lambda_1}{2e} \dots \dots \dots 320.$$

Für die Diagonalen giebt die Gleichung 313 für $m = 2$

$$Y = -\frac{P}{4e} \sqrt{L^2 + 4(2e - h)^2} \dots \dots \dots 321.$$

Für den Pfosten ist Gleichung 315 anzuwenden, und es ergibt sich für $n = 2$

$$V = P \left(\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} - 1 \right) = P \left(2 \frac{2h}{2h - 2h_1} - 1 \right) = P \frac{h + h_1}{e} \dots \dots \dots 322.$$

Fig. 298.

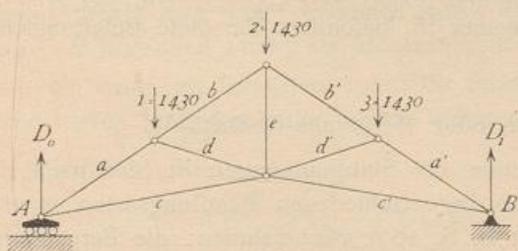


Fig. 299.

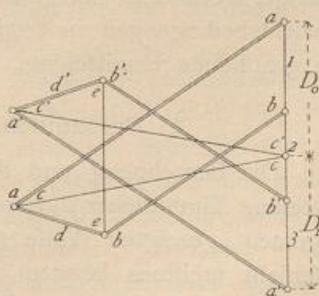


Fig. 300.

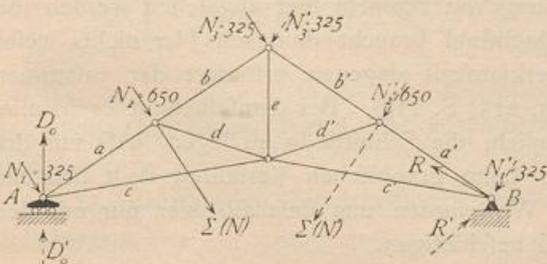
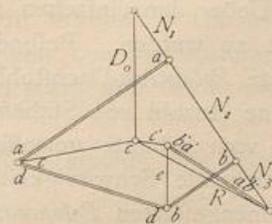


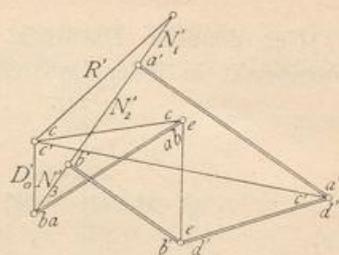
Fig. 301.



Für schiefe Belastungen durch Winddruck sind die Spannungen, wie beim englischen Dachstuhl gezeigt, zu ermitteln.

Die graphische Ermittlung der Spannungen im deutschen Dachstuhl für die Belastungen durch Eigengewicht und Winddruck von der einen, bzw. der anderen Seite zeigen Fig. 298 bis 302.

Fig. 302.



c) Dreieckdächer.

225.
Ermittlung
der
Spannungen.

Die Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen für die einzelnen Knotenpunkte ergibt (Fig. 303), da $D_0 = D_1 = \frac{P}{2}$ ist, die Werthe der Stabspannungen.

Es ist $0 = X \cos \alpha + Z \cos \beta$ und $0 = D_0 + X \sin \alpha + Z \sin \beta$, woraus

$$\left. \begin{aligned} X &= -\frac{P}{2 \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = -\frac{P \lambda}{2 e} \\ Z &= +\frac{P}{2 \cos \beta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = \frac{P \lambda_1}{2 e} \end{aligned} \right\} \cdot 323.$$

Sowohl X , wie Z nehmen mit wachsendem e ab; für den Materialverbrauch ist also ein möglichst großes e günstig.

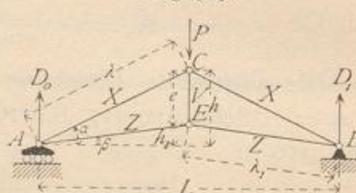
Ferner ist $P + V + 2 X \sin \alpha = 0$, woraus

$$V = P \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} = \frac{P h_1}{h - h_1} = \frac{P h_1}{e} \dots \dots \dots 324.$$

So lange h_1 positiv ist, d. h. E über der Wagrechten AB liegt, ist auch V positiv, d. h. Zug; für $h_1 = 0$ ist auch $V = 0$, d. h. wenn AEB eine gerade Linie ist, hat die Stange CE keine Spannung; wird h_1 negativ, d. h. liegt E unter der Linie AB , so ist V negativ, d. h. Druck.

Die Spannungen durch Windbelastung sind, wie beim englischen Dachstuhl gezeigt, mittels der Ritter'schen Methode, bzw. durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen zu ermitteln. Bequemer ist, besonders für diese Belastungsart, die graphische Ermittlung.

Fig. 303.



d) Französische, Polonceau- oder Wiegmann-Dachstühle.

226.
Einfacher
Polonceau-
Dachstuhl.

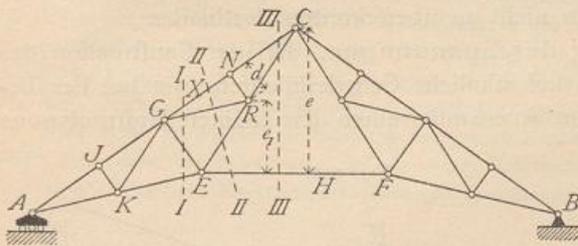
Die Berechnung und die Construction der Stabspannungen ist hier nach Ermittlung sämtlicher äußerer Kräfte für die verschiedenen Belastungsarten in der allgemein gezeigten Weise (siehe Art. 170, S. 169) vorzunehmen; die Berechnung geschieht meistens bequem mittels der Momentenmethode, die graphische Ermittlung nach Cremona. Die Formeln für die einzelnen Stabspannungen werden nicht einfach, so dass von der Aufstellung von Formeln hier abgesehen werden soll.

227.
Zusammen-
gesetzter
Polonceau-
Dachstuhl.

Ueber den einfachen Polonceau-Dachstuhl braucht demnach hier nichts weiter gefagt zu werden. Besondere Aufmerksamkeit dagegen erfordert der zusammengesetzte Polonceau-Dachstuhl (siehe Art. 215, S. 217). Bei demselben ist es nämlich für eine Anzahl von Stäben nicht möglich, die Schnitte so zu legen, dass nur drei Stäbe vom Schnitte getroffen werden; beim graphischen Verfahren stellt sich eine entsprechende Schwierigkeit heraus. Wir werden uns deshalb hier nur mit dem zusammengesetzten Polonceau-Dachstuhl beschäftigen.

1) Berechnung der Spannungen. Bei der Momentenmethode ist der Momentenpunkt fo zu wählen, das für denselben alle unbekannt Kräfte mit Ausnahme einer einzigen das Moment Null haben, mithin nur eine Unbekannte in der Gleichung verbleibt. Ist es möglich, den Schnitt fo zu legen, das mit Ausnahme einer einzigen sämtliche Stabrichtungen sich in einem Punkte schneiden, so ist dieser Punkt als Momentenpunkt für die Ermittlung der Spannungen in demjenigen Stabe zu wählen, der nicht durch diesen Punkt geht. Trifft aber

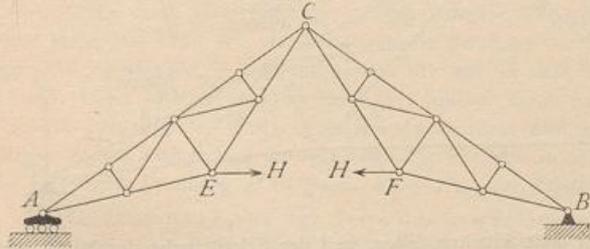
Fig. 304.



der Schnitt vier oder mehr Stäbe, von welchen sich nicht alle mit Ausnahme eines einzigen in einem Punkte schneiden, so muß man eine Reihe von Stabspannungen vorher bestimmen, um diese nicht mehr als Unbekannte in der Momentengleichung zu haben. Man ermittle also zunächst die Spannungen jener Stäbe, bei denen Schnitte möglich sind, die nur drei Stäbe treffen; diese Spannungen werden dann als Bekannte eingeführt, und in den Momentengleichungen bleiben nur noch die gesuchten Unbekannten. Um z. B. die Spannungen in GN , GR , RE und EF , welche Stäbe durch den Schnitt $II II$ getroffen werden, zu finden, ermittle man zunächst diejenige in EF . Man schneide nach $III III$; alsdann ist für EF der Firstpunkt C der Momentenpunkt und demnach die Spannung H in EF leicht zu finden. Es ist $H = \frac{M}{e}$, wenn M das Biegemoment der äußeren Kräfte für C ist. Nun sind für den Schnitt $II II$ nur noch drei Unbekannte vorhanden. Um die Spannung X in GN zu bestimmen, dient die Momentengleichung für Punkt R , in welcher nur X als Unbekannte verbleibt; für die Spannung in GR ist C , für diejenige in RE ist G der conjugirte Punkt. Nachdem diese Spannungen ermittelt sind, ist für Schnitt $II II$ nur noch die Spannung in GE unbekannt, da auch diejenige in KE leicht gefunden wird; man kann demnach einen beliebigen, nicht auf der Richtungslinie von GE liegenden Punkt als Momentenpunkt annehmen.

Es empfiehlt sich, stets zuerst die Spannung H im Stabe EF zu ermitteln und dann diesen Stab durch die beiden äußeren Kräfte H in E und F (nach Fig. 305)

Fig. 305.



zu ersetzen. Natürlich sind für jede geänderte Belastung andere Werthe für H auszurechnen und einzuführen; alsdann werden nur noch drei Stäbe mit unbekannt Spannungen getroffen, so das sich die Momentenpunkte leicht ergeben. Die Schnitte können beliebig krumm sein; das allgemeine Gesetz (vergl. Art. 4, S. 6) bleibt dabei gültig und damit auch das Verfahren.

Die vorstehenden Entwicklungen gelten sowohl für lothrechte, wie für schiefe Belastungen.

möglich, den Schnitt fo zu legen, das mit Ausnahme einer einzigen sämtliche Stabrichtungen sich in einem Punkte schneiden, so ist dieser Punkt als Momentenpunkt für die Ermittlung der Spannungen in demjenigen Stabe zu wählen, der nicht durch diesen Punkt geht. Trifft aber

der Schnitt vier oder mehr Stäbe, von welchen sich nicht alle mit Ausnahme eines einzigen in einem Punkte schneiden, so muß man eine Reihe von Stabspannungen vorher bestimmen, um diese nicht mehr als Unbekannte in der Momentengleichung zu haben. Man ermittle also zunächst die Spannungen jener Stäbe, bei denen Schnitte möglich sind, die nur drei Stäbe treffen; diese Spannungen werden dann als Bekannte eingeführt, und in den Momentengleichungen bleiben nur noch die gesuchten Unbekannten. Um z. B. die Spannungen in GN , GR , RE und EF , welche Stäbe durch den Schnitt $II II$ getroffen werden, zu finden, ermittle man zunächst diejenige in EF . Man schneide nach $III III$; alsdann ist für EF der Firstpunkt C der Momentenpunkt und demnach die Spannung H in EF leicht zu finden. Es ist $H = \frac{M}{e}$, wenn M das Biegemoment der äußeren Kräfte für C ist. Nun sind für den Schnitt $II II$ nur noch drei Unbekannte vorhanden. Um die Spannung X in GN zu bestimmen, dient die Momentengleichung für Punkt R , in welcher nur X als Unbekannte verbleibt; für die Spannung in GR ist C , für diejenige in RE ist G der conjugirte Punkt. Nachdem diese Spannungen ermittelt sind, ist für Schnitt $II II$ nur noch die Spannung in GE unbekannt, da auch diejenige in KE leicht gefunden wird; man kann demnach einen beliebigen, nicht auf der Richtungslinie von GE liegenden Punkt als Momentenpunkt annehmen.

Es empfiehlt sich, stets zuerst die Spannung H im Stabe EF zu ermitteln und dann diesen Stab durch die beiden äußeren Kräfte H in E und F (nach Fig. 305)

zu ersetzen. Natürlich sind für jede geänderte Belastung andere Werthe für H auszurechnen und einzuführen; alsdann werden nur noch drei Stäbe mit unbekannt Spannungen getroffen, so das sich die Momentenpunkte leicht ergeben. Die Schnitte können beliebig krumm sein;

das allgemeine Gesetz (vergl. Art. 4, S. 6) bleibt dabei gültig und damit auch das Verfahren.

Die vorstehenden Entwicklungen gelten sowohl für lothrechte, wie für schiefe Belastungen.

Bei lothrechten Belastungen ergeben sich ferner die vollen Belastungen des ganzen Binders wiederum als die ungünstigsten; für die Diagonalen allerdings in demselben Sinne, wie oben beim englischen Dache nachgewiesen, nämlich dafs bei voller Belastung auch diejenigen Punkte belastet sind, deren Belastung in den Diagonalen die Spannung Null erzeugt. Der Nachweis ist leicht zu führen, soll aber hier, um den verfügbaren Raum nicht zu überschreiten, fortbleiben.

2) Graphische Ermittlung der Spannungen. Bei der Construction des Cremona'schen Kräfteplanes ergeben sich ähnliche Schwierigkeiten, wie bei der Berechnung. Wenn man nämlich beim Aneinanderreihen der kleinen Kraftpolygone bis zum Knotenpunkt E

(Fig. 306) gekommen ist, so sind an diesem drei Stäbe mit nicht bekannten Spannungen; das Verfahren ist also nicht ohne Weiteres anwendbar. Die Schwierigkeit wird, ganz wie oben, dadurch beseitigt, dafs man zuerst die Spannung H des Stabes

EF bestimmt und dieselbe als in E , bezw. F wirkende äufserer Kraft einführt. Dadurch erreicht man auch, dafs die Stäbe zwischen E und C , so wie zwischen C und F zu Randstäben werden. Bevor demnach für den zusammengesetzten Polonceau-Dachstuhl der Kräfteplan gezeichnet werden kann, ist H zu ermitteln. Diese Ermittlung erfolgt entweder auf dem Wege der Rechnung, wie oben gezeigt, oder auch, wenn doch alles Uebrige construirt wird, mittels Zeichnung. Wir werden das einzuschlagende Verfahren für die verschiedenen Belastungsarten zeigen.

a) Belastung durch das Eigengewicht, bezw. volle Schneelast. Man kann H mittels der Schnittmethode bestimmen, indem man das Seilpolygon der äufseren Kräfte für einen beliebigen Pol construirt, einen Schnitt so durch den Träger legt, dafs aufser EF nur noch zwei Stäbe getroffen werden, den Angriffspunkt der Querkraft für diesen Schnitt sucht und nun, wie oben in Art. 175 (S. 171)

Fig. 306.

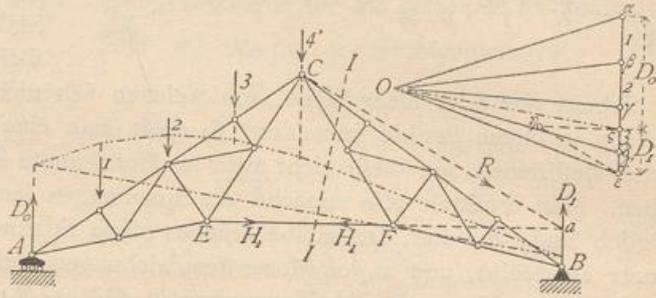
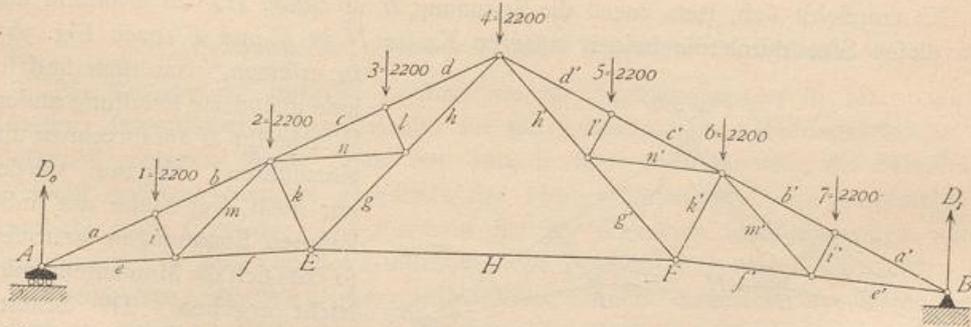


Fig. 307.



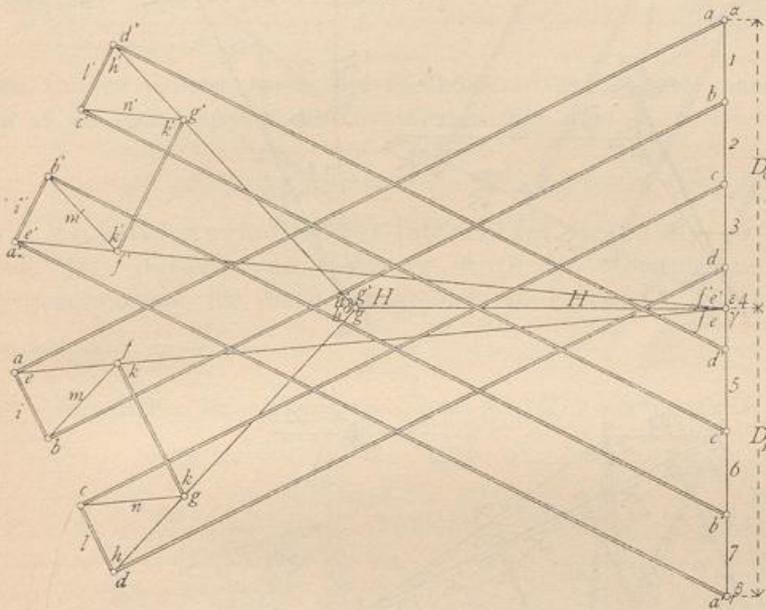
gezeigt, zerlegt. Die Kraft Q wird dann sehr weit seitwärts fallen, weil der Schnitt nahe der Mitte liegt, und wenn man sich auch durch Hilfsconstruktionen helfen kann, so dürfte doch die folgende Construction empfehlenswerther sein.

Die Spannung H im Stabe EF (Fig. 306) ist bei voller Belastung (und der hier vorausgesetzten zur Mitte symmetrischen Dachform) offenbar genau doppelt so groß, als die Spannung H_1 , welche in EF bei Belastung nur der einen Dachhälfte stattfindet. Die Größe dieser Spannung H_1 wird nun folgender-

maßen ermittelt. Man legt einen Schnitt II durch das Dach derart, daß an der einen (hier der rechten) Seite desselben gar keine Lasten liegen; alsdann wirken auf den Theil rechts vom Schnitte nur die Spannungen der drei durchschnittenen Stäbe und der Auflagerdruck D_1 . Zwei von diesen Stäben schneiden sich im Firstpunkte; die in ihnen wirkenden Spannungen können also durch eine Mittelkraft R ersetzt werden, welche durch den Firstpunkt C geht; demnach halten die drei auf das Bruchstück wirkenden Kräfte D_1 , H_1 und die Mittelkraft R der beiden Stabspannungen dasselbe im Gleichgewicht, schneiden sich also in einem Punkte. Durch den Schnittpunkt a von H_1 und D_1 geht also auch R ; R geht aber auch durch C ; die Kraft R hat demnach die Richtung Ca . Nun können wir D_1 nach den beiden bekannten Richtungen von H_1 und R zerlegen; D_1 wird mit Hilfe des Seilpolygons construirt und ist (Fig. 306) gleich $\varepsilon \zeta$. Man erhält $H_1 = \zeta \eta$ und $R = \eta \varepsilon$.

Die Kraft H , welche der Belastung des ganzen Daches entspricht, ist dann gleich $2 \times \zeta \eta$. Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, daß in obiger Construction als Belastung des Firstknotenpunktes nur die Hälfte der anderen Knotenpunktsbelastungen einzuführen ist. Die Last im Firstknotenpunkte ist deshalb hier mit $4'$ bezeichnet.

Fig. 308.



Der Kräfteplan

ist nun zu construiren, indem statt des Stabes EF die äußeren Kräfte H in den Punkten E und F wirkend eingeführt werden. Man trage die Lasten $1, 2, \dots, 6, 7$ an einander (Fig. 308); auf 7 folgt $D_1 = \beta \gamma$, dann die Kraft H im Punkte F gleich $\gamma \delta$ und H im Punkte E gleich $\delta \varepsilon$; ε fällt mit γ zusammen. Endlich ist an ε der Auflagerdruck $D_0 = \gamma \alpha$ anzutragen, womit sich das Kraftpolygon schließt. Nun ist der Kräfteplan nach dem

in Art. 176 (S. 172) angegebenen Verfahren in Fig. 308 construirt, wobei vom Knotenpunkt A ausgegangen ist.

Für die Belastung nur der einen Dachhälfte mit Schnee ist H_1 , wie oben gezeigt, zu ermitteln und alsdann der Kräfteplan ohne Schwierigkeit zu verzeichnen.

Wenn der Dachbinder unsymmetrisch ist, so kann das gezeigte Verfahren mit geringen Abänderungen gleichfalls Verwendung finden. Die Kraft H im Stabe EF ist die Summe der Spannungen H_I und H_{II} , welche durch links bzw. rechts vom Schnitte II liegende Lasten hervorgerufen werden. Man ermittle zuerst den Theil H_I , welcher durch die Belastung nur der Knotenpunkte links vom Schnitt II erzeugt wird, genau wie in Fig. 306 gezeigt ist; nur ist auch im Firstknotenpunkte die volle Belastung einzusetzen. Dann bestimme man den Theil H_{II} , welcher durch die Belastung nur der Knotenpunkte rechts vom Schnitt hervorgerufen wird; zu diesem Zweck suche man den durch diese Belastung erzeugten Auflagerdruck D_0 auf und zerlege ihn, wie oben D_1 , hier also in H_{II} und eine durch C gehende Kraft. Die in EF auftretende Spannung H ist gleich $H_I + H_{II}$; der Kräfteplan kann nun leicht gezeichnet werden.

β) Windbelastung von der Seite des beweglichen Auflagers. Die Ermittlung der Auflagerdrücke wird, wie in Art. 208 (S. 208) gezeigt, vorgenommen; die Größe der Kraft H (im Stabe EF , Fig. 309) ergibt sich wieder durch Betrachtung des Trägertheiles an derjenigen Seite des Schnittes II , an welcher die Winddrücke nicht wirken. Nachdem sodann die H als äußere Kräfte eingeführt sind, ist der Kräfteplan in gewöhnlicher Weise zu zeichnen. Die Construction ist in Fig. 309 vorgenommen.

γ) Winddruck von der Seite des festen Auflagers. Fig. 310 zeigt die Construction des Kräfteplanes für diesen Fall; nach dem Vorstehenden ist er ohne besondere Erklärung verständlich.

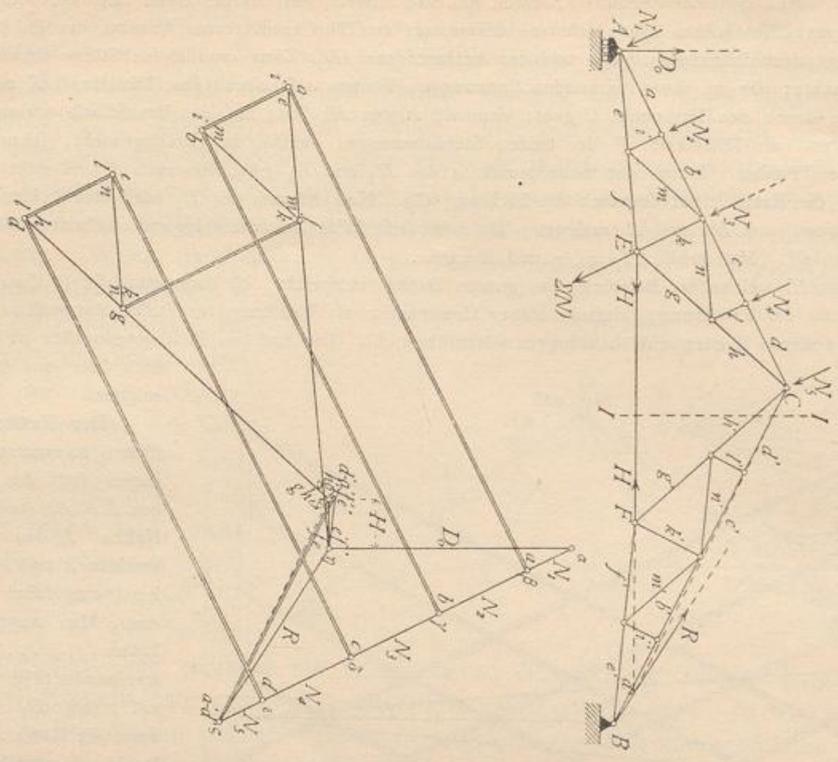


Fig. 309.

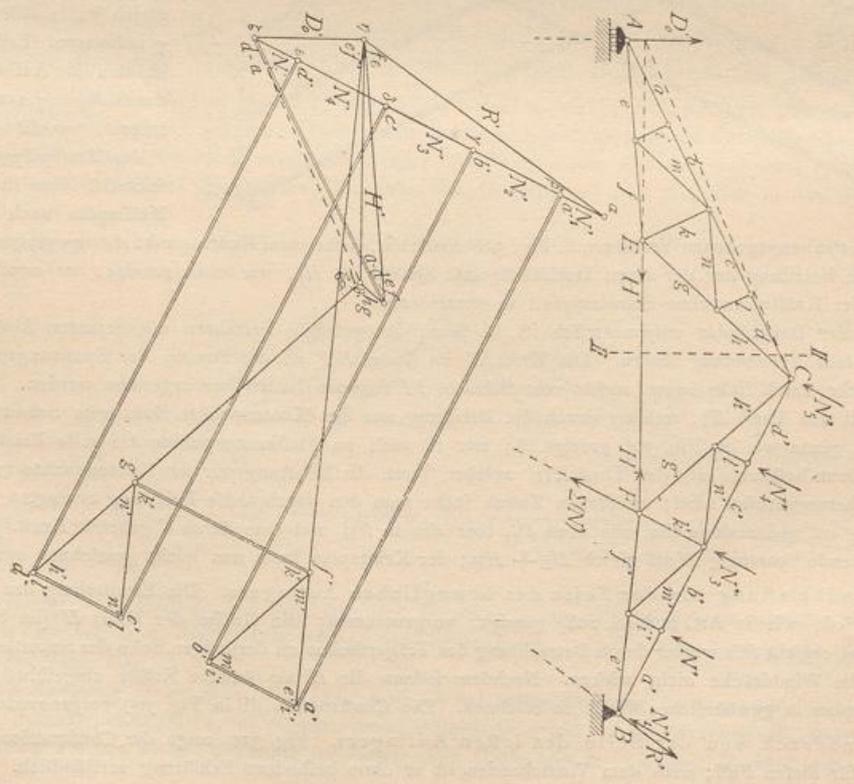


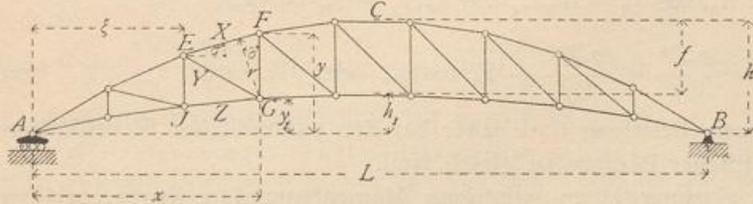
Fig. 310.

e) Sicheldächer.

Die Gurtungen können bei den Sicheldächern nach beliebigen krummen Linien geformt sein; gewöhnlich sind beide Gurtungen Vielecke, welche Parabeln oder Kreifen eingeschrieben sind. Die Bestimmung der Auflagerdrücke ist im Vorhergehenden gezeigt worden; die Stabspannungen ergeben sich durch Rechnung oder Construction ohne Schwierigkeit. Hier soll nur die Gefetzmäßigkeit der Spannungsänderungen für das parabolische Sicheldach und für lothrechte Belastungen gezeigt werden.

228.
Form
der
Dachbinder.

Fig. 311.



Die Gleichungen der beiden Curven heißen, wenn die Pfeilhöhen h und h_1 sind, nach Art. 189 (S. 191) für A als Anfangspunkt der Coordinaten (Fig. 311)

Die Gleichungen der beiden

Curven heißen, wenn die Pfeilhöhen h und h_1 sind, nach Art. 189 (S. 191) für A als Anfangspunkt der Coordinaten (Fig. 311)

$$y = \frac{4h}{L^2} (Lx - x^2) \quad \text{und} \quad y_1 = \frac{4h_1}{L^2} (Lx - x^2) \quad \dots \quad 325.$$

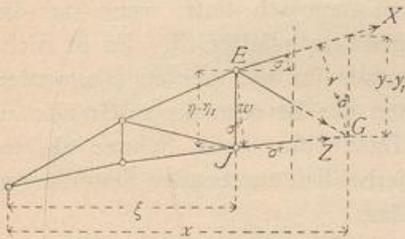
1) Stabspannungen bei lothrechter Belastung. α) Für den Stab EF (Fig. 311) der oberen Gurtung ist G der Momentenpunkt, und wenn das Biegemoment für diesen Punkt mit M_x bezeichnet wird, ist $Xr + M_x = 0$, woraus $X = -\frac{M_x}{r}$.

229.
Ermittlung
der
Spannungen
durch lothrechte
Belastung.

Nun ist $r = (y - y_1) \cos \sigma = \frac{4}{L^2} (h - h_1) (Lx - x^2) \cos \sigma = \frac{4}{L^2} f (Lx - x^2) \cos \sigma$;

Fig. 312.

also



$$X \cos \sigma = -\frac{M_x L^2}{4f(Lx - x^2)} \quad \dots \quad 326.$$

Für den Stab JG der unteren Gurtung (Fig. 312) ist E der Momentenpunkt, und wenn das Biegemoment für diesen Punkt mit M_ξ bezeichnet wird, so ist $Z = \frac{M_\xi}{w}$.

Nun ist

$$w = (\eta - \eta_1) \cos \sigma' = \frac{4}{L^2} f (L\xi - \xi^2) \cos \sigma',$$

d. h.

$$Z \cos \sigma' = \frac{M_\xi L^2}{4f(L\xi - \xi^2)} \quad \dots \quad 327.$$

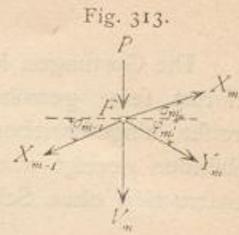
Aus den Gleichungen 326 u. 327 folgt:

α) Für volle, gleichmäßig über die wagrechte Projection vertheilte Belastung p auf die Längeneinheit ist $M_x = \frac{p}{2} (Lx - x^2)$ und $M_\xi = \frac{p}{2} (L\xi - \xi^2)$, also

$$X \cos \sigma = -\frac{pL^2}{8f} \quad \text{und} \quad Z \cos \sigma' = \frac{pL^2}{8f}, \quad \dots \quad 328.$$

d. h. die wagrechten Seitenkräfte der Gurtungsspannungen sind bei der angegebenen Belastungsart in beiden Gurtungen constant, und zwar gleich dem Größtmomente,

dividirt durch die Mittenhöhe der Sichel. Bei der Parabel sind innerhalb der Grenzen, welche bei den Dächern vorkommen, $\cos \sigma$ und $\cos \sigma'$ nahezu constant. Das soeben gefundene Ergebnifs stimmt mit dem in Art. 190 (S. 191) für die Parabelträger ermittelten überein. Durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingung für einen Knotenpunkt der oberen Gurtung, etwa F , ergibt sich ferner (Fig. 313)



$$0 = X_m \cos \sigma_m - X_{m-1} \cos \sigma_{m-1} + Y_m \cos \varphi_m,$$

d. h.

$$0 = -\frac{p L^2}{8f} + \frac{p L^2}{8f} + Y_m \cos \varphi_m \text{ oder } Y_m = 0 \dots \dots \dots 329.$$

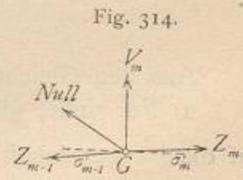
Für die angegebene Belaftung sind daher bei den parabolischen Sieldächern die Spannungen sämmtlicher Diagonalen gleich Null.

b) Alle zu den Gurtungsstäben gehörigen Momentenpunkte liegen zwischen den lothrechten Linien der Auflager A und B (Fig. 311); für alle diese Punkte sind die Bieugungsmomente bei lothrechter Belaftung positiv (siehe Art. 156, S. 150); mithin erzeugt jede lothrechte Belaftung in den Stäben der oberen Gurtung Druck, in denjenigen der unteren Gurtung Zug. Größter Druck, bezw. Zug für lothrechte Belaftung wird demnach in allen Stäben bei voller Belaftung des ganzen Dachbinders stattfinden.

β) Für die Spannungen in den Diagonalen ergibt sich nach demselben Verfahren, welches in Art. 191 (S. 192) angewendet ist, um die Beanspruchungsart der Diagonalen des Parabelträgers zu ermitteln: Jede Belaftung zwischen dem durch eine Diagonale gelegten lothrechten Schnitte und jenem Auflager, nach welchem die Diagonale zu fällt, erzeugt Zug in derselben; jede Belaftung zwischen dem Schnitte und demjenigen Auflager, nach welchem die Diagonale steigt, erzeugt in derselben Druck. Größter Druck, bezw. Zug finden demnach statt, wenn nur die Druck-, bezw. Zugabtheilung der betreffenden Diagonalen belaftet ist. Es ist nicht nöthig, bei einem Dache diese verschiedenen, jedenfalls für die meisten Diagonalen überhaupt wohl nicht vorkommenden Belaftungsarten der Berechnung zu Grunde zu legen; es genügt eine Belaftung nur der einen Dachhälfte durch Schnee als ungünstigste lothrechte Belaftung einzuführen. Die hierbei sich ergebenden Spannungen sind mittels der Ritter'schen Methode leicht zu finden.

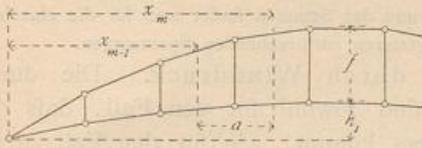
γ) Bezüglich der Spannungen in den Pfoften ergibt sich, wie oben, folgendes Gesetz: Größter Druck, bezw. Zug findet in einem Pfoften bei der Belaftung statt, welche in derjenigen Diagonalen den größten Zug, bezw. Druck erzeugt, die mit dem Pfoften in einem Knotenpunkt der nicht belafteten Gurtung zusammentrifft. Auch hier genügt es, als zufällige lothrechte Belaftungen nur die Belaftung des ganzen Daches und diejenige der einen Dachhälfte anzunehmen.

Bei Belaftung des ganzen Dachbinders mit der gleichmäfsig über die wagrechte Projection vertheilten Belaftung p ergibt sich die Spannung aller Pfoften durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingung für einen Knotenpunkt der unteren Gurtung. Es ist (Fig. 314), da die Spannung in der Diagonalen alsdann gleich Null ist,



$$0 = V_m + Z_m \sin \sigma'_m - Z_{m-1} \sin \sigma'_{m-1} \quad \text{und} \quad 0 = V + \frac{p L^2}{8f} (\text{tg } \sigma'_m - \text{tg } \sigma'_{m-1}).$$

Fig. 315.



Wird (mit geringem Fehler) die Curve als stetig gekrümmt angesehen und werden die Richtungen der Stäbe als parallel zu den in den Mitten der unteren Gurtungsstäbe an die Parabel gelegten Tangenten eingeführt, so ist

$$\operatorname{tg} \sigma'_m = \frac{4 h_1}{L^2} (L - 2 x_m) \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \sigma'_{(m-1)} = \frac{4 h_1}{L^2} (L - 2 x_{m-1}),$$

folglich

$$0 = V + \frac{p L^2}{8 f} \frac{4 h_1}{L^2} 2 (x_{m-1} - x_m) = V - \frac{p h_1}{f} a, \quad \text{woraus} \quad V = \frac{p h_1 a}{f}. \quad 330.$$

V nimmt ab, wenn h_1 abnimmt; für $h_1 = 0$ ist $V = 0$.

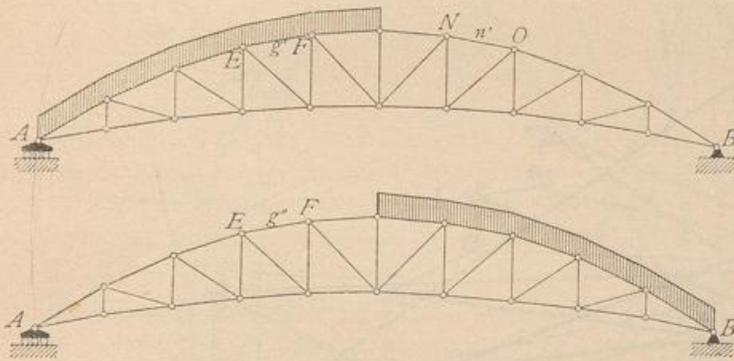
2) Stabspannungen bei einseitiger Schneebelastung. Bezüglich der Belastung durch einseitige Schneelast ist Folgendes zu beachten. Man braucht nicht für beide Belastungsarten, diejenige des ganzen Daches und diejenige der einen Dachhälfte, die Spannungen zu berechnen; vielmehr genügt für symmetrisch zur mittleren Lothrechten angeordnete Construction die Kenntniss der Spannungen bei einseitiger Belastung, um diejenigen zu erhalten, welche bei voller Belastung stattfinden, und gleichzeitig zu ermitteln, welche Belastungsart die gefährlichere ist. Die Belastung der linken Dachhälfte erzeugt etwa (Fig. 316) im Stabe EF die Spannung g' ; die Belastung der rechten Dachhälfte erzeugt in demselben Stabe die Spannung g'' . Die volle Belastung hat offenbar im Stabe EF die Spannung $g' + g''$ zur Folge. Liegt nun NO genau symmetrisch mit EF , so wird die Spannung n' in NO bei der ersteren Belastungsart genau so groß sein, wie g'' . Es ist aber

$$g_{\text{total}} = g' + g'' = g' + n'.$$

Die durch die Belastung des ganzen Daches in einem Stabe entstehende Spannung ist also gleich der Summe derjenigen Spannungen, die durch Belastung der einen Dachhälfte in dem betrachteten Stabe und in dem symmetrisch zur Mitte liegenden Stabe entstehen. Wenn die symmetrisch zur Mitte liegenden Stäbe bei der Belastung einer Dachhälfte in gleichem Sinne beansprucht werden, also beide Zug oder beide Druck erhalten,

so ist die Summe dieser Spannungen größer, als jede einzelne, d. h. die volle Belastung des Daches ist ungünstiger, als die einseitige. Werden beide Stäbe in entgegengesetztem Sinne beansprucht, so ist die Summe beider kleiner, als die größere von beiden, demnach die einseitige Belastung als ungünstigere einzuführen. Dabei ist

Fig. 316.



zu beachten, dass in letzterem Falle beide Stabspannungen als ungünstige einzuführen sind, da nicht nur die Maximal-, sondern auch die Minimalspannungen von Wichtigkeit sind. Wenn ein Mittelfeld mit zwei sich kreuzenden Zugdiagonalen vorhanden ist, so gilt die vortehende Entwicklung ebenfalls; jedoch ist stets nur diejenige Diagonale des Mittelfeldes als vorhanden zu betrachten, welche bei der betreffenden Belastung Zug erleidet.

Was soeben vom Sieldach angegeben wurde, gilt selbstverständlich von jedem aus zwei symmetrischen Hälften zusammengesetzten Dachstuhl.

Falls der Binder nicht symmetrisch zur lothrechten, durch den Firft gelegten Linie angeordnet ist, so ermittle man nach einander die Spannungen, welche in sämtlichen Stäben durch einseitige Schneebelastung der links vom Firft gelegenen Dachseite hervorgerufen werden, sodann diejenigen, welche durch einseitige Schneebelastung der rechts vom Firft gelegenen Dachseite erzeugt werden. Die durch volle

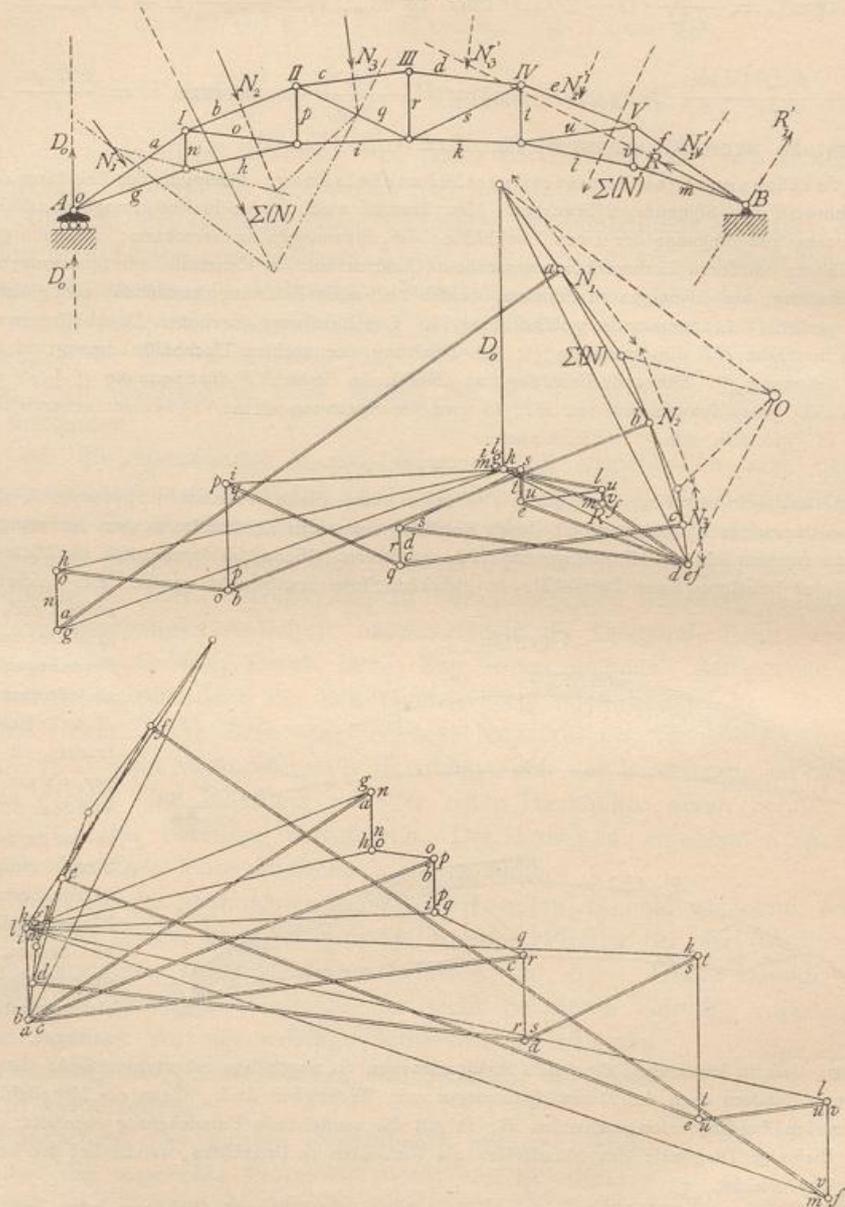
230.
Ermittlung
der
Spannungen
durch einseitige
Schneelast.

Schneebelastung des ganzen Daches hervorgerufenen Spannungen sind gleich den Summen der bezüglichen Einzelspannungen. Durch Vergleich der Einzelspannungen und der Summen findet man für die einzelnen Stäbe leicht die ungünstigsten Schneebelastungen und die letzteren entsprechenden Spannungen.

231.
Ermittlung
der
Spannungen
durch
Winddruck.

3) Stabspannungen bei Belastung durch Winddruck. Die durch Windbelastung entstehenden Stabspannungen sind sowohl für den Fall, daß der Wind von der Seite des beweglichen Auflagers kommt, wie für den Fall zu er-

Fig. 317.



mitteln, daß der Wind von der Seite kommt, an welcher das feste Auflager liegt. Die Berechnung ist nach Früherem leicht durchzuführen.

232.
Gegen-
diagonalen.

4) Gegendiagonalen. Aus dem Belastungsgesetz für die Diagonalen geht hervor, daß jede Diagonale sowohl Zug, wie Druck erhalten kann; will man dies

Fig. 319.

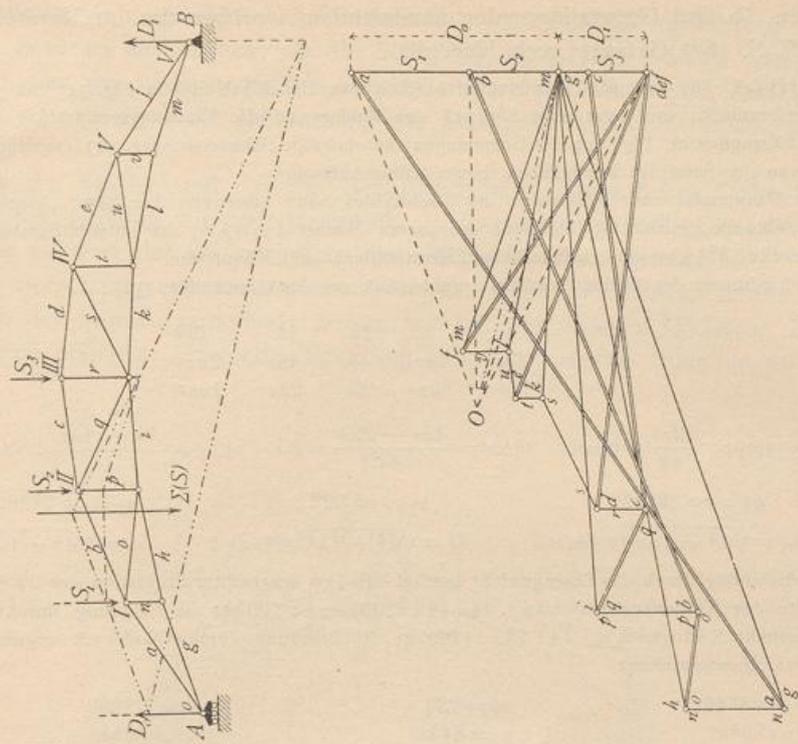
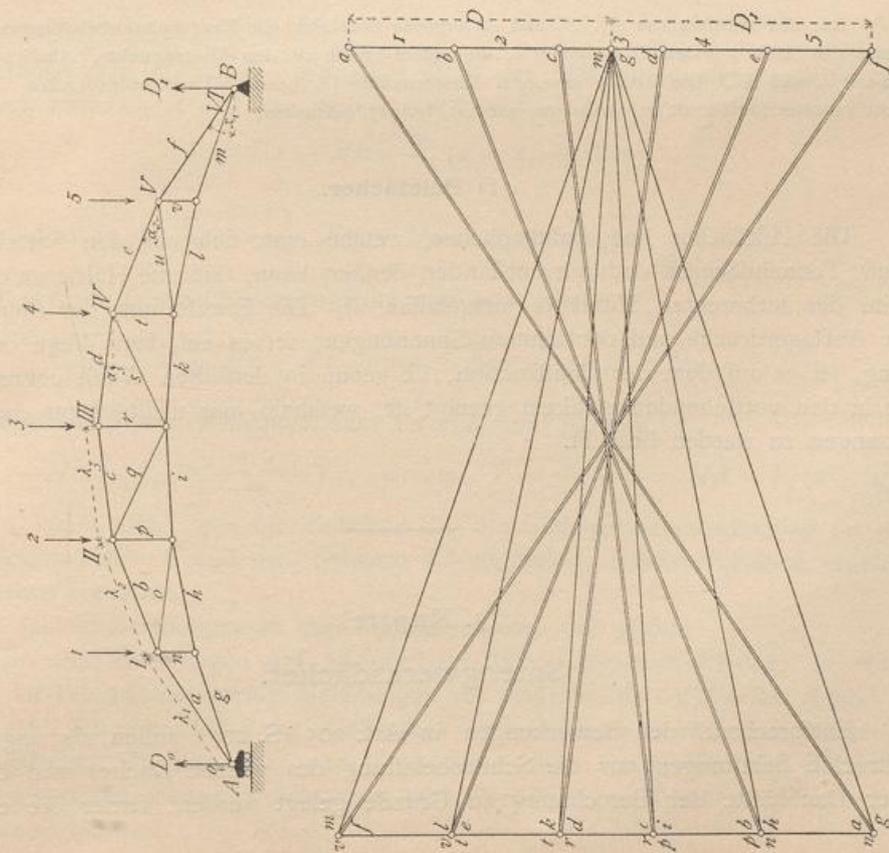


Fig. 318.



vermeiden, so sind Gegendiagonalen anzuwenden, worüber das im Kapitel »Träger« (Art. 186, S. 187) Gefagte auch hier gilt.

233.
Beispiel.

Beispiel. Für das nachstehend näher beschriebene Sieldach sind in Fig. 317 bis 319 die Stabspannungen ermittelt, und zwar zeigt Fig. 318 den Binder und die Spannungsermittlung für Belastung durch das Eigengewicht, Fig. 319 die Spannungen für einseitige Schneelast, Fig. 317 diejenigen für Windbelastung von der Seite des beweglichen, bezw. festen Auflagers.

Die Hauptmaße und Belastungen des Dachstuhles sind: Stützweite $Z = 24\text{ m}$; Anzahl der Felder gleich 6; Feldweite gleich 4 m ; Pfeilhöhe der oberen Parabel $h = 4,8\text{ m}$, der unteren Parabel $h_1 = 2,4\text{ m}$; die Binderweite ist $4,2\text{ m}$; die Dachdeckung Eisenwellblech auf Eisenpfetten.

Die Ordinaten der beiden Parabeln ergeben sich aus den Gleichungen 325:

$$\begin{array}{cccccc} \text{für } x = & 4 & 8 & 12 & 16 & 20\text{ m} \\ \text{ist } y = & 2,67 & 4,27 & 4,8 & 4,27 & 2,67\text{ m}, \\ y_1 = & 1,33 & 2,13 & 2,4 & 2,13 & 1,33\text{ m}. \end{array}$$

$$\text{Ferner ist } \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{2,67}{4} = 0,6675, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{4,27 - 2,67}{4} = 0,4, \quad \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{4,8 - 4,27}{4} = 0,1325;$$

$$\alpha_1 = \approx 33^\circ 40', \quad \alpha_2 = \approx 22^\circ, \quad \alpha_3 = \approx 7^\circ 30';$$

$$\lambda_1 = \sqrt{4^2 + 2,67^2} = 4,81\text{ m}, \quad \lambda_2 = \sqrt{4^2 + 1,6^2} = 4,31\text{ m}, \quad \lambda_3 = \sqrt{4^2 + 0,53^2} = 4,04\text{ m}.$$

Die Belastung durch das Eigengewicht beträgt für 1 qm wagrechter Projection der Dachfläche 42 kg , demnach für den Knotenpunkt $G = 4,0 \cdot 4,2 \cdot 42 = 705,6 = \approx 700\text{ kg}$; die Belastung durch Schnee für den Knotenpunkt S ist gleich $4 \cdot 4,2 \cdot 75 = 1260\text{ kg}$; die Belastung durch Winddruck ergibt sich nach Gleichung 7 folgendermaßen:

$$\begin{array}{lll} \text{für } \alpha_1 = 33^\circ 40', & \alpha_2 = 22^\circ, & \alpha_3 = 7^\circ 30' \\ v = 83\text{ kg}, & v = 64\text{ kg}, & v = 36\text{ kg}, \\ N = 4,2 \lambda_1 \cdot 83 = \approx 1680\text{ kg}, & N_2 = 4,2 \lambda_2 \cdot 64 = \approx 1160\text{ kg}, & N_3 = 4,2 \lambda_3 \cdot 36 = \approx 610\text{ kg}. \end{array}$$

Aus den Werthen von N_1 , N_2 und N_3 ergeben sich leicht die Knotenpunktsbelastungen. Von N_1 kommt die Hälfte auf den Knotenpunkt σ , die andere Hälfte auf den Knotenpunkt I ; ähnlich verhält es sich mit II und III . Die beiden in einem Knotenpunkte (I , bezw. II) wirkenden Lasten sind alsdann leicht zu einer Mittelkraft zu vereinigen, wie in Fig. 317 geschehen.

f) Pultdächer.

234.
Spannungen.

Die Pultdächer sind Balkendächer, welche man sich aus den Satteldächern, bezw. Tonnendächern dadurch entstanden denken kann, daß die Hälfte an der einen Seite der lothrechten Mittelaxe fortgelassen ist. Die Ermittlung der Belastungen, der Auflagerdrücke und der inneren Spannungen, sei es auf dem Wege der Rechnung, sei es auf dem der Construction, ist genau in derselben Weise vorzunehmen, die in den vorstehenden Artikeln gezeigt ist, wofür hier nicht weiter darauf eingegangen zu werden braucht.

3. Kapitel.

Sprengwerksdächer.

235.
Ungünstigste
Belastung.

Entsprechend den Bemerkungen in Art. 205 (S. 207) sollen als ungünstigste lothrechte Belastungen nur die Schneebelastung des ganzen Daches und diejenige einer Dachhälfte der Berechnung zu Grunde gelegt werden, ferner die einseitige