



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik der Hochbau-Constructions

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

1) Vierendeles Pyramidendach

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77733](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77733)

$\gamma \eta = S_2, \eta \zeta = H_2, \delta \theta = S_3, \theta \eta = H_3, \varepsilon \alpha = S_4, \alpha \beta = H_4$; ferner $\varepsilon a = D_0, \alpha z = H_5, \zeta \lambda = \lambda a = R_1, \eta \mu = \mu \zeta = R_2, \theta \nu = \nu \eta = R_3, \alpha o = o \theta = R_4$ und $a \sigma = \sigma z = R_5$ (= Mauerringspannung).

Je nachdem nun die Kräfte $\lambda, \mu, \nu, \sigma$ die Eigengewichte oder die zufälligen Lasten bedeuten, erhält man die durch die eine oder andere Belastung erzeugten Spannungen. Die Spannungen in den Diagonalen sind leicht zu construiren.

c) Steile Zeldächer oder Thurmdächer.

Als lothrechte Belastung ist hier nur das Eigengewicht einzuführen. Eine Belastung durch Schnee findet nicht statt, weil wegen der großen Steilheit des Daches der Schnee nicht liegen bleibt. Diese lothrechte Belastung erzeugt, da die Construction eben so, wie bei den flachen Zeldächern, aus Sparren und Ringen zusammengesetzt wird, Spannungen, welche genau, wie dort gezeigt wurde, zu berechnen sind. Auf diese Berechnung soll deshalb hier nicht weiter eingegangen werden. Dagegen spielt der Winddruck hier eine große Rolle, und die durch diesen erzeugten Spannungen sollen berechnet werden. Zunächst soll die Berechnung für ein vierseitiges Pyramidendach, alsdann für ein achtseitiges Pyramidendach gezeigt werden.

1) Vierseitiges Pyramidendach.

Der Winddruck auf eine Pyramidenseite ist am größten, wenn die Windrichtung im Grundriss senkrecht zur betreffenden Rechteckseite steht. Alsdann ist der Winddruck für 1 qm schräger Dachfläche (Fig. 355 u. 356) nach Gleichung 7:

255.
Belastung.

$v = 120 \sin(\alpha + 10^\circ)$; die vom Winde getroffene schräge Dachfläche ist

$$F = \frac{a \lambda}{2} = \frac{a h}{2 \sin \alpha},$$

mithin der Gesamtdruck gegen eine Pyramidenseite

$$N = \frac{a h v}{2 \sin \alpha} \quad 364.$$

Wir denken uns nun in der Symmetrie-Ebene *II* einen ideellen Binder *ABC* (Fig. 355) und bestimmen die darin durch den Winddruck entstehenden Spannungen; wir nehmen vorläufig die Wagrechten und Diagonalen, wie in Fig. 356 gezeichnet,

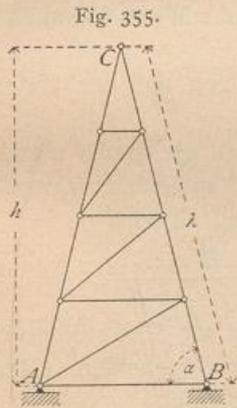
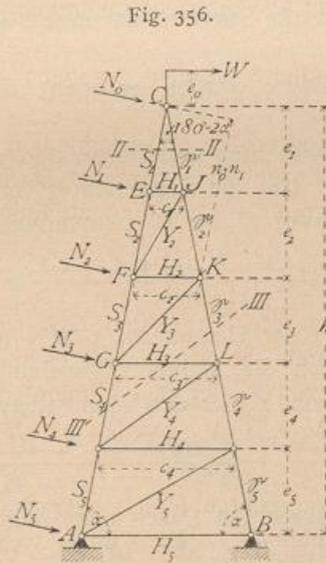
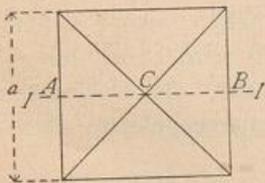


Fig. 357.



an. Auf ein oben befindliches Kreuz wirke ein Winddruck *W* in der Höhe e_0 über dem Firstpunkt *C*; außerdem wirken in den Knotenpunkten *C, E, F, G*... die Kräfte N_0, N_1, N_2, N_3 ... senkrecht zur Dachfläche; die Größe dieser Kräfte ist leicht aus den auf die bezüglichen Knotenpunkte entfallenden Dachflächen zu ermitteln.

256.
Berechnung
der
Spannungen
im ideellen
Binder.

α) Berechnung der Spannungen im ideellen Binder.
Um die Sparrenspannung S_1 (Fig. 356) an der Windseite zu erhalten, lege man einen beliebigen Schnitt durch CE , etwa nach $II II$, und betrachte das Bruchstück oberhalb des Schnittes. Wählt man \mathcal{F} als Momentenpunkt, so heisst die Gleichung der statischen Momente (Fig. 358):

$$0 = S_1 c_1 \sin \alpha - W(e_0 + e_1) - N_0 n_0.$$

Nun ist

$$\overline{C\mathcal{F}} = \frac{e_1}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad \cos(180 - 2\alpha) = \frac{n_0}{C\mathcal{F}} = -\cos 2\alpha, \quad \text{daher}$$

$$n_0 = -\overline{C\mathcal{F}} \cos 2\alpha = -\frac{e_1}{\sin \alpha} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \frac{e_1 (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha}.$$

Man erhält hiernach

$$S_1 = \frac{W(e_0 + e_1)}{c_1 \sin \alpha} + \frac{N_0 e_1 (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)}{c_1 \sin^2 \alpha}.$$

Für irgend einen Sparren FG ist K der Momentenpunkt, und für S_2 ergibt sich der Werth

$$S_2 = \frac{1}{c_2 \sin \alpha} \left[W(e_0 + e_1 + e_2) + N_0(n_0 + n_1) + N_1 n_1 \right] - N_2 \cotg \alpha.$$

Für irgend einen Sparren KL auf der Unterwindseite ist G der Momentenpunkt und

$$S_3 = -\frac{1}{c_3 \sin \alpha} \left[W(e_0 + e_1 + e_2 + e_3) + \frac{N_0(e_1 + e_2 + e_3) + N_1(e_2 + e_3) + N_2 e_3}{\sin \alpha} \right].$$

Eben so ergeben sich leicht alle Sparrenspannungen, sowohl auf der Windseite, wie auf der Unterwindseite.

Die Sparren auf der Windseite werden gezogen; diejenigen auf der Unterwindseite werden gedrückt.

Die Spannungen in den Wagrechten und Diagonalen werden gleichfalls mittels der Momentenmethode ermittelt. Um die Spannung H_3 in GL zu finden, schneide man schräg nach $III III$; alsdann ist C der Momentenpunkt, und es wird

$$H_3 = -\frac{N_1 e_1 + N_2(e_1 + e_2) + N_3(e_1 + e_2 + e_3)}{(e_1 + e_2 + e_3) \sin \alpha} + \frac{W e_0}{e_1 + e_2 + e_3}.$$

Die Spannung Y_3 endlich in der Diagonalen GK wird, da für GK wiederum C der conjugirte Punkt ist, durch die Momentengleichung für C gefunden. Man erhält, wenn y_3 der Hebelsarm von Y_3 für den Momentenpunkt C ist,

$$Y_3 = \frac{1}{y_3} \frac{N_1 e_1 + N_2(e_1 + e_2)}{\sin \alpha} - \frac{W e_0}{y_3}.$$

Ob die Diagonalen und Wagrechten Druck oder Zug erhalten, hängt wesentlich von der Grösse des Moments $W e_0$ ab. Ist $W = 0$, so werden bei der gezeichneten Richtung der Diagonalen die Wagrechten gedrückt, die Diagonalen gezogen. Bei der entgegengesetzten Windrichtung findet entgegengesetzte Beanspruchung statt.

257.
Graphische
Ermittlung
der
Spannungen
im ideellen
Binder.

β) Graphische Ermittlung der Spannungen im ideellen Binder.
Wird zunächst von der Kraft W abgesehen, so ergibt sich ohne Schwierigkeit der in Fig. 359 gezeichnete Kräfteplan, worin alle Stabspannungen, welche durch Winddruck erzeugt werden, enthalten sind.

Fig. 358.

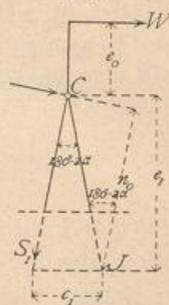


Fig. 359.

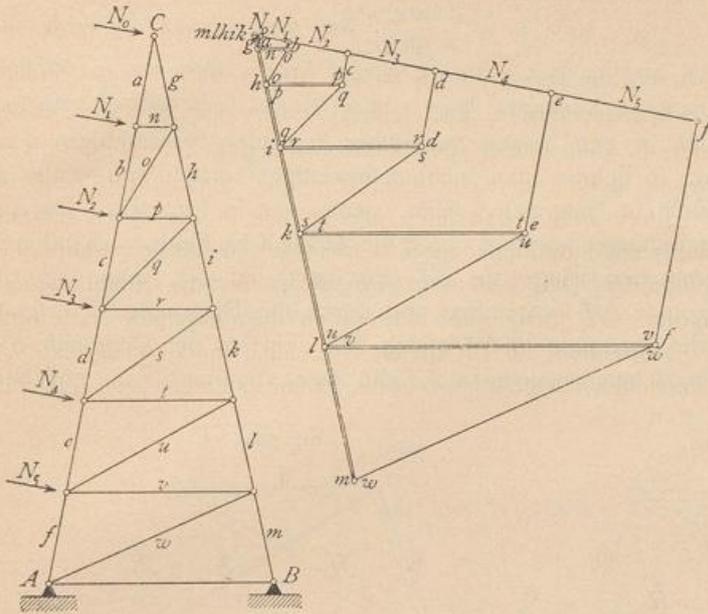
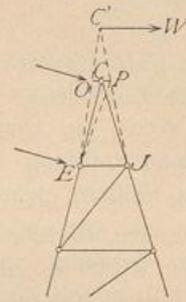


Fig. 360.



Falls noch ein Winddruck W vorhanden ist, so empfiehlt es sich, für die graphische Bestimmung der Spannungen statt der wirklich vorhandenen Stäbe EC und JC zwei Stäbe EC' und $J'C'$ einzuführen, wobei C' der Schnittpunkt der Kraft W mit der Mittel-

Lothrechten (Fig. 360) ist; die Ermittlung kann dann für den Thurm mit der Spitze $EOC'PJ'$ nach der Cremona'schen Methode erfolgen. Die Spannungen in EC und $J'C$ können mit geringem Fehler denjenigen, welche sich für EO und PJ' ergeben haben, gleich gesetzt werden.

γ) Zurückführung der Spannungen im ideellen Binder auf die wirklichen Stabspannungen. Die bisher berechneten Spannungen finden im ideellen Binder ACB (Fig. 361) statt. Jede Spannung in einem Stabe des ideellen

258.
Wirkliche
Stab-
spannungen.

Fig. 361.

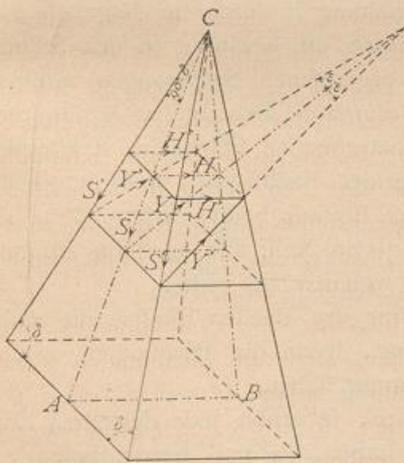


Fig. 362.



Binders wird nun durch zwei Stabspannungen der beiden wirklichen Binder geleistet, deren Ebenen mit derjenigen des ideellen Binders den Winkel $(90 - \alpha)$ einschließen.

Die Spannung S in irgend einem Sparren des ideellen Binders wird durch zwei Spannungen S' ersetzt; demnach ist

$$S = 2 S' \cos (90 - \delta) = 2 S' \sin \delta,$$

woraus

$$S' = \frac{S}{2 \sin \delta}; \quad \dots \quad 365.$$

eben so

$$S' = \frac{S}{2 \sin \delta} \quad \dots \quad 366.$$

Ferner wird $H = 2 H'$, woraus

$$H' = \frac{H}{2}; \quad \dots \quad 367.$$

$$Y = 2 Y' \cos \epsilon,$$

woraus

$$Y' = \frac{Y}{2 \cos \epsilon} \quad \dots \quad 368.$$

Auch auf graphischem Wege ist die Zurückführung leicht. Man construirt (Fig. 362) den Winkel $(90 - \delta)$, bzw. ε . Ist $\angle r m n = 90 - \delta$, so ist $m r = \frac{m n}{\sin \delta}$. Man trage demnach die Werthe für $\frac{S}{2}$ und $\frac{S}{2}$ auf der Linie $m n$ ab, projicire diese Abschnitte auf $m r$; alsdann erhält man in den Projectionen die gefachten wirklichen Sparrenspannungen. Eben so ist die Division durch $\cos \varepsilon$ vorzunehmen.

Wenn die Diagonalen in den beiden gegenüber liegenden Seitenfeldern verschiedene Richtung haben, so nehme man nichtsdestoweniger zunächst an, daß in beiden Feldern gleich gerichtete Diagonalen seien, genau wie in Fig. 361. Darauf ersetze man die nur vorläufig angenommene durch die wirklich im Felde vorhandene. In der vorläufig angenommenen Diagonale $\overline{b d}$ (Fig. 363) sei die Spannung zu Y' ermittelt; soll die Diagonale $\overline{b d}$ fortgelassen und durch die Diagonale $\overline{a c}$ ersetzt werden können, so muß die Spannung in $\overline{b d}$ gleich Null sein; in der Diagonale $\overline{a c}$ muß also eine Kraft Z herrschen, welche in $\overline{b d}$ die Zusatzspannung von gleicher

Fig. 363.

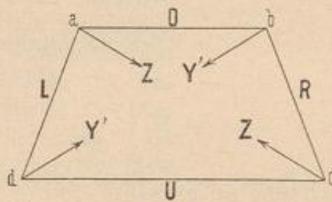
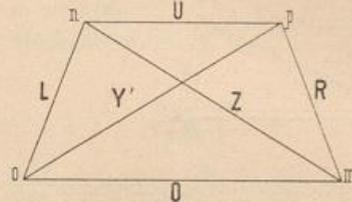


Fig. 364.



Größe Y' , aber entgegengesetztem Sinne mit der bereits in $\overline{b d}$ herrschenden Spannung erzeugt. Bringt man in a und c je die Kraft $Z = \overline{m n}$ an (Fig. 364), so erhält man die Größe der in den Stäben des Trapezes wirkenden Spannungen aus dem Kräfteplan. Es ist $L = \overline{o n}$, $O = \overline{m o}$, $U = \overline{n p}$ und $R = \overline{p m}$, und wegen der Gleichheit der Diagonalen des Trapezes ist $Z = Y'$ (absolut genommen). Ersetzt man also die Diagonale $\overline{b d}$ mit der berechneten Spannung Y' durch die Diagonale $\overline{a c}$, so herrscht in letzterer der gleiche Zug. Die durch die Kräfte Z in den Stäben des Trapezes und des übrigen Fachwerkes hervorgerufenen Spannungen addiren sich zu den bereits in denselben vorhandenen und durch die Berechnung ermittelten. Diese Zusatzspannungen sind für die Stäbe des betreffenden Feldes im Kräfteplan der Fig. 364 verzeichnet, für alle übrigen Stäbe des Fachwerkes sind sie gleich Null. Denn für jeden dieser übrigen Stäbe ist der Einfluß beider Kräfte Z zu berücksichtigen. Die Resultierende beider Z ist aber gleich Null, also auch ihr Einfluß auf die Stabspannungen außerhalb des Feldes, in welchem sie wirken.

Das vorstehend angegebene Verfahren, mit Hilfe des ideellen Binders die Stabspannungen zu ermitteln, ist also auch anwendbar, wenn die Diagonalen zweier gegenüber liegender Felder entgegengesetzte Richtung haben.

Wenn einfache Diagonalen angeordnet werden, so erhält jede derselben Zug und Druck; will man nur gezogene Diagonalen haben, so sind Gegendiagonalen anzuordnen, worüber das Erforderliche bereits mehrfach gesagt ist.

2) Achtseitiges Pyramidendach.

Wir nehmen hier die Windrichtung, der einfachen Rechnung halber, wagrecht an und berechnen aus demselben Grunde den Winddruck so, als wenn die Seitenflächen lothrecht ständen. Der dabei gemachte Fehler ist gering. Wenn die Wind-