# Die Statik der Hochbau-Constructionen

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

β) Stabspannungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-77733

### β) Stabſpannungen.

243. Berechnung der Stabſpannungen.

𝔄) Ungünſtigſte Beanſpruchung der einzelnen Stäbe. Es ſollen, nach *Schwedler*, für die Grenzen der Spannungen die folgenden vereinfachenden Annahmen gemacht werden:

𝔞) die Sparren erhalten den gröſsten Druck, wenn die ganze Kuppel voll belaſtet iſt;

𝔟) ein Ring erhält ſeinen gröſsten Zug, wenn der innerhalb deſſelben befindliche Kuppeltheil voll belaſtet, der Ring ſelbſt mit ſeiner Zone aber unbelaſtet iſt; bei der entgegengeſetzten Belaſtungsart treten die entgegengeſetzten Grenzen ein;

𝔠) die Diagonalen zwiſchen zwei Sparren erhalten ihren gröſsten Zug, wenn die halbe Kuppel auf einer Seite des durch die Mitte der Diagonalen gehenden Durchmeſſers voll, die andere halbe Kuppel nur durch das Eigengewicht belaſtet iſt.

𝔅) Spannungen in den Sparren. Wir betrachten nur zwei Belaſtungsarten, nämlich die Belaſtung der ganzen Kuppel durch zufällige Laſt und die Belaſtung der Kuppel durch Eigengewicht. Die zweite Belaſtungsart ergiebt die Minimalſpannungen. Die Maximalſpannungen der Sparren ſind die Summen der bei den beiden angeführten Belaſtungsarten ſich ergebenden Spannungen. Die Formeln für beide Belaſtungsarten unterſcheiden ſich nur durch die Gröſse der Laſten.

Fig. 330.

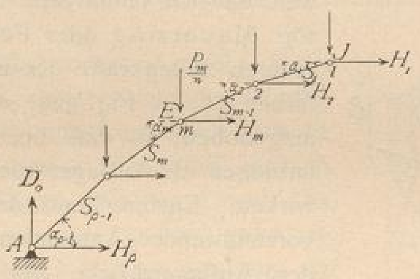
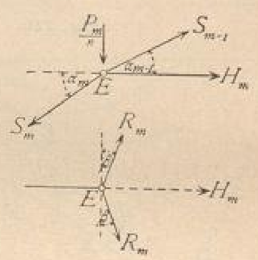


Fig. 331.



Was zunächſt die zufällige Belaſtung betrifft, ſo ſind im $m$-ten Knotenpunkte (vom Laternenringe an gerechnet) in $E$ (Fig. 330 u. 331) folgende Kräfte im Gleichgewicht: die Spannungen der Sparren $S_{m-1}$ und $S_m$, die Laſt $\frac{1}{n} P_m$, endlich die beiden Ringſpannungen $R_m$. Letztere ſind einander, der Symmetrie wegen, gleich und haben in der wagrechten Ebene des $m$-ten Ringes die Mittelkraft $H_m$. Die algebraiſche Summe der lothrechten Kräfte für den Punkt $E$ iſt gleich Null; mithin

$$0 = \frac{1}{n} P_m + S_m \sin \alpha_m - S_{m-1} \sin \alpha_{m-1},$$

woraus

$$S_m = \frac{S_{m-1} \sin \alpha_{m-1}}{\sin \alpha_m} - \frac{1}{n} \frac{P_m}{\sin \alpha_m}.$$

Für den erſten Knotenpunkt, den Knotenpunkt am Laternenringe, für $J$, iſt $S_{m-1} = 0$; mithin folgt der Reihe nach für $m = 1, 2, 3 \ldots$

$$S_1 = -\frac{1}{n} \frac{P_1}{\sin \alpha_1}; \quad S_2 = -\frac{1}{n} \frac{P_1 \sin \alpha_1}{\sin \alpha_1 \sin \alpha_2} - \frac{1}{n} \frac{P_2}{\sin \alpha_2} = -\frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2};$$

$$S_3 = -\frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2} \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_3} - \frac{1}{n} \frac{P_3}{\sin \alpha_3} = -\frac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin \alpha_3};$$

oder allgemein

$$S_m = -\frac{1}{n \sin \alpha_m} \sum_1^m (P) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 334.$$

Eben fo ergiebt fich die Spannung in den Sparren für eine Belaftung durch das Eigengewicht zu

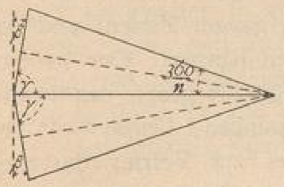
$$S_1{}' = -\frac{G_1}{n \sin \alpha_1}; \quad S_2{}' = -\frac{(G_1 + G_2)}{n \sin \alpha_2}; \ldots S_m{}' = -\frac{\sum_1^m (G)}{n \sin \alpha_m} \quad . \quad 335.$$

C) Spannungen in den Ringen. Die Gleichgewichtsbedingung, nach welcher die algebraifche Summe der wagrechten Kräfte im Punkte $E$ gleich Null ift, lautet (Fig. 331):

$0 = H_m + S_{m-1} \cos \alpha_{m-1} - S_m \cos \alpha_m$, woraus $H_m = S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1}$.

Da $H_m$ die Mittelkraft der beiden Ringfpannungen $R_m$ ift, fo ergiebt fich $H_m = 2 R_m \sin \beta$, woraus $R_m = \frac{H_m}{2 \sin \beta}$. Nun ift (Fig. 332) $\beta = \frac{360^0}{2n} = \frac{\pi}{n}$,

Fig. 332.



fonach $R_m = \frac{H_m}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$. Wird in diefe Gleichung der für $H_m$ gefundene Werth eingefetzt, fo folgt

$$R_m = \frac{S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1}}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad 336.$$

Wir beftimmen nach Gleichung 336 die Ringfpannung durch das Eigengewicht und die Maximal- und Minimal-Ringfpannung durch zufällige Belaftung.

Durch das Eigengewicht wird

$$R_m^g = \frac{-\frac{\sum_1^m (G) \cos \alpha_m}{n \sin \alpha_m} + \frac{\sum_1^{m-1} (G) \cos \alpha_{m-1}}{n \sin \alpha_{m-1}}}{2 \sin \frac{\pi}{n}},$$

$$R_m^g = -\frac{\sum_1^m (G) \operatorname{cotg} \alpha_m - \sum_1^{m-1} (G) \operatorname{cotg} \alpha_{m-1}}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 337.$$

Man erhält

$$\left.\begin{array}{l} \text{für den Laternenring } (m = 1)\text{: } R_1^g = -\dfrac{G_1 \operatorname{cotg} \alpha_1}{2 n \sin \frac{\pi}{n}}; \\ \text{für den Ring 2 } (m = 2)\text{: } R_2^g = -\dfrac{(G_1 + G_2) \operatorname{cotg} \alpha_2 - G_1 \operatorname{cotg} \alpha_1}{2 n \sin \frac{\pi}{n}}; \\ \text{für den Ring 3 } (m = 3)\text{: } R_3^g = -\dfrac{(G_1 + G_2 + G_3) \operatorname{cotg} \alpha_3 - (G_1 + G_2) \operatorname{cotg} \alpha_2}{2 n \sin \frac{\pi}{n}}, \end{array}\right\} \quad 338.$$

etc.

Für den Mauerring ift $S_m$, alfo das erfte Glied im Zähler gleich Null; mithin, wenn für den Auflagerpunkt $m = \rho$ ift,

$$R_\rho^g = \frac{\sum_1^{\rho-1} (G) \operatorname{cotg} \alpha_{\rho-1}}{2n \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{(G_1 + G_2 + \ldots + G_{\rho-1}) \operatorname{cotg} \alpha_{\rho-1}}{2n \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad 339.$$

Um die durch zufällige Belaftung erzeugten Ringfpannungen zu ermitteln, fetzen wir in die Gleichung 336 die Werthe für $S_m$ und $S_{m-1}$ ein. Es foll $\mathfrak{S}_1^m (P)$ die zwifchen den Knotenpunkten 1 und $m$ befindlichen zufälligen Laften bezeichnen, wobei $\mathfrak{S}$ ausdrückt, dafs nicht alle Knotenpunkte $1 - m$ belaftet zu fein brauchen; im Gegenfatz dazu foll $\sum_1^m (P)$ andeuten, dafs alle Knotenpunkte von 1 bis $m$ belaftet find. Man erhält demnach allgemein für zufällige Belaftung aus Gleichung 336

$$R_m = - \frac{\mathfrak{S}_1^m (P) \operatorname{cotg} \alpha_m - \mathfrak{S}_1^{m-1} (P) \operatorname{cotg} \alpha_{m-1}}{2n \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 340.$$

Diefe Gleichung ermöglicht die Feftftellung der für die einzelnen Ringe ungünftigften Belaftungen (unter Vorausfetzung der Belaftung ganzer Zonen) und die Ermittelung der gröfsten Druck- und Zugfpannungen in den Ringen. Der gröfste Druck wird ftattfinden, wenn im Zähler das erfte Glied möglichft grofs, das zweite Glied möglichft klein ift. Jede Belaftung eines der Knotenpunkte 1 bis $(m - 1)$ hat fowohl ein Wachfen des erften, wie des zweiten Gliedes zur Folge; da aber $\operatorname{cotg} \alpha_{m-1}$ ftets gröfser ift, als $\operatorname{cotg} \alpha_m$, fo wächst das zweite Glied mehr, als das erfte, d. h. jede Belaftung des Knotenpunktes 1 bis $(m - 1)$ verringert den Druck, vergröfsert alfo den Zug. Die Belaftung des Knotenpunktes $m$ vergröfsert nur das erfte Glied, alfo den Druck. Die Belaftung der aufserhalb des $m$-ten Ringes liegenden Ringe ift nach der Gleichung ohne Einflufs auf die Spannung im $m$-ten Ringe. Daraus folgt, dafs in den Stäben eines Ringes (des $m$-ten) der gröfste Druck ftattfindet, wenn die Knotenpunkte 1 bis $(m - 1)$ unbelaftet, die zum Ringe gehörigen Knotenpunkte dagegen belaftet find. Da die Belaftung der äufseren Ringe ohne Einflufs ift, fo kann man fagen: Gröfster Druck findet ftatt, wenn der innere Kuppeltheil unbelaftet, der äufsere Kuppeltheil, einfchliefslich des betrachteten Ringes, belaftet ift. Daraus folgt dann weiter, dafs gröfster Zug in den Stäben des $m$-ten Ringes auftritt, wenn nur der innere Kuppeltheil, ausfchliefslich der Zone, zu welcher der $m$-te Ring gehört, belaftet ift. Die hier gefundenen Ergebniffe ftimmen demnach mit den in Art. 243 (S. 248) gemachten Annahmen über die ungünftigften Belaftungen überein.

Man erhält

$$R_m^{p\,min} = - \frac{P_m \operatorname{cotg} \alpha_m}{2n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \text{und} \quad R_m^{p\,max} = \frac{\sum_1^{m-1} (P) (\operatorname{cotg} \alpha_{m-1} - \operatorname{cotg} \alpha_m)}{2n \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad 341.$$

Es ergiebt fich

$$\left.\begin{array}{l}
\text{für den Laternenring } (m=1): \; R_1^{p\,min} = -\dfrac{P_1 \operatorname{cotg} \alpha_1}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} \text{ und } R_1^{p\,max} = 0; \\
\text{für } m=2: \; R_2^{p\,min} = -\dfrac{P_2 \operatorname{cotg} \alpha_2}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} \text{ und } R_2^{p\,max} = \dfrac{P_1 (\operatorname{cotg} \alpha_1 - \operatorname{cotg} \alpha_2)}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}}; \\
\text{für } m=3: \; R_3^{p\,min} = -\dfrac{P_3 \operatorname{cotg} \alpha_3}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} \text{ und } R_3^{p\,max} = \dfrac{(P_1 + P_2)(\operatorname{cotg} \alpha_2 - \operatorname{cotg} \alpha_3)}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}},
\end{array}\right\} \quad 342.$$

etc.

$$\text{für den Mauerring: } R_\rho^{p\,min} = 0 \text{ und } R_\rho^{p\,max} = \frac{(P_1 + P_2 + \ldots + P_{\rho-1}) \operatorname{cotg} \alpha_{\rho-1}}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} . \quad 343.$$

D) Spannungen in den Diagonalen. Neben dem Durchmesser, welcher für die ungünstigste Diagonalenbelastung die belastete und unbelastete Kuppelhälfte trennt, liegt ein belasteter und ein unbelasteter Sparren. Nehmen wir nun an, dass die Spannung im ersteren so gross ist, als wenn die ganze Kuppel voll belastet wäre, im zweiten so gross, als wenn die ganze Kuppel nur durch das Eigengewicht belastet wäre, und machen wir die im Knotenpunkte anschliessende Diagonale stark genug, um den ganzen Spannungsunterschied zu übertragen, so wird dieselbe jedenfalls zu stark, ist also als ausreichend zu betrachten.

Im obersten Sparrenstück sind die grössten und kleinsten Druckspannungen bezw.

$$S_{1max} = -\frac{P_1 + G_1}{n \sin \alpha_1} \quad \text{und} \quad S_{1min} = -\frac{G_1}{n \sin \alpha_1} .$$

Die Differenz beider Spannungen ist $\Delta_1 = -\dfrac{P_1}{n \sin \alpha_1}$. Dieselbe soll durch die Diagonale übertragen werden. Bezeichnet man die wirkliche Länge der Diagonale und des Sparrens bezw. mit $d$ und $s$, so ist allgemein

$$Y = -\Delta \frac{d}{s};$$

mithin

$$\left.\begin{array}{ll}
Y_1 = \dfrac{P_1}{n \sin \alpha_1} \cdot \dfrac{d_1}{s_1}, & Y_2 = \dfrac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2} \cdot \dfrac{d_2}{s_2}, \\
Y_3 = \dfrac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin \alpha_3} \cdot \dfrac{d_3}{s_3}, & Y_4 = \dfrac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{n \sin \alpha_4} \cdot \dfrac{d_4}{s_4},
\end{array}\right\} \quad . \quad . \quad 344.$$

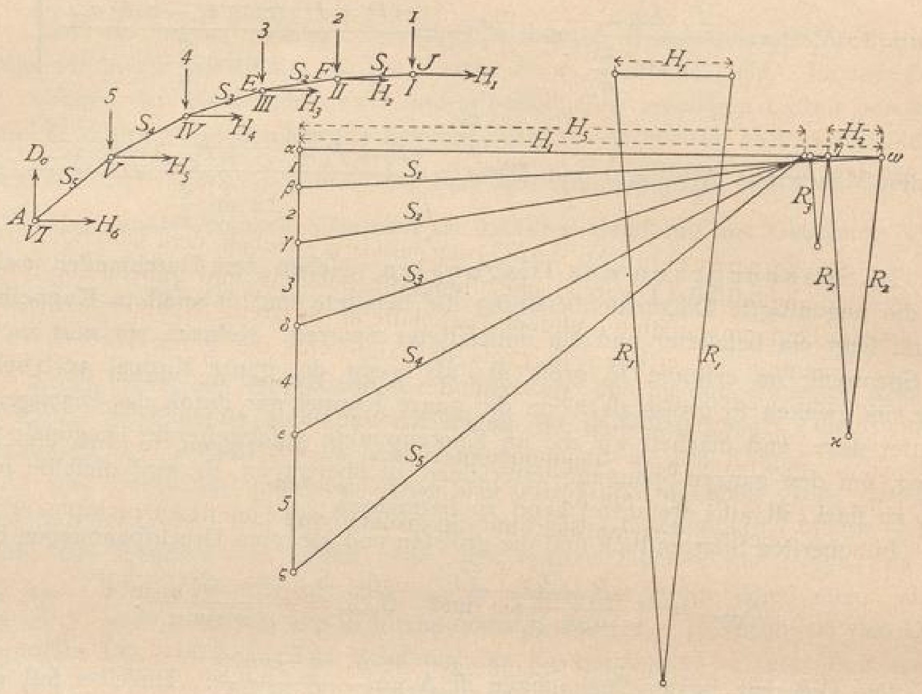
Auf graphischem Wege lassen sich die Spannungen in den einzelnen Stäben einer Kuppel in folgender Weise ermitteln. 244. Graphische Ermittelung der Stabspannungen.

a) Sparrenspannungen durch das Eigengewicht. Die Lasten in den einzelnen Knotenpunkten seien *1, 2, 3, 4, 5* (Fig. 333); man trage dieselben zu einem Kraftpolygon $\alpha \beta \gamma \delta \varepsilon \zeta$ an einander. Im Knotenpunkte *J* wirken *1*, die Sparrenspannung $S_1$ und die Mittelkraft $H_1$ der Ringspannungen $R_1$. Die Zerlegung der Kraft *1* nach den beiden Richtungen von $S_1$ und $H_1$ ergiebt $\beta\omega = S_1$, $\omega\alpha = H_1$. Am Knotenpunkt *F* wirken nun *2*, $S_1$, $S_2$ und $H_2$; bekannt sind jetzt *2* und $S_1$; man erhält $\gamma\eta = S_2$, $\eta\omega = H_2$. Eben so ergeben sich die übrigen Sparrenspannungen.

b) Spannungen in den Sparren durch zufällige Belastung. Die Construction ist in gleicher Weise, wie unter a vorzunehmen, nachdem die in den einzelnen Knotenpunkten wirkenden zufälligen Lasten genau wie oben aufgetragen und behandelt sind.

c) Ringſpannungen durch das Eigengewicht. Die Zerlegung der für dieſe Belaſtung gefundenen Werthe von $H$ ergiebt ohne Schwierigkeit die Werthe für $R_1^g$, $R_2^g$ ...., wie in Fig. 333 gezeichnet. Die Conſtruction empfiehlt ſich für die vorliegende Ermittelung nicht ſehr, weil ſie der ſpitzen Schnittwinkel wegen nur ungenaue Reſultate giebt, die Schnittpunkte vielfach nicht mehr auf die Zeichen-

Fig. 333.



fläche fallen. So iſt $H_1$ in Fig. 333 im fünffach verkleinerten Maſsſtabe aufgetragen, um $R_1$ zu conſtruiren.

b) Ringſpannungen durch zufällige Belaſtung. Maximalſpannung im Ringe $II$ findet ſtatt, wenn nur die Ringzone $I$ belaſtet iſt. Es ſei (Fig. 334 $a$) $ab = \frac{P_1}{n}$; alsdann wird $bf = S_1$, $= H_1$.

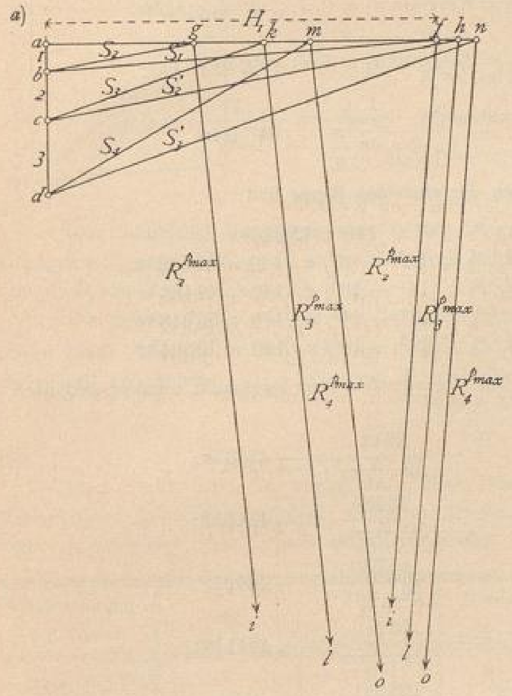
Im Knotenpunkt $F$ (Fig. 335) ſind $S_1$, $S_2$ und $H_2$ im Gleichgewicht, d. h. das Kräftedreieck für Punkt $F$ wird $bgf$. Darin iſt $H_2 = gf$ und $gi = if = R_2^p{}_{max}$.

Im Ringe $III$ iſt Maximalſpannung, wenn die Zonen zu den Ringen $I$ und $II$ belaſtet ſind; alsdann wirken in $F$ die Kräfte $S_1 = fb$, $2 = bc = \frac{P_2}{n}$, $S_2'$ und $H_2'$. Man erhält leicht $H_2' = hf$, $S_2' = ch$. In $E$ ſind dann $S_2'$, $S_3$ und $H_3$ im Gleichgewicht und $H_3 = kh$, woraus $R_3^p{}_{max} = kl = lh$. Eben ſo wird $R_4^p{}_{max} = on = mo$ etc.

Minimalſpannung im Ringe $I$ findet bei voller Kuppelbelaſtung ſtatt; alsdann wirkt in $J$ die Kraft $1 = \frac{P_1}{n}$, und es wird, wenn (Fig. 334 $b$) $ab = 1$ iſt, $ia = H_1$. Die Zerlegung in die beiden Ringſpannungen iſt dann in gleicher Weiſe wie oben vorzunehmen. Für Ring $II$ findet Minimalſpannung bei einer Belaſtung der Zonen $II$, $III$, $IV$ ſtatt; $I$ iſt unbelaſtet; mithin iſt $S_1$ alsdann gleich Null (ſiehe Gleichung 334). Iſt $bc = \frac{P_2}{n} = 2$, ſo wird $hb = H_2$. Eben ſo wird weiter für die Minimalbelaſtungen der einzelnen Ringe $H_3 = kc$, $H_4 = md$, $H_5 = ne$.

e) Die Conſtruction der Spannungen in den Diagonalen iſt ſo einfach, daſs dieſelbe nicht weiter gezeigt zu werden braucht.

Fig. 334.



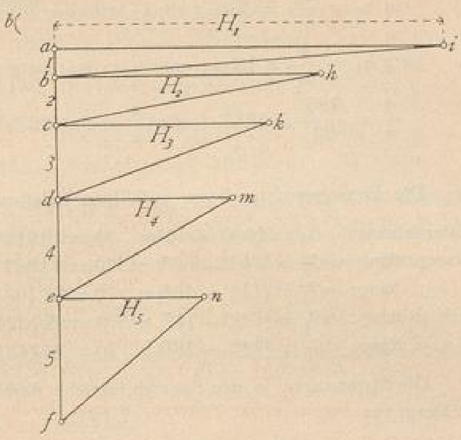
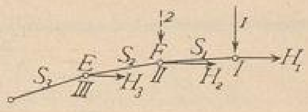


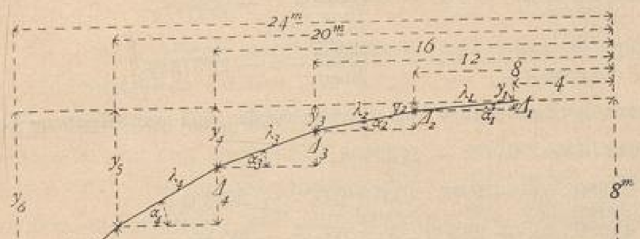
Fig. 335.



245. Beifpiel.

Beifpiel. Ein Kuppeldach von nachfolgenden Hauptmafsen und Belaftungen ift zu conftruiren: Durchmeffer des zu überdachenden kreisförmigen Raumes gleich $47^{m}$, demnach der Durchmeffer des dem Mauerring umfchriebenen Parallelkreifes $2L = 48^{m}$; Scheitelhöhe der Kuppel $h = 8^{m}$; es find 6 Ringe mit den Halbmeffern 4, 8, 12, 16, 20 und $24^{m}$ und $n = 32$ Sparren anzuordnen. Das Eigengewicht ift zu $70^{kg}$ für $1^{qm}$ Grundfläche anzunehmen; als mittlere Dachneigung ift $\frac{h}{2L} = \frac{8}{48} = \frac{1}{6}$ einzuführen, und es ergiebt fich hieraus nach Art. 28 (S. 21 ff.) als Belaftung durch Schnee für $1^{qm}$ Grundfläche $75^{kg}$, als Belaftung durch Winddruck (fiehe Art. 30, S. 23) für $1^{qm}$ Grundfläche $v = 64^{kg}$, fo dafs die gefammte zufällige Belaftung für $1^{qm}$ Grundfläche abgerundet $140^{kg}$ beträgt; die Laterne wiegt $2000^{kg}$.

Fig. 336.



Die Kuppelfläche fei durch Umdrehung einer cubifchen Parabel der Gleichung

$$y = \frac{h x^3}{r^3} = \frac{8}{24^3} x^3 = 0{,}00058\, x^3$$

entftanden. Man erhält für die verfchiedenen, durch die Ringe vorgefchriebenen Eckpunkte des Vieleckes (Fig. 336):

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x =$ | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | $24^{m}$ |
| $y =$ | $0{,}04$ | $0{,}30$ | $1{,}00$ | $2{,}38$ | $4{,}64$ | $8{,}0$ |
| $h - y = z =$ | $7{,}96$ | $7{,}70$ | $7{,}00$ | $5{,}62$ | $3{,}36$ | 0 |

Ferner ift

$$\Delta_1 = y_2 - y_1 = 0{,}26^{m}; \quad \Delta_2 = y_3 - y_2 = 0{,}7^{m}; \quad \Delta_3 = y_4 - y_3 = 1{,}38^{m}; \quad \Delta_4 = y_5 - y_4 = 2{,}26^{m};$$

$$\Delta_5 = y_6 - y_5 = 3{,}36^{m}.$$

$\lambda_1 = \sqrt{4^2 + \Delta_1^2} = 4{,}01$ m; $\lambda_2 = 4{,}06$ m; $\lambda_3 = 4{,}23$ m; $\lambda_4 = 4{,}59$ m; $\lambda_5 = 5{,}22$ m.

$\sin\alpha_1 = \frac{\Delta_1}{\lambda_1} = 0{,}0648$; $\sin\alpha_2 = 0{,}1724$; $\sin\alpha_3 = 0{,}32$; $\sin\alpha_4 = 0{,}492$; $\sin\alpha_5 = 0{,}644$.

$\cotg\alpha_1 = \frac{4}{\Delta_1} = 15{,}38$; $\cotg\alpha_2 = 5{,}7$; $\cotg\alpha_3 = 2{,}9$; $\cotg\alpha_4 = 1{,}77$; $\cotg\alpha_5 = 1{,}19$.

$\frac{\pi}{n} = \frac{180}{32} = 5^\circ 37{,}5'$; $\sin\frac{\pi}{n} = \sin 5^\circ 37{,}5' = 0{,}098$; $\frac{1}{2\,n\sin\frac{\pi}{n}} = \frac{1}{64\,.\,0{,}098} = 0{,}16$.

Die Eigengewichte, bezw. zufälligen Belaftungen der einzelnen Ringe find:

Laternenring: $G_1 = 2000 + 6^2\pi\,.\,70 = 9913^{\text{kg}}$, $P_1 = 6^2\pi\,.\,140 = 15826^{\text{kg}}$;
2. Ring: $G_2 = (10^2 - 6^2)\pi\,.\,70 = 14067^{\text{kg}}$, $P_2 = (10^2 - 6^2)\pi\,.\,140 = 28122^{\text{kg}}$;
3. Ring: $G_3 = (14^2 - 10^2)\pi\,.\,70 = 21100^{\text{kg}}$, $P_3 = (14^2 - 10^2)\pi\,.\,140 = 42186^{\text{kg}}$;
4. Ring: $G_4 = (18^2 - 14^2)\pi\,.\,70 = 28133^{\text{kg}}$, $P_4 = (18^2 - 14^2)\pi\,.\,140 = 56243^{\text{kg}}$;
5. Ring: $G_5 = (22^2 - 18^2)\pi\,.\,70 = 35168^{\text{kg}}$, $P_5 = (22^2 - 18^2)\pi\,.\,140 = 70304^{\text{kg}}$.

Die Spannungen in den Sparren, welche durch das Eigengewicht hervorgebracht werden, find nach Gleichung 335:

$$S_1^g = -\frac{G_1}{n\sin\alpha_1} = -\frac{9913}{32\,.\,0{,}065} = -4766^{\text{kg}};$$
$$S_2^g = -\frac{G_1 + G_2}{n\sin\alpha_2} = -\frac{23980}{32\,.\,0{,}1724} = -4346^{\text{kg}};$$
$$S_3^g = -\frac{G_1 + G_2 + G_3}{n\sin\alpha_3} = -\frac{45080}{32\,.\,0{,}32} = -4402^{\text{kg}};$$
$$S_4^g = -\frac{G_1 + G_2 + G_3 + G_4}{n\sin\alpha_4} = -\frac{73213}{32\,.\,0{,}492} = -4651^{\text{kg}};$$
$$S_5^g = -\frac{G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + G_5}{n\sin\alpha_5} = -\frac{108381}{32\,.\,0{,}644} = -5258^{\text{kg}}.$$

Die durch zufällige Belaftung erzeugten Sparrenfpannungen betragen:

$$S_1^p = -\frac{P_1}{n\sin\alpha_1} = -\frac{15826}{2{,}08} = -7608^{\text{kg}};$$
$$S_2^p = -\frac{P_1 + P_2}{n\sin\alpha_2} = -\frac{43948}{5{,}517} = -7966^{\text{kg}};$$
$$S_3^p = -\frac{P_1 + P_2 + P_3}{n\sin\alpha_3} = -\frac{86130}{10{,}24} = -8400^{\text{kg}};$$
$$S_4^p = -\frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{n\sin\alpha_4} = -\frac{142373}{15{,}74} = -9045^{\text{kg}};$$
$$S_5^p = -\frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5}{n\sin\alpha_5} = -\frac{212677}{20{,}61} = -10319^{\text{kg}}.$$

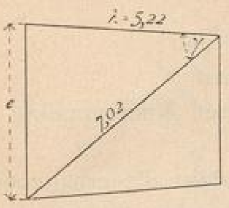
Die Ringfpannungen, welche durch das Eigengewicht hervorgerufen werden, find nach Gleichung 338:

Laternenring: $R_1^g = -9913\,.\,15{,}38\,.\,0{,}16 = -24396^{\text{kg}}$;
2. Ring: $R_2^g = -(23980\,.\,5{,}7 - 9913\,.\,15{,}38)\,0{,}16 = +2524^{\text{kg}}$;
3. Ring: $R_3^g = -(45080\,.\,2{,}9 - 23980\,.\,5{,}7)\,0{,}16 = +953^{\text{kg}}$;
4. Ring: $R_4^g = -(73213\,.\,1{,}77 - 45080\,.\,2{,}9)\,0{,}16 = +183^{\text{kg}}$;
5. Ring: $R_5^g = -(108381\,.\,1{,}19 - 73213\,.\,1{,}77)\,0{,}16 = +98^{\text{kg}}$;
Mauerring: $R_6^g = 108381\,.\,1{,}19\,.\,0{,}16 = 20636^{\text{kg}}$.

Die Maximal- und Minimalfpannungen in den Ringen, durch zufällige Belaftung erzeugt, betragen nach Gleichung 342:

Laternenring: $R_1^p\,min = -15826\,.\,15{,}38\,.\,0{,}16 = -38932^{\text{kg}}$ und $R_1^p\,max = 0$;
2. Ring: $R_2^p\,min = -28122\,.\,5{,}7\,.\,0{,}16 = -25647^{\text{kg}}$,
$R_2^p\,max = 15826\,(15{,}38 - 5{,}7)\,.\,0{,}16 = +24514^{\text{kg}}$;

Fig. 337.




3. Ring: $R^p_{3\,min} = -42182 \cdot 2{,}9 \cdot 0{,}16 = -19572$ kg,

$R^p_{3\,max} = 43948 \cdot 2{,}8 \cdot 0{,}16 = +19689$ kg;

4. Ring: $R^p_{4\,min} = -56243 \cdot 1{,}77 \cdot 0{,}16 = -15926$ kg,

$R^p_{4\,max} = 86130 \cdot 1{,}13 \cdot 0{,}16 = +15589$ kg;

5. Ring: $R^p_{5\,min} = -70304 \cdot 1{,}19 \cdot 0{,}16 = -13386$ kg,

$R^p_{5\,max} = 142373 \cdot 0{,}58 \cdot 0{,}16 = +13212$ kg;

Mauerring: $R^p_{6\,min} = 0$ und $R^p_{6\,max} = 212677 \cdot 1{,}19 \cdot 0{,}16 = +40494$ kg.

Was fchliefslich die Spannungen in den Diagonalen betrifft, fo braucht nur die am ftärkften beanfpruchte Diagonale berechnet zu werden, weil felbft diefe noch fehr fchwach wird. Gewöhnlich macht man dann alle Diagonalen gleich ftark.

Die gröfste durch zufällige Belaftung erzeugte Sparrenfpannung ift durch die Diagonale zu übertragen (fiehe Art. 243, S. 251); diefelbe ift $S^p_5 = -10319$ kg, und eine Diagonale hat demnach höchftens diefe Kraft aufzunehmen. Die Spannung in den Diagonalen wird daher

$$Y_5 = \frac{10319 \cdot 7{,}02}{5{,}22} = 13877 \text{ kg}$$

fein.

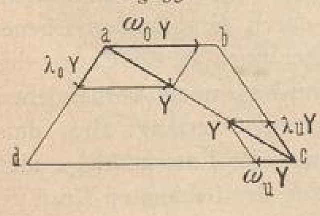
Man könnte noch für einige der oberen Diagonalen die Spannungen auffuchen, was nach dem Vorftehenden keine Schwierigkeit macht. Für die Querfchnittsbeftimmungen kann nun, wie bei den früheren Beifpielen, eine Tabelle aufgeftellt werden.

| Bezeichnung des Stabes | $P_0$ | $P_1$ | Bezeichnung des Stabes | $P_0$ | $P_1$ | $P_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sparren: | | | Ringe: | | | |
| $S_1$ | − 4766 | − 7608 | $R_1$ | − 24396 | − 38932 | 0 |
| $S_2$ | − 4346 | − 7966 | $R_2$ | + 2524 | + 24514 | − 25647 |
| $S_3$ | − 4402 | − 8400 | $R_3$ | + 953 | + 19689 | − 19572 |
| $S_4$ | − 4651 | − 9045 | $R_4$ | + 183 | + 15589 | − 15926 |
| $S_5$ | − 5258 | − 10319 | $R_5$ | + 98 | + 13212 | − 13386 |
| Diagonalen: | | | $R_6$ | + 20636 | + 40494 | 0 |
| $Y$ | 0 | 13877 | | | | |
| | Kilogramm | | | Kilogramm | | |

## 2) Verfahren von *Müller-Breslau.*

In jedem durch zwei Sparren- und zwei Ringftäbe gebildeten Trapez des Kuppelflechtwerkes fei nur eine Diagonale vorhanden, welche fowohl Zug wie Druck aufnehmen kann. Handelt es fich um eine Conftruction mit gekreuzten Diagonalen, deren jede nur Zug aufnehmen kann, fo nimmt man genau, wie in Art. 186 (S. 187) bei den Trägern mit Gegendiagonalen gezeigt ift, zunächft nur eine, die bei der betreffenden Belaftung auf Zug beanfpruchte, Diagonale als vorhanden an. Ergiebt fich durch die Berechnung, dafs diefe Diagonale Druck erhält, fo tritt an ihre Stelle die Gegendiagonale, und das Ergebnifs kann durch eine Verbefferungsrechnung leicht richtig geftellt werden. 246. Vorbemerkungen.

Fig. 338.




Die in der Diagonale $ac$ auftretende Spannung $Y$ (Fig. 338) wird in der Ebene des betreffenden Feldes in jedem der beiden Knotenpunkte in zwei Seitenkräfte zerlegt, welche bezw. in die Richtung des anfchliefsenden Ringftabes und diejenige des anfchliefsenden Sparrenftabes fallen. Diefe Seitenkräfte ftehen in ganz beftimmtem,