



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Die Statik der Hochbau-Constructions**

**Landsberg, Theodor**

**Stuttgart, 1899**

1) Berechnungsweise von Schwedler

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77733](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77733)

weise der Flechtwerkkuppeln, und zwar für ganz beliebige Belastungen, ist von Müller-Breslau<sup>96)</sup> aufgestellt worden.

Nach Vorführung der Schwedler'schen Berechnungsweise sollen in Art. 246 bis 249 die Grundlagen derjenigen von Müller-Breslau angegeben werden.

### 1) Berechnungsweise von Schwedler.

#### a) Belastungen und Auflagerdrücke.

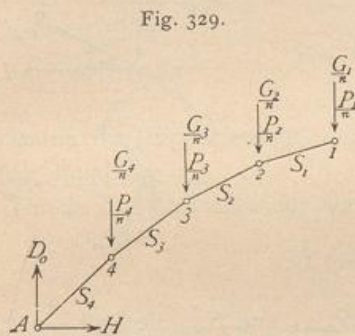
Die hier zu betrachtenden Kuppeln sind so flach, daß der Winddruck nur von geringer Bedeutung ist; derselbe soll deshalb, unter Zugrundelegung einer mittleren Dachneigung, in allen Theilen der Kuppel constant angenommen werden. Hier wird nur die lothrechte Seitenkraft  $\nu$  (vergl. Art. 30, S. 23) des Winddruckes berücksichtigt; die in die Dachfläche fallende Seitenkraft kann vernachlässigt werden. Endlich ist es empfehlenswerth, alle Belastungen auf das Quadr.-Meter der Grundfläche, also der wagrechten Projection des Daches, zu beziehen.

Die Lasten greifen in den Knotenpunkten der Construction an; demnach sind die auf die einzelnen Knotenpunkte entfallenden Flächen zu berechnen und mit diesen die Belastungen für die Einheit der Grundfläche zu multipliciren.

Wären keine Ringe angeordnet, so würden die einzelnen Sparren schiefe Drücke auf die Auflager ausüben und von diesen erleiden; durch einen Ring, gegen

241.  
Belastungen.

242.  
Auflager-  
drücke.



welchen sich sämtliche Sparrenfüße setzen, den fog. Mauerring oder Fußring, werden die wagrechten Seitenkräfte der in den untersten Sparrenstäben ( $S_4$  in Fig. 329) vorhandenen Spannungen aufgehoben, so daß bei den angenommenen Belastungen als Auflagerdrücke nur lothrechte Kräfte wirken. Entsprechend den im folgenden Artikel vorzuführenden Annahmen braucht die Berechnung der Auflagerdrücke nur für Belastungen vorgenommen zu werden, bei welchen ganze Ringzonen belastet sind. Wenn der Grundriß der Kuppel ein regelmäßiges  $n$ -Eck ist, und demnach  $n$  Sparren vorhanden sind, so kann angenommen werden, daß bei den erwähnten Belastungen alle Sparren gleiche Lasten tragen. Die Kuppel trage eine Laterne, deren Gewicht im Eigengewicht der ersten Ringzone mit enthalten sei. Die Eigengewichte der ganzen Ringzonen seien bezw. (Fig. 329)  $G_1, G_2, G_3, G_4 \dots$  und die zufälligen Lasten der ganzen Ringzonen  $P_1, P_2, P_3, P_4 \dots$ ; alsdann ist, wenn der Stützendruck auf jeden Sparren  $D_0$  beträgt, für volle Belastung der ganzen Dachfläche

$$nD_0 = G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + \dots + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \dots = \Sigma(G) + \Sigma(P).$$

Wenn etwa nur die drei obersten Zonen voll belastet sind, so wird

$$nD_0' = G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + \dots + P_1 + P_2 + P_3$$

sein. Auf diese Art sind die Auflagerdrücke leicht zu ermitteln.

<sup>96)</sup> In: Beitrag zur Theorie des räumlichen Fachwerks. Centralbl. d. Bauverw. 1892, S. 207. (Auch als Sonderabdruck erschienen.) — Vergl. auch:

KOFAHL. Beitrag zur Theorie der Kuppeldächer. Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 1896, S. 1133; 1898, S. 713.

HÜBNER. Bemerkungen über das räumliche Fachwerk. Ebendaf. 1897, S. 477, 632, 634.

MÜLLER-BRESLAU, H. Beitrag zur Theorie der Kuppel- und Thurmdächer etc. Ebendaf. 1898, S. 1205, 1233.



β) Stabspannungen.

243.  
Berechnung  
der Stab-  
spannungen.

A) Ungünstigste Beanspruchung der einzelnen Stäbe. Es sollen, nach *Schwedler*, für die Grenzen der Spannungen die folgenden vereinfachenden Annahmen gemacht werden:

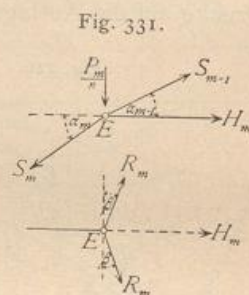
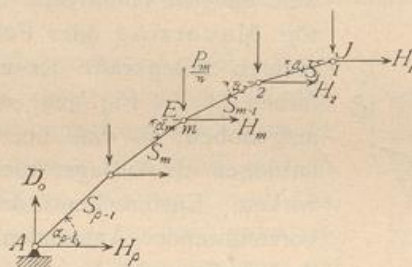
a) die Sparren erhalten den größten Druck, wenn die ganze Kuppel voll belastet ist;

b) ein Ring erhält seinen größten Zug, wenn der innerhalb desselben befindliche Kuppeltheil voll belastet, der Ring selbst mit seiner Zone aber unbelastet ist; bei der entgegengesetzten Belastungsart treten die entgegengesetzten Grenzen ein;

c) die Diagonalen zwischen zwei Sparren erhalten ihren größten Zug, wenn die halbe Kuppel auf einer Seite des durch die Mitte der Diagonalen gehenden Durchmessers voll, die andere halbe Kuppel nur durch das Eigengewicht belastet ist.

B) Spannungen in den Sparren. Wir betrachten nur zwei Belastungsarten, nämlich die Belastung der ganzen Kuppel durch zufällige Last und die Belastung der Kuppel durch Eigengewicht. Die zweite Belastungsart ergibt die Minimalspannungen. Die Maximalspannungen der Sparren sind die Summen der bei den beiden angeführten Belastungsarten sich ergebenden Spannungen. Die Formeln für beide Belastungsarten unterscheiden sich nur durch die Größe der Lasten.

Was zunächst die zufällige Belastung betrifft, so sind im  $m$ -ten Knotenpunkte (vom Laternenringe an gerechnet) in  $E$  (Fig. 330 u. 331) folgende



Kräfte im Gleichgewicht: die Spannungen der Sparren  $S_{m-1}$  und  $S_m$ , die Last  $\frac{1}{n} P_m$ , endlich die beiden Ringspannungen  $R_m$ . Letztere sind einander, der Symmetrie wegen, gleich und haben in der wagrechten Ebene des  $m$ -ten Ringes die Mittelkraft  $H_m$ . Die algebraische Summe der lothrechten Kräfte für den Punkt  $E$  ist gleich Null; mithin

$$0 = \frac{1}{n} P_m + S_m \sin \alpha_m - S_{m-1} \sin \alpha_{m-1},$$

woraus

$$S_m = \frac{S_{m-1} \sin \alpha_{m-1}}{\sin \alpha_m} - \frac{1}{n} \frac{P_m}{\sin \alpha_m}.$$

Für den ersten Knotenpunkt, den Knotenpunkt am Laternenringe, für  $\mathcal{F}$ , ist  $S_{m-1} = 0$ ; mithin folgt der Reihe nach für  $m = 1, 2, 3 \dots$

$$S_1 = -\frac{1}{n} \frac{P_1}{\sin \alpha_1}; \quad S_2 = -\frac{1}{n} \frac{P_1 \sin \alpha_1}{\sin \alpha_1 \sin \alpha_2} - \frac{1}{n} \frac{P_2}{\sin \alpha_2} = -\frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2};$$

$$S_3 = -\frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2} \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_3} - \frac{1}{n} \frac{P_3}{\sin \alpha_3} = -\frac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin \alpha_3};$$



oder allgemein

$$S_m = - \frac{1}{n \sin \alpha_m} \sum_1^m (P) \dots \dots \dots 334.$$

Eben so ergibt sich die Spannung in den Sparren für eine Belaftung durch das Eigengewicht zu

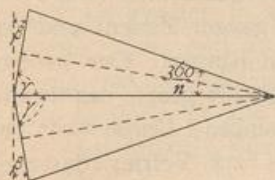
$$S_1' = - \frac{G_1}{n \sin \alpha_1}; \quad S_2' = - \frac{(G_1 + G_2)}{n \sin \alpha_2}; \quad \dots \quad S_m' = - \frac{\sum_1^m (G)}{n \sin \alpha_m} \dots 335.$$

© Spannungen in den Ringen. Die Gleichgewichtsbedingung, nach welcher die algebraische Summe der wagrechten Kräfte im Punkte *E* gleich Null ist, lautet (Fig. 331):

$$0 = H_m + S_{m-1} \cos \alpha_{m-1} - S_m \cos \alpha_m, \text{ woraus } H_m = S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1}.$$

Da  $H_m$  die Mittelkraft der beiden Ringspannungen  $R_m$  ist, so ergibt sich  $H_m = 2 R_m \sin \beta$ , woraus  $R_m = \frac{H_m}{2 \sin \beta}$ . Nun ist (Fig. 332)  $\beta = \frac{360^\circ}{2n} = \frac{\pi}{n}$ ,

Fig. 332.



sonach  $R_m = \frac{H_m}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$ . Wird in diese Gleichung der

für  $H_m$  gefundene Werth eingesetzt, so folgt

$$R_m = \frac{S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1}}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \dots 336.$$

Wir bestimmen nach Gleichung 336 die Ringspannung durch das Eigengewicht und die Maximal- und Minimal-Ringspannung durch zufällige Belaftung.

Durch das Eigengewicht wird

$$R_m^g = \frac{- \frac{\sum_1^m (G) \cos \alpha_m}{n \sin \alpha_m} + \frac{\sum_1^{m-1} (G) \cos \alpha_{m-1}}{n \sin \alpha_{m-1}}}{2 \sin \frac{\pi}{n}},$$

$$R_m^g = - \frac{\sum_1^m (G) \cotg \alpha_m - \sum_1^{m-1} (G) \cotg \alpha_{m-1}}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \dots \dots \dots 337.$$

Man erhält

für den Laternenring ( $m = 1$ ): $R_1^g = - \frac{G_1 \cotg \alpha_1}{2 n \sin \frac{\pi}{n}}$ ;	}	338.
für den Ring 2 ( $m = 2$ ): $R_2^g = - \frac{(G_1 + G_2) \cotg \alpha_2 - G_1 \cotg \alpha_1}{2 n \sin \frac{\pi}{n}}$ ;		
für den Ring 3 ( $m = 3$ ): $R_3^g = - \frac{(G_1 + G_2 + G_3) \cotg \alpha_3 - (G_1 + G_2) \cotg \alpha_2}{2 n \sin \frac{\pi}{n}}$ ;		
etc.		



Für den Mauerring ist  $S_m$ , also das erste Glied im Zähler gleich Null; mithin, wenn für den Auflagerpunkt  $m = \rho$  ist,

$$R_\rho^s = \frac{\sum_1^{\rho-1} (G) \cotg \alpha_{\rho-1}}{2n \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{(G_1 + G_2 + \dots + G_{\rho-1}) \cotg \alpha_{\rho-1}}{2n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \dots \quad 339.$$

Um die durch zufällige Belastung erzeugten Ringspannungen zu ermitteln, setzen wir in die Gleichung 336 die Werthe für  $S_m$  und  $S_{m-1}$  ein. Es soll  $\mathfrak{E}_1^m(P)$  die zwischen den Knotenpunkten 1 und  $m$  befindlichen zufälligen Lasten bezeichnen, wobei  $\mathfrak{E}$  ausdrückt, dass nicht alle Knotenpunkte 1 —  $m$  belastet zu sein brauchen; im Gegensatz dazu soll  $\sum_1^m (P)$  andeuten, dass alle Knotenpunkte von 1 bis  $m$  belastet sind. Man erhält demnach allgemein für zufällige Belastung aus Gleichung 336

$$R_m = - \frac{\mathfrak{E}_1^m(P) \cotg \alpha_m - \mathfrak{E}_1^{m-1}(P) \cotg \alpha_{m-1}}{2n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \dots \quad 340.$$

Diese Gleichung ermöglicht die Feststellung der für die einzelnen Ringe ungünstigsten Belastungen (unter Voraussetzung der Belastung ganzer Zonen) und die Ermittlung der größten Druck- und Zugspannungen in den Ringen. Der größte Druck wird stattfinden, wenn im Zähler das erste Glied möglichst groß, das zweite Glied möglichst klein ist. Jede Belastung eines der Knotenpunkte 1 bis  $(m-1)$  hat sowohl ein Wachsen des ersten, wie des zweiten Gliedes zur Folge; da aber  $\cotg \alpha_{m-1}$  stets größer ist, als  $\cotg \alpha_m$ , so wächst das zweite Glied mehr, als das erste, d. h. jede Belastung des Knotenpunktes 1 bis  $(m-1)$  verringert den Druck, vergrößert also den Zug. Die Belastung des Knotenpunktes  $m$  vergrößert nur das erste Glied, also den Druck. Die Belastung der außerhalb des  $m$ -ten Ringes liegenden Ringe ist nach der Gleichung ohne Einfluss auf die Spannung im  $m$ -ten Ringe. Daraus folgt, dass in den Stäben eines Ringes (des  $m$ -ten) der größte Druck stattfindet, wenn die Knotenpunkte 1 bis  $(m-1)$  unbelastet, die zum Ringe gehörigen Knotenpunkte dagegen belastet sind. Da die Belastung der äußeren Ringe ohne Einfluss ist, so kann man sagen: Größter Druck findet statt, wenn der innere Kuppeltheil unbelastet, der äußere Kuppeltheil, einschliesslich des betrachteten Ringes, belastet ist. Daraus folgt dann weiter, dass größter Zug in den Stäben des  $m$ -ten Ringes auftritt, wenn nur der innere Kuppeltheil, ausschliesslich der Zone, zu welcher der  $m$ -te Ring gehört, belastet ist. Die hier gefundenen Ergebnisse stimmen demnach mit den in Art. 243 (S. 248) gemachten Annahmen über die ungünstigsten Belastungen überein.

Man erhält

$$R_m^{\text{min}} = - \frac{P_m \cotg \alpha_m}{2n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \text{und} \quad R_m^{\text{max}} = \frac{\sum_1^{m-1} (P) (\cotg \alpha_{m-1} - \cotg \alpha_m)}{2n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \dots \quad 341.$$

Es ergibt sich



$$\left. \begin{aligned} \text{für den Laternenring } (m=1): R_1^{\ell_{min}} &= -\frac{P_1 \cotg \alpha_1}{2n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \text{und} \quad R_1^{\ell_{max}} = 0; \\ \text{für } m=2: R_2^{\ell_{min}} &= -\frac{P_2 \cotg \alpha_2}{2n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \text{und} \quad R_2^{\ell_{max}} = \frac{P_1 (\cotg \alpha_1 - \cotg \alpha_2)}{2n \sin \frac{\pi}{n}}; \\ \text{für } m=3: R_3^{\ell_{min}} &= -\frac{P_3 \cotg \alpha_3}{2n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \text{und} \quad R_3^{\ell_{max}} = \frac{(P_1 + P_2) (\cotg \alpha_2 - \cotg \alpha_3)}{2n \sin \frac{\pi}{n}}, \end{aligned} \right\} 342.$$

etc.

$$\text{für den Mauerring: } R_p^{\ell_{min}} = 0 \quad \text{und} \quad R_p^{\ell_{max}} = \frac{(P_1 + P_2 + \dots + P_{p-1}) \cotg \alpha_{p-1}}{2n \sin \frac{\pi}{n}}. \quad 343.$$

ⓓ) Spannungen in den Diagonalen. Neben dem Durchmesser, welcher für die ungünstigste Diagonalenbelastung die belastete und unbelastete Kuppelhälfte trennt, liegt ein belasteter und ein unbelasteter Sparren. Nehmen wir nun an, daß die Spannung im ersteren so groß ist, als wenn die ganze Kuppel voll belastet wäre, im zweiten so groß, als wenn die ganze Kuppel nur durch das Eigengewicht belastet wäre, und machen wir die im Knotenpunkte anschließende Diagonale stark genug, um den ganzen Spannungsunterschied zu übertragen, so wird dieselbe jedenfalls zu stark, ist also als ausreichend zu betrachten.

Im obersten Sparrenstück sind die größten und kleinsten Druckspannungen bezw.

$$S_{1max} = -\frac{P_1 + G_1}{n \sin \alpha_1} \quad \text{und} \quad S_{1min} = -\frac{G_1}{n \sin \alpha_1}.$$

Die Differenz beider Spannungen ist  $\Delta_1 = -\frac{P_1}{n \sin \alpha_1}$ . Dieselbe soll durch die Diagonale übertragen werden. Bezeichnet man die wirkliche Länge der Diagonale und des Sparrens bezw. mit  $d$  und  $s$ , so ist allgemein

$$Y = -\Delta \frac{d}{s};$$

mithin

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= \frac{P_1}{n \sin \alpha_1} \cdot \frac{d_1}{s_1}, & Y_2 &= \frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2} \cdot \frac{d_2}{s_2}, \\ Y_3 &= \frac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin \alpha_3} \cdot \frac{d_3}{s_3}, & Y_4 &= \frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{n \sin \alpha_4} \cdot \frac{d_4}{s_4}, \end{aligned} \right\} \dots 344.$$

Auf graphischem Wege lassen sich die Spannungen in den einzelnen Stäben einer Kuppel in folgender Weise ermitteln.

a) Sparrenspannungen durch das Eigengewicht. Die Lasten in den einzelnen Knotenpunkten seien  $1, 2, 3, 4, 5$  (Fig. 333); man trage dieselben zu einem Kraftpolygon  $\alpha \beta \gamma \delta \varepsilon \zeta$  an einander. Im Knotenpunkte  $\gamma$  wirken  $1$ , die Sparrenspannung  $S_1$  und die Mittelkraft  $H_1$  der Ringspannungen  $R_1$ . Die Zerlegung der Kraft  $1$  nach den beiden Richtungen von  $S_1$  und  $H_1$  ergibt  $\beta \omega = S_1$ ,  $\omega \alpha = H_1$ . Am Knotenpunkt  $F$  wirken nun  $2, S_1, S_2$  und  $H_2$ ; bekannt sind jetzt  $2$  und  $S_1$ ; man erhält  $\gamma \eta = S_2$ ,  $\eta \omega = H_2$ . Eben so ergeben sich die übrigen Sparrenspannungen.

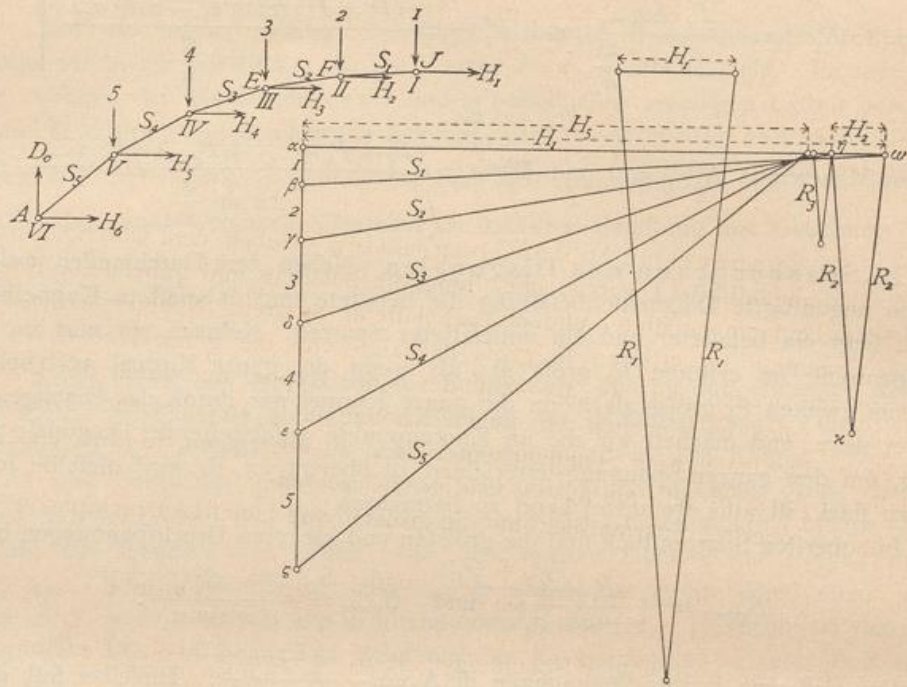
b) Spannungen in den Sparren durch zufällige Belastung. Die Construction ist in gleicher Weise, wie unter a vorzunehmen, nachdem die in den einzelnen Knotenpunkten wirkenden zufälligen Lasten genau wie oben aufgetragen und behandelt sind.

244.  
Graphische  
Ermittelung  
der Stab-  
spannungen.



c) Ringspannungen durch das Eigengewicht. Die Zerlegung der für diese Belastung gefundenen Werthe von  $H$  ergibt ohne Schwierigkeit die Werthe für  $R_1^g, R_2^g, \dots$ , wie in Fig. 333 gezeichnet. Die Construction empfiehlt sich für die vorliegende Ermittlung nicht sehr, weil sie der spitzen Schnittwinkel wegen nur ungenaue Resultate giebt, die Schnittpunkte vielfach nicht mehr auf die Zeichen-

Fig. 333.



fläche fallen. So ist  $H_1$  in Fig. 333 im fünfmal verkleinerten Maßstabe aufgetragen, um  $R_1$  zu construieren.

b) Ringspannungen durch zufällige Belastung. Maximalspannung im Ringe II findet statt, wenn nur die Ringzone I belastet ist. Es sei (Fig. 334 a)  $ab = \frac{P_1}{n}$ ; alsdann wird  $bf = S_1 = H_1$ .

Im Knotenpunkt  $F$  (Fig. 335) sind  $S_1, S_2$  und  $H_2$  im Gleichgewicht, d. h. das Kräfte-dreieck für Punkt  $F$  wird  $bgf$ . Darin ist  $H_2 = gf$  und  $gi = if = R_2^g \max$ .

Im Ringe III ist Maximalspannung, wenn die Zonen zu den Ringen I und II belastet sind; alsdann wirken in  $F$  die Kräfte  $S_1 = fb$ ,  $z = bc = \frac{P_2}{n}$ ,  $S_2'$  und  $H_2'$ . Man erhält leicht  $H_2' = hf$ ,  $S_2' = ch$ . In  $E$  sind dann  $S_2', S_3$  und  $H_3$  im Gleichgewicht und  $H_3 = kh$ , woraus  $R_3^g \max = kl = lh$ . Eben so wird  $R_4^g \max = on = mo$  etc.

Minimalspannung im Ringe I findet bei voller Kuppelbelastung statt; alsdann wirkt in  $F$  die Kraft  $i = \frac{P_1}{n}$ , und es wird, wenn (Fig. 334 b)  $ab = i$  ist,  $ia = H_1$ . Die Zerlegung in die beiden Ringspannungen ist dann in gleicher Weise wie oben vorzunehmen. Für Ring II findet Minimalspannung bei einer Belastung der Zonen II, III, IV statt; I ist unbelastet; mithin ist  $S_1$  alsdann gleich Null (siehe Gleichung 334). Ist  $bc = \frac{P_2}{n} = z$ , so wird  $hb = H_2$ . Eben so wird weiter für die Minimalbelastungen der einzelnen Ringe  $H_3 = kc$ ,  $H_4 = md$ ,  $H_5 = ne$ .

e) Die Construction der Spannungen in den Diagonalen ist so einfach, daß dieselbe nicht weiter gezeigt zu werden braucht.



Fig. 334.

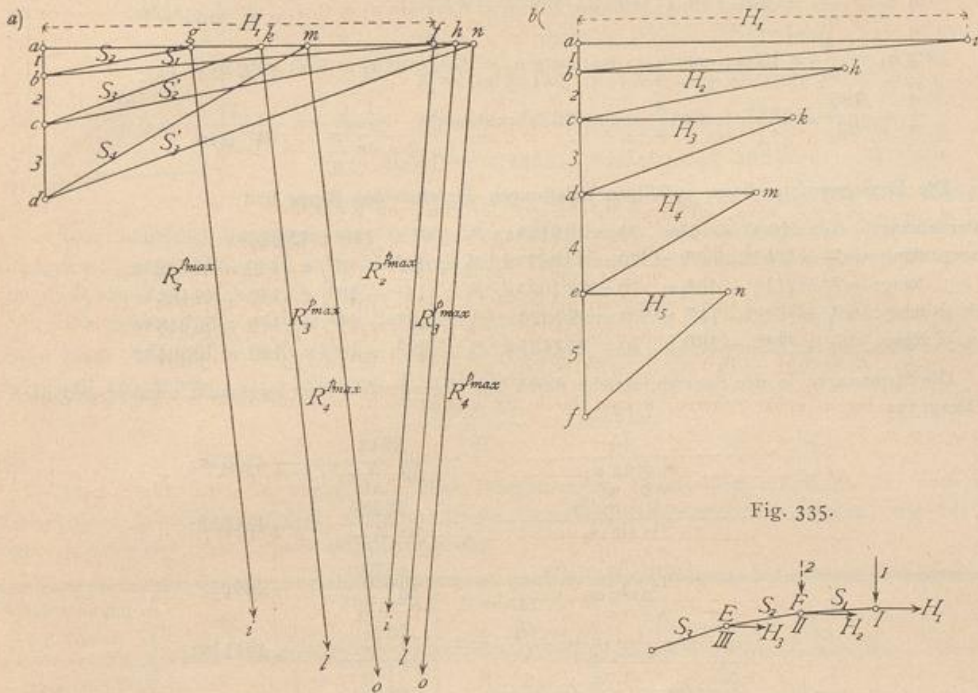
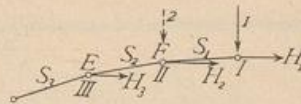


Fig. 335.



Beispiel. Ein Kuppeldach von nachfolgenden Hauptmaßen und Belastungen ist zu konstruieren: Durchmesser des zu überdachenden kreisförmigen Raumes gleich 47 m, demnach der Durchmesser des dem Mauerring umschriebenen Parallelkreises  $2L = 48\text{ m}$ ; Scheitelhöhe der Kuppel  $h = 8\text{ m}$ ; es sind 6 Ringe mit den Halbmessern 4, 8, 12, 16, 20 und 24 m und  $n = 32$  Sparren anzuordnen. Das Eigengewicht ist zu  $70\text{ kg}$  für  $1\text{ qm}$  Grundfläche anzunehmen; als mittlere Dachneigung ist  $\frac{h}{2L} = \frac{8}{48} = \frac{1}{6}$  einzuführen, und es ergibt sich hieraus nach Art. 28 (S. 21 ff.) als Belastung durch Schnee für  $1\text{ qm}$  Grundfläche

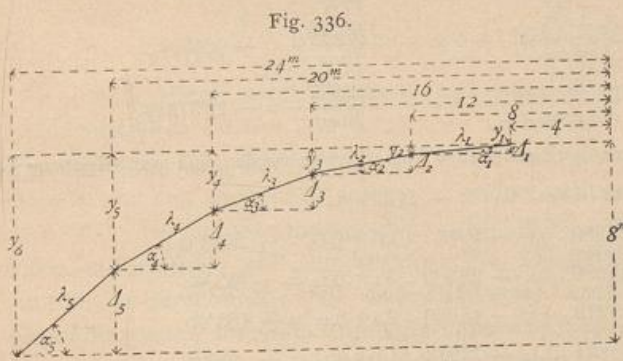
245.  
Beispiel.

durch Schnee für  $1\text{ qm}$  Grundfläche  $75\text{ kg}$ , als Belastung durch Winddruck (siehe Art. 30, S. 23) für  $1\text{ qm}$  Grundfläche  $v = 64\text{ kg}$ , so dass die gefamnte zufällige Belastung für  $1\text{ qm}$  Grundfläche abgerundet  $140\text{ kg}$  beträgt; die Laterne wiegt  $2000\text{ kg}$ .

Die Kuppelfläche sei durch Umdrehung einer cubischen Parabel der Gleichung

$$y = \frac{hx^3}{r^3} = \frac{8}{24^3} x^3 = 0,00038 x^3$$

entstanden. Man erhält für die verschiedenen, durch die Ringe vorgeschriebenen Eckpunkte des Vieleckes (Fig. 336):



$x =$	4	8	12	16	20	24 m
$y =$	0,04	0,30	1,00	2,38	4,64	8,0
$h - y = z =$	7,96	7,70	7,00	5,62	3,36	0

Ferner ist

$$\Delta_1 = y_2 - y_1 = 0,26\text{ m}; \Delta_2 = y_3 - y_2 = 0,7\text{ m}; \Delta_3 = y_4 - y_3 = 1,38\text{ m}; \Delta_4 = y_5 - y_4 = 2,26\text{ m};$$

$$\Delta_5 = y_6 - y_5 = 3,36\text{ m}.$$



$$\lambda_1 = \sqrt{4^2 + \Delta_1^2} = 4,01 \text{ m}; \lambda_2 = 4,06 \text{ m}; \lambda_3 = 4,23 \text{ m}; \lambda_4 = 4,59 \text{ m}; \lambda_5 = 5,22 \text{ m}.$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{\Delta_1}{\lambda_1} = 0,0648; \sin \alpha_2 = 0,1724; \sin \alpha_3 = 0,32; \sin \alpha_4 = 0,492; \sin \alpha_5 = 0,644.$$

$$\cotg \alpha_1 = \frac{4}{\Delta_1} = 15,38; \cotg \alpha_2 = 5,7; \cotg \alpha_3 = 2,9; \cotg \alpha_4 = 1,77; \cotg \alpha_5 = 1,19.$$

$$\frac{\pi}{n} = \frac{180}{32} = 5^{\circ}37,5'; \sin \frac{\pi}{n} = \sin 5^{\circ}37,5' = 0,098; \frac{1}{2n \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{1}{64 \cdot 0,098} = 0,16.$$

Die Eigengewichte, bzw. zufälligen Belastungen der einzelnen Ringe sind:

Laternenring:  $G_1 = 2000 + 6^2 \pi \cdot 70 = 9913 \text{ kg}, P_1 = 6^2 \pi \cdot 140 = 15826 \text{ kg};$   
 2. Ring:  $G_2 = (10^2 - 6^2) \pi \cdot 70 = 14067 \text{ kg}, P_2 = (10^2 - 6^2) \pi \cdot 140 = 28122 \text{ kg};$   
 3. Ring:  $G_3 = (14^2 - 10^2) \pi \cdot 70 = 21100 \text{ kg}, P_3 = (14^2 - 10^2) \pi \cdot 140 = 42186 \text{ kg};$   
 4. Ring:  $G_4 = (18^2 - 14^2) \pi \cdot 70 = 28133 \text{ kg}, P_4 = (18^2 - 14^2) \pi \cdot 140 = 56243 \text{ kg};$   
 5. Ring:  $G_5 = (22^2 - 18^2) \pi \cdot 70 = 35168 \text{ kg}, P_5 = (22^2 - 18^2) \pi \cdot 140 = 70304 \text{ kg}.$

Die Spannungen in den Sparren, welche durch das Eigengewicht hervorgebracht werden, sind nach Gleichung 335:

$$S_1^g = - \frac{G_1}{n \sin \alpha_1} = - \frac{9913}{32 \cdot 0,065} = - 4766 \text{ kg};$$

$$S_2^g = - \frac{G_1 + G_2}{n \sin \alpha_2} = - \frac{23980}{32 \cdot 0,1724} = - 4346 \text{ kg};$$

$$S_3^g = - \frac{G_1 + G_2 + G_3}{n \sin \alpha_3} = - \frac{45080}{32 \cdot 0,32} = - 4402 \text{ kg};$$

$$S_4^g = - \frac{G_1 + G_2 + G_3 + G_4}{n \sin \alpha_4} = - \frac{73213}{32 \cdot 0,492} = - 4651 \text{ kg};$$

$$S_5^g = - \frac{G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + G_5}{n \sin \alpha_5} = - \frac{108381}{32 \cdot 0,644} = - 5258 \text{ kg}.$$

Die durch zufällige Belastung erzeugten Sparrenspannungen betragen:

$$S_1^p = - \frac{P_1}{n \sin \alpha_1} = - \frac{15826}{2,08} = - 7608 \text{ kg};$$

$$S_2^p = - \frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2} = - \frac{43948}{5,517} = - 7966 \text{ kg};$$

$$S_3^p = - \frac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin \alpha_3} = - \frac{86130}{10,24} = - 8400 \text{ kg};$$

$$S_4^p = - \frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{n \sin \alpha_4} = - \frac{142373}{15,74} = - 9045 \text{ kg};$$

$$S_5^p = - \frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5}{n \sin \alpha_5} = - \frac{212677}{20,61} = - 10319 \text{ kg}.$$

Die Ringspannungen, welche durch das Eigengewicht hervorgerufen werden, sind nach Gleichung 338:

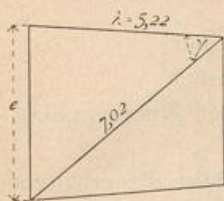
Laternenring:  $R_1^g = - 9913 \cdot 15,38 \cdot 0,16 = - 24396 \text{ kg};$   
 2. Ring:  $R_2^g = - (23980 \cdot 5,7 - 9913 \cdot 15,38) \cdot 0,16 = + 2524 \text{ kg};$   
 3. Ring:  $R_3^g = - (45080 \cdot 2,9 - 23980 \cdot 5,7) \cdot 0,16 = + 953 \text{ kg};$   
 4. Ring:  $R_4^g = - (73213 \cdot 1,77 - 45080 \cdot 2,9) \cdot 0,16 = + 183 \text{ kg};$   
 5. Ring:  $R_5^g = - (108381 \cdot 1,19 - 73213 \cdot 1,77) \cdot 0,16 = + 98 \text{ kg};$   
 Mauerring:  $R_6^g = 108381 \cdot 1,19 \cdot 0,16 = 20636 \text{ kg}.$

Die Maximal- und Minimalspannungen in den Ringen, durch zufällige Belastung erzeugt, betragen nach Gleichung 342:

Laternenring:  $R_1^p \min = - 15826 \cdot 15,38 \cdot 0,16 = - 38932 \text{ kg}$  und  $R_1^p \max = 0;$   
 2. Ring:  $R_2^p \min = - 28122 \cdot 5,7 \cdot 0,16 = - 25647 \text{ kg},$   
 $R_2^p \max = 15826 (15,38 - 5,7) \cdot 0,16 = + 24514 \text{ kg};$



Fig. 337.



3. Ring:  $R_2^{f_{min}} = -42182 \cdot 2,9 \cdot 0,16 = -19572 \text{ kg}$ ,

$R_2^{f_{max}} = 43948 \cdot 2,8 \cdot 0,16 = +19689 \text{ kg}$ ;

4. Ring:  $R_3^{f_{min}} = -56243 \cdot 1,77 \cdot 0,16 = -15926 \text{ kg}$ ,

$R_3^{f_{max}} = 86130 \cdot 1,13 \cdot 0,16 = +15589 \text{ kg}$ ;

5. Ring:  $R_4^{f_{min}} = -70304 \cdot 1,19 \cdot 0,16 = -13386 \text{ kg}$ ,

$R_4^{f_{max}} = 142373 \cdot 0,58 \cdot 0,16 = +13212 \text{ kg}$ ;

Mauerring:  $R_5^{f_{min}} = 0$  und  $R_5^{f_{max}} = 212677 \cdot 1,19 \cdot 0,16 = +40494 \text{ kg}$ .

Was schließlich die Spannungen in den Diagonalen betrifft, so braucht nur die am stärksten beanspruchte Diagonale berechnet zu werden, weil selbst diese noch sehr schwach wird. Gewöhnlich macht man dann alle Diagonalen gleich stark.

Die größte durch zufällige Belastung erzeugte Sparrenspannung ist durch die Diagonale zu übertragen (siehe Art. 243, S. 251); dieselbe ist  $S_5^f = -10319 \text{ kg}$ , und eine Diagonale hat demnach höchstens diese Kraft aufzunehmen. Die Spannung in den Diagonalen wird daher

$$Y_5 = \frac{10319 \cdot 7,02}{5,22} = 13877 \text{ kg}$$

fein.

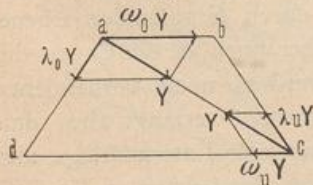
Man könnte noch für einige der oberen Diagonalen die Spannungen auffuchen, was nach dem Vorstehenden keine Schwierigkeit macht. Für die Querschnittsbestimmungen kann nun, wie bei den früheren Beispielen, eine Tabelle aufgestellt werden.

Bezeichnung des Stabes	$P_0$	$P_1$	Bezeichnung des Stabes	$P_0$	$P_1$	$P_2$
Sparren:			Ringe:			
$S_1$	-4766	-7608	$R_1$	-24396	-38932	0
$S_2$	-4346	-7966	$R_2$	+2524	+24514	-25647
$S_3$	-4402	-8400	$R_3$	+953	+19689	-19572
$S_4$	-4651	-9045	$R_4$	+183	+15589	-15926
$S_5$	-5258	-10319	$R_5$	+98	+13212	-13386
Diagonalen:			$R_6$	+20636	+40494	0
$Y$	0	13877				
	Kilogramm			Kilogramm		

2) Verfahren von Müller-Breslau.

In jedem durch zwei Sparren- und zwei Ringstäbe gebildeten Trapez des Kuppelflechtwerkes sei nur eine Diagonale vorhanden, welche sowohl Zug wie Druck aufnehmen kann. Handelt es sich um eine Construction mit gekreuzten Diagonalen, deren jede nur Zug aufnehmen kann, so nimmt man genau, wie in Art. 186 (S. 187) bei den Trägern mit Gegendiagonalen gezeigt ist, zunächst nur eine, die bei der betreffenden Belastung auf Zug beanspruchte, Diagonale als vorhanden an. Ergiebt sich durch die Berechnung, dass diese Diagonale Druck erhält, so tritt an ihre Stelle die Gegendiagonale, und das Ergebnis kann durch eine Verbesserungsrechnung leicht richtig gestellt werden.

Fig. 338.



Die in der Diagonale  $ac$  auftretende Spannung  $Y$  (Fig. 338) wird in der Ebene des betreffenden Feldes in jedem der beiden Knotenpunkte in zwei Seitenkräfte zerlegt, welche bezw. in die Richtung des anschließenden Ringstabes und diejenige des anschließenden Sparrenstabes fallen. Diese Seitenkräfte stehen in ganz bestimmtem,

246.  
Vor-  
bemerkungen.