Die Statik der Hochbau-Constructionen

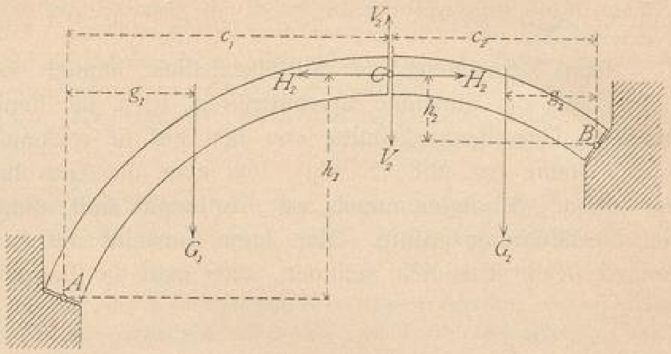
Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

2. Kap. Tonnen- und Kappengewölbe

urn:nbn:de:hbz:466:1-77733

Fig. 385.



Die Mittelkräfte der Laften auf dem linken, bezw. rechten Gewölbetheile feien G_1, bezw. G_2; die Entfernungen diefer Laften von den Kämpferpunkten feien bezw. g_1 und g_2 (Fig. 385). Die beiden Theile übertragen im Punkte C auf einander eine Kraft, deren Seitenkräfte bezw. V_2 und H_2 feien. Alsdann ergiebt die Betrachtung der Gleichgewichtszuftände beider Gewölbetheile die Gleichungen:

$$H_2 h_1 + V_2 c_1 = G_1 g_1 \text{ (linker Theil, Drehpunkt } A\text{);}$$
$$H_2 h_2 - V_2 c_2 = G_2 g_2 \text{ (rechter Theil, Drehpunkt } B\text{).}$$

Man erhält

$$H_2 = H = \frac{G_1 g_1 c_2 + G_2 g_2 c_1}{h_1 c_2 + h_2 c_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 390.$$

2. Kapitel.

Tonnen- und Kappengewölbe.

276. Stabilität. Die Zerftörung des Gewölbes kann erfolgen:

1) durch Umkanten eines Gewölbetheiles um eine innere oder äufsere Kante,
2) durch Gleiten einzelner Gewölbetheile längs der Fugen und
3) durch Zerdrücken der Wölbfteine.

Wenn die Lage der Stützlinie bekannt ift, fo können alle auf die Standficherheit des Gewölbes bezügliche Fragen leicht beantwortet werden. Dabei ift zu beachten, dafs, falls für den Verlauf der Mittelkraftslinie drei Punkte vorgefchrieben find, welche in Fugen liegen, diefelben entfprechend der für die Stützlinie gegebenen Erklärung auch Punkte der Stützlinie find.

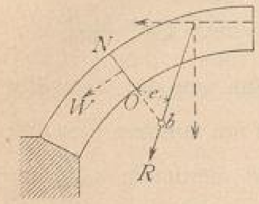
Im Hochbau handelt es fich faft ftets nur um die Ermittelung des im Gewölbe wirkenden Horizontalfchubes, weil diefe Kraft hauptfächlich die Mauern, welche das Gewölbe, bezw. den Bogen ftützen, gefährdet. Wäre die Stützlinie bekannt, fo wäre auch der Horizontalfchub bekannt. Die Ermittelung der genauen Lage derfelben ift aber nach Art. 266 (S. 281) nur mittels der Elafticitäts-Theorie der Gewölbe möglich, und diefe Ermittelung ift fehr umftändlich. Es ift aber auch ausreichend, gewiffe Grenzlagen für die Stützlinie und damit gewiffe Grenzwerthe für den Horizontalfchub feft zu legen.

277. Stabilität gegen Kanten. Soll das Gewölbe ftabil fein, fo mufs die Stützlinie ganz im Gewölbe liegen.

Wenn die Refultirende R aller an der einen Seite des Querfchnittes NO wirkenden Kräfte (Fig. 386) die Verlängerung des Querfchnittes etwa im Punkte b fchneidet, fo hat diefe Kraft in Bezug auf O ein Moment $M = Re$, welches eine

Drehung des oberhalb NO liegenden Gewölbetheiles um O erſtrebt. Dieſe Drehung kann nur durch eine andere, entgegengeſetzt drehende Kraft W (in Fig. 386 punktirt) aufgehoben werden, d. h. durch einen Zugwiderſtand der Gewölbefaſern. Die Wölbſteine können aber einen ſolchen, wenn von der Zugfeſtigkeit des Mörtels abgeſehen wird, nicht leiſten, ſo daſs alſo keine Kraft vorhanden iſt, welche das Gleichgewicht herſtellen könnte. Der oberhalb der Fuge befindliche Gewölbetheil würde demnach um O kanten und einſtürzen. Eine Aufhebung der Kraft R iſt erſt möglich, wenn dieſelbe den Querſchnitt NO ſchneidet; alsdann erzeugt ſie in einzelnen Theilen des Querſchnittes Druckſpannungen, welche R aufheben. Soll alſo das Gewölbe nicht um O kanten, ſo muſs der Schnittpunkt der Mittelkraft R mit dem Querſchnitte, d. h. der Schnittpunkt der Stützlinie mit dem Querſchnitte, in das Gewölbe fallen. Was aber vom Querſchnitt NO gilt, gilt von allen Querſchnitten. Das Gewölbe iſt alſo nur dann gegen Kanten ſtabil, wenn die Stützlinie ganz im Gewölbe liegt.

Fig. 386.



278. Stabilität gegen Zerdrücken.

In Art. 126 bis 132 (S. 111 bis 120) iſt gezeigt worden, wie ſich die Spannungen für Stützen ergeben, falls auf dieſelben Axialkräfte und Momente wirken. Mit hinreichender Genauigkeit können die dort gefundenen Formeln auch gebraucht werden, um die Spannungsvertheilung in den Gewölbequerſchnitten zu ermitteln. Die Spannung in einem Punkte, welcher um z von der ſenkrecht zur Bildebene errichteten Schwerpunktsaxe des Querſchnittes abſteht, iſt demnach nach Gleichung 102

$$\sigma = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{F\xi z}{\mathfrak{J}}\right).$$

Hier handelt es ſich nur um rechteckige Querſchnitte von der Höhe d und der Breite 1 (ſenkrecht zur Bildebene); mithin iſt $F = d \cdot 1$ und $\mathfrak{J} = \frac{d^3}{12}$; daher

$$\sigma = \frac{P}{d}\left(1 + \frac{12\,\xi z}{d^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 391.$$

Da P hier ſtets Druck iſt und wir P als poſitiv einführen, ſo bedeuten die poſitiven Werthe von σ Druck, die negativen Werthe Zug. Der gröſste Druck σ_{max} findet für die in Fig. 387 gezeichnete Lage der Kraft P in den Punkten U ſtatt, für welche z ſeinen gröſsten Werth $\frac{d}{2}$ hat; der kleinſte Druck σ_{min} in den Punkten V, für welche z ſeinen kleinſten Werth $-\frac{d}{2}$ hat; demnach wird

Fig. 387.

$$\sigma_{max} = \frac{P}{d}\left(1 + \frac{12\,\xi d}{2\,d^2}\right) = \frac{P}{d}\left(1 + \frac{6\,\xi}{d}\right) \quad \text{und} \quad \sigma_{min} = \frac{P}{d}\left(1 - \frac{6\,\xi}{d}\right) \quad . \quad . \quad 392.$$

σ_{min} wird zu Null, wenn $1 - \frac{6\,\xi}{d} = 0$, d. h. wenn $\xi = \frac{d}{6}$ iſt.

In den am wenigſten gedrückten Punkten V findet alſo die Spannung Null ſtatt, wenn die Mittelkraft den Querſchnitt in der Höhe $\frac{d}{6}$ über der Mittellinie des Gewölbes ſchneidet. Schneidet die Kraft P, alſo die Stützlinie, den Querſchnitt unterhalb O, ſo ergiebt ſich leicht aus Gleichung 391 (indem man $-\xi$ ſtatt $+\xi$ einführt), daſs der gröſste Druck in den Punkten V, der gröſste Zug in den Punkten U

ftattfindet. In U findet demnach die Spannung Null ftatt, wenn die Stützlinie den Querfchnitt in dem Abftande $\frac{d}{6}$ unterhalb der Schwerpunktsaxe fchneidet.

σ_{max} und σ_{min} haben gleiches Vorzeichen für diejenigen Werthe von ξ, für welche gleichzeitig ftattfindet

$$1 + \frac{6\,\xi}{d} > 0 \quad \text{und} \quad 1 - \frac{6\,\xi}{d} > 0, \text{ d. h. für } \xi > -\frac{d}{6} \quad \text{und} \quad \xi < +\frac{d}{6}.$$

So lange alfo der Schnittpunkt der Mittelkraft nicht weiter von der Gewölbemittellinie entfernt ift, als $\frac{d}{6}$, d. h. fo lange der Schnittpunkt im inneren Gewölbedrittel liegt, haben σ_{max} und σ_{min} gleiches Vorzeichen, find demnach σ_{max} und σ_{min} Druck; dann findet aber im ganzen Querfchnitte nur Druck ftatt. (Vergl. Art. 128, S. 114.)

Ift dagegen ξ gröfser als $\frac{d}{6}$, fo findet in der am meiften gezogenen Fafer Zugbeanfpruchung ftatt; dann gilt die Gleichung 391 für die Druckvertheilung nicht mehr, weil diefe unter der Annahme einer Beanfpruchung aller Querfchnittspunkte entwickelt worden ift; falls aber hier einzelne Punkte des Querfchnittes auf Zug beanfprucht werden, fo kann man auf Beanfpruchung aller Querfchnittspunkte nicht mit Sicherheit rechnen. Die dann geltenden Gleichungen find in Art. 129 (S. 116) entwickelt. Falls ξ gröfser als $\frac{d}{6}$ ift, mit anderen Worten, falls die Stützlinie einen Querfchnitt aufserhalb des inneren Drittels fchneidet, etwa im Abftande c von den zunächft gelegenen äufseren Punkten, fo vertheilt fich nach Gleichung 110 (S. 117) der Druck P auf eine Breite $3\,c$, wobei der Maximaldruck doppelt fo grofs ift, als wenn fich der Druck über die gedrückte Fläche gleichmäfsig vertheilte. Wir erhalten alfo (Alles auf Centimeter bezogen)

$$\sigma_{max} = \frac{2\,P}{3\,.\,100\,.\,c} \qquad \ldots\ldots \qquad 393.$$

Wird die gröfste, im Wölbmaterial zuläffige Druckbeanfpruchung für die Flächeneinheit mit K bezeichnet, fo kann Gleichung 393 benutzt werden, um zu ermitteln, wie weit fich die Stützlinie der inneren oder äufseren Gewölbelaibung nähern darf. Man erhält als Bedingungsgleichung:

$$K = \frac{2\,P}{300\,c}, \quad \text{woraus} \quad c = \frac{2\,P}{300\,K} \qquad \ldots\ldots \qquad 394.$$

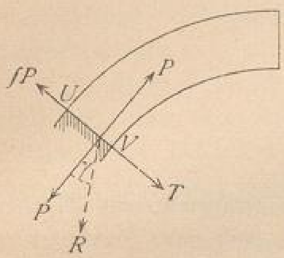
Damit ift als Bedingung für die Stabilität des Gewölbes gegen Druck gefunden: Soll das Gewölbe genügende Sicherheit gegen Druck bieten, fo darf der Abftand der Stützlinie von den Gewölbelaibungen an keiner Stelle kleiner werden, als $\frac{2\,P}{300\,K}$.

Da P für die verfchiedenen Gewölbeftellen verfchiedene Werthe hat, fo ergeben fich für diefelben auch verfchiedene Gröfsen von c. Meiftens wird es jedoch genügen, den Gröfstwerth von P, der fich an den Kämpfern ergiebt, einzufetzen und dann den für c erhaltenen Werth im ganzen Gewölbe gleich grofs anzunehmen. Man kann in diefer Weife leicht die beiden Linien conftruiren, zwifchen denen die Stützlinie verlaufen foll.

Die Forderung, dafs in allen Punkten fämmtlicher Querfchnitte nur Druckbeanſpruchung ſtattfinden ſoll, iſt erfüllt, wenn ſämmtliche Querſchnitte von ihren zugehörigen Mittelkräften im inneren Gewölbedrittel geſchnitten werden, d. h. wenn die ganze Stützlinie im inneren Drittel verläuft.

Der Einſturz des Gewölbes kann endlich auch dadurch verurſacht werden, daſs ein Theil deſſelben längs des anderen gleitet. Die Mittelkraft aller auf den Gewölbetheil oberhalb der Fuge *U V* (Fig. 388) wirkenden Kräfte ſei gleich *R*; alsdann iſt Gleichgewicht nur möglich, wenn Seitens der Fuge eine genau gleich groſse und gleich gerichtete Kraft mit entgegengeſetztem Sinne auf den betreffenden Gewölbetheil wirkt. Wir zerlegen *R* in eine Axialkraft $P = R \cos \gamma$ und eine Querkraft $T = R \sin \gamma$. Die Axialkraft *P* wird, wenn ihr Schnittpunkt mit der Fuge nicht zu nahe an die Laibungen fällt, durch die ſenkrecht zum Querſchnitt gerichteten axialen Spannungen, die Querkraft *T* wird durch den Reibungswiderſtand an der Berührungsfläche *U V* aufgehoben. Nennt man den Reibungs-Coefficienten *f*, ſo iſt der Reibungswiderſtand $W = f\,P = f\,R \cos \gamma$. Gröſser kann *W* nicht werden; Gleichgewicht gegen Verſchieben iſt alſo nur möglich, wenn ſtattfindet: $T \leq f\,R \cos \gamma$, d. h. $R \sin \gamma \leq f\,R \cos \gamma$ und $\operatorname{tg} \gamma \leq f$. 279. Stabilität gegen Gleiten.

Fig. 388.



Wird der Reibungswinkel mit φ bezeichnet, ſo iſt $f = \operatorname{tg} \varphi$, und alsdann heiſst die Bedingungsgleichung für das Gleichgewicht:

$$\operatorname{tg} \gamma \leq \operatorname{tg} \varphi \quad \text{oder} \quad \gamma \leq \varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad 395.$$

Sobald γ gröſser wird, als der Reibungswinkel, kann *T* nicht aufgehoben werden, und dann findet ein Abgleiten des betrachteten Gewölbetheiles ſtatt.

Dieſelbe Schluſsfolgerung gilt auch, falls *R* nach oben um den Winkel γ von der Senkrechten zur Fuge abweicht; nur iſt dann das Beſtreben vorhanden, den oberen Gewölbetheil nach auſsen zu verſchieben. Was für die Fuge *U V* gilt, gilt für alle Fugen, ſo daſs folgendes Geſetz ermittelt iſt: Soll das Gewölbe gegen Gleiten ſtabil ſein, ſo darf an keiner Stelle der Winkel, welchen die Mittelkraftslinie mit der betreffenden Fugenſenkrechten bildet, gröſser ſein, als der Reibungswinkel für die betreffenden Materialien.

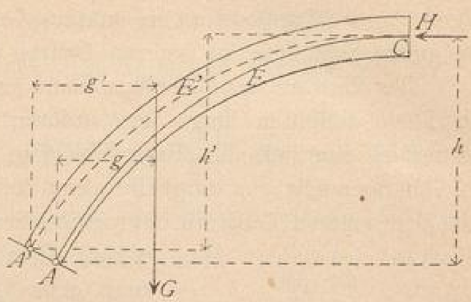
In den meiſten Fällen kann man ohne groſsen Fehler ſtatt der Mittelkraftslinie die Stützlinie einführen und als Bedingung für die Stabilität des Gewölbes angeben, daſs die Tangente an die Stützlinie nirgends einen Winkel mit der Fugenſenkrechten einſchlieſst, welcher gröſser iſt, als der Reibungswinkel.

Man kann den Reibungs-Coefficienten *f* zwiſchen $0{,}6$ und $0{,}75$ liegend annehmen, welchen Werthen die Winkel $\varphi = 31$ bis 37 Grad entſprechen. Bei friſchem Mörtel kann der Winkel φ bis auf 27 Grad hinabgehen (*f* bis auf $0{,}51$). Die Tangenten an die Stützlinie bilden aber nur ſelten ſo groſse Winkel mit den Fugenſenkrechten, ſo daſs, wenigſtens im eigentlichen Gewölbe, die Stabilität gegen Gleiten ſelten in Frage kommt.

Betrachtet man die eine Hälfte eines ſymmetriſch geſtalteten und ſymmetriſch belaſteten Gewölbes (Fig. 389), auf welche auſser der Belaſtung *G* noch der Horizontalſchub *H* im Scheitel wirkt, nimmt zunächſt als Angriffspunkt von *H* den Punkt *C* beliebig und auſserdem an, daſs die Stützlinie die Kämpferfuge in *A* ſchneide, ſo geht die Mittelkraft von *G* und *H* durch *A*, und nach Art. 270 (S. 285) iſt 280. Grenzlagen der Stützlinie und Grenzwerthe des Horizontalſchubes.

$$H = \frac{G g}{h}.$$

Fig. 389.



Diefen Annahmen, bezw. diefem Werthe des Horizontalfchubes entfpricht eine ganz beftimmte Stützlinie, etwa CEA, die in Fig. 389 voll ausgezogen ift.

Conftruirt man ein zweites Mal unter Beibehaltung des Punkes C die Stützlinie für einen anderen Kämpferpunkt, etwa A', fo ergiebt fich etwa die punktirte Stützlinie $CE'A'$, und der zugehörige Horizontalfchub wird

$$H' = G \frac{g'}{h'}.$$

Da $\frac{g'}{h'} > \frac{g}{h}$, fo ift auch $H' > H$.

Man fieht, einer Vergröfserung des Horizontalfchubes entfpricht ein Flacherwerden der Stützlinie, und es ergiebt fich in gleicher Weife, dafs einer Verringerung von H ein Steilerwerden der Stützlinie entfpricht. Offenbar find nun fehr viele Stützlinien möglich, welche fämmtlich durch C gehen und ganz im Gewölbe verlaufen, demnach mit der Stabilität deffelben vereinbar find. Dem kleinften Werthe

Fig. 390.

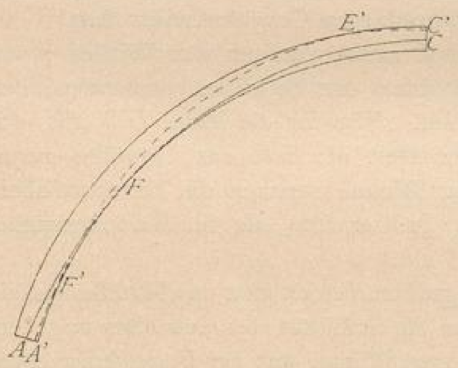
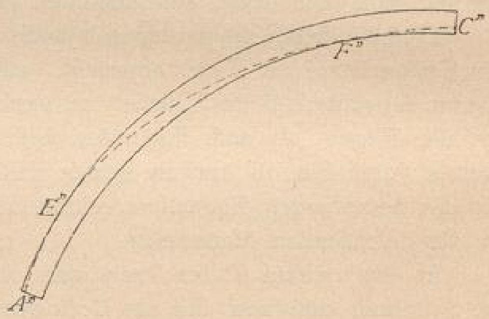


Fig. 391.



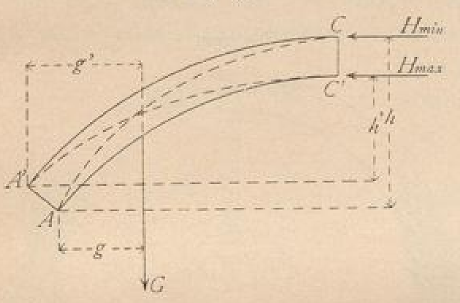
von H mit dem Angriffspunkt C entfpricht diejenige diefer Stützlinien, welche an irgend einer Stelle die innere Gewölbelaibung berührt (CFA in Fig. 390); denn eine weitere Verringerung von H würde zur Folge haben, dafs die Stützlinie bei F aus dem Gewölbe nach innen herausfiele. Nun kann aber jeder Punkt der Scheitelfuge Angriffspunkt der Kraft H fein; es fteht alfo nichts im Wege, einen anderen, höheren Punkt der Scheitelfuge als Angriffspunkt von H anzunehmen, mithin die ganze Stützlinie um das entfprechende Stück parallel fich felbft nach oben zu verfchieben. Jetzt kann der Horizontalfchub weiter verringert werden, und man kann damit fo weit fortfahren, bis die Stützlinie gleichzeitig die äufsere und die innere Laibung berührt. Diefe Stützlinie fei (Fig. 390) etwa $C'E'F'A'$. Eine weitere Verringerung von H hat die Folge, dafs die Stützlinie bei F' das Gewölbe verläfft; ein weiteres Hinauffchieben der Stützlinie ift auch nicht möglich, weil bei einem ſolchen — ſollte es ſo weit fortgeſetzt werden, daſs bei F' die Stützlinie wieder in das Gewölbe fällt — bereits vorher die Stützlinie bei E' auſserhalb des Gewölbes gefallen wäre.

Die gezeichnete Stützlinie $C' E' F' A'$ entſpricht alſo dem Minimum von H und heiſst deſshalb die Minimalſtützlinie. Es ergiebt ſich demnach: Die Minimalſtützlinie hat jederſeits mit den Gewölbelaibungen zwei Punkte gemeinſam, und zwar liegen die Berührungspunkte mit der äuſseren Laibung über denjenigen mit der inneren Laibung.

Bei flachen Bogen fällt gewöhnlich der Berührungspunkt mit der äuſseren Laibung in die Scheitelfuge, derjenige mit der inneren Laibung jederſeits in die Kämpferfuge; die beiden Berührungspunkte E' mit der äuſseren Laibung können zuſammenfallen.

In gleicher Weiſe erhält man die Stützlinie, welche dem Maximum von H entſpricht, die Maximalſtützlinie ($C'' F'' E'' A''$ in Fig. 391). Die Maximalſtützlinie hat jederſeits des Scheitels mit den Gewölbelaibungen zwei Punkte gemeinſam, und zwar liegen die Berührungspunkte mit der inneren Laibung über denjenigen mit der äuſseren Laibung; die beiden erſteren können zuſammenfallen.

Fig. 392.



Bei flachen Bogen fallen die beiden Berührungspunkte mit der inneren Laibung in die Scheitelfuge, die Berührungspunkte mit der äuſseren Laibung in die Kämpferfugen.

In Fig. 392 iſt CA die Minimal- und $C'A'$ die Maximalſtützlinie. Die entſprechenden Werthe von H ſind

$$H_{min} = \frac{G g}{h} \quad \text{und} \quad H_{max} = \frac{G g'}{h'} \,. \qquad 396.$$

Wenn wir demnach auch die wirkliche Lage der Stützlinie und die wirkliche Gröſse von H durch die Gleichgewichtsbedingungen allein nicht ermitteln können, ſo haben wir doch jetzt Grenzen ſowohl für die Lage der Stützlinie, als auch für die Gröſse des Horizontalſchubes gefunden. Der Horizontalſchub kann nicht gröſser ſein, als H_{max}, und nicht kleiner, als H_{min}.

Fallen Maximal- und Minimalſtützlinie nicht zuſammen, ſo iſt eine Anzahl von Stützlinien möglich, welche ſolchen Werthen des Horizontalſchubes entſprechen, die zwiſchen H_{max} und H_{min} liegen. Je gröſser der Unterſchied dieſer beiden Werthe iſt, deſto mehr Stützlinien ſind möglich, deſto gröſsere Aenderung darf H erleiden, ehe das Gewölbe einſtürzt, deſto ſtabiler iſt alſo das Gewölbe. Man kann demnach ſchlieſsen: Ein Gewölbe iſt ſtabil, wenn eine Maximal- und eine Minimalſtützlinie möglich iſt und beide nicht zuſammenfallen. Die Stabilität iſt um ſo gröſser, je gröſser die Unterſchiede dieſer beiden Stützlinien ſind, bezw. je gröſser der Unterſchied $H_{max} - H_{min}$ iſt.

281. Praktiſche Grenzlagen der Stützlinie.

Im vorhergehenden Artikel war abſolut feſtes Material angenommen, und es konnte deſshalb eine Berührung der Stützlinie und der Gewölbelaibung als möglich vorausgeſetzt werden. In Wirklichkeit darf nach Art. 278 (S. 291) die Stützlinie nicht näher an die Laibungen treten, als daſs der Abſtand noch $c = \frac{2P}{300\,K}$ iſt. Bei einer Berührung der Laibung durch die Stützlinie würde an dieſer Stelle $c = 0$, und da nach Gleichung 393: $\sigma_{max} = \frac{2P}{300\,c}$ iſt, hier $\sigma_{max} = \frac{2P}{0} = \infty$ ſein.

Man ſtellt deſshalb die Bedingung, daſs eine Maximal- und eine Minimalſtützlinie möglich ſei, welche wenigſtens um $\frac{2\,P}{300\,K}$ von den Gewölbelaibungen abſtehen, und daſs beide nicht zuſammenfallen.

Wenn im inneren Drittel des Gewölbes, in der ſog. Kernfläche, eine Maximal- und eine Minimalſtützlinie möglich iſt und beide nicht zuſammenfallen, ſo iſt dies noch günſtiger.

Die Stabilität gegen Gleiten erfordert, daſs die Tangente an die Stützlinie an keiner Stelle einer gröſseren, als den Reibungswinkel mit der Fugen-Senkrechten mache. Dieſer Bedingung müſſen alſo auch die Maximal- und Minimalſtützlinie genügen.

282.
Horizontalſchub für verſchiedene Bogenformen.

Für einige häufig vorkommende Bogenformen ergeben ſich die Horizontalſchübe unter Annahme ſymmetriſcher Form und Belaſtung, ſo wie unter der weiteren Annahme einer mittleren Stützlinie folgendermaſsen.

1) Flachbogen (Fig. 393 *a*). Nach Früherem iſt $H = \frac{G\,g}{h}$.

2) Scheitrechter Bogen. Man kann die Tragfähigkeit des ſcheitrechten Bogens als eben ſo groſs annehmen, wie diejenige eines Flachbogens, deſſen Mittel-

Fig. 393.

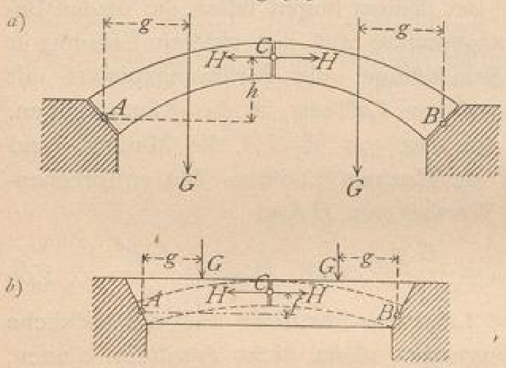
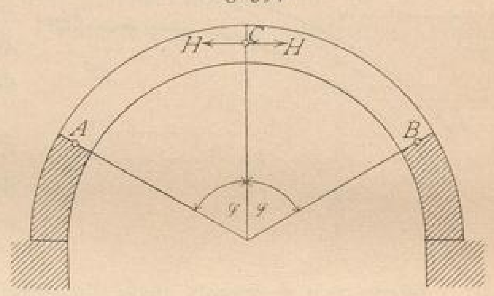


Fig. 394.



punkt auf der Lothrechten der Scheitelfuge liegt und deſſen innere Laibung durch die unteren Punkte der Kämpferfugen, deſſen äuſsere Laibung durch den oberſten Punkt der Scheitelfuge geht. Dann wird nach Fig. 393 *b*

$$H = \frac{G\,g}{f}.$$

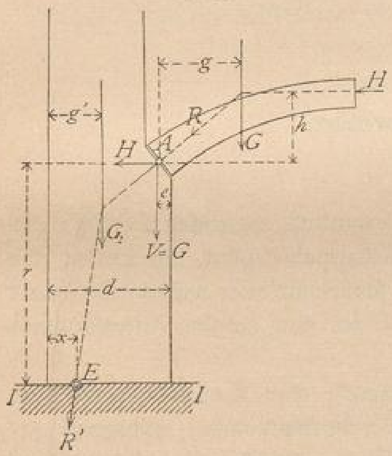
3) Halbkreisbogen. Eine halbkreisförmige Mittelkraftslinie für lothrechte (hier nur in Betracht kommende) Belaſtung giebt es nicht; denn bei derſelben müſſte die Tangente an jedem Kämpfer, alſo auch die Mittelkraft an dieſer Stelle, lothrecht ſein. Da aber die Mittelkraft ſtets eine wagrechte Seitenkraft (den Horizontalſchub) hat, ſo kann ſie nie lothrecht ſein. Deſshalb kann die Mittelkraftslinie nicht einen vollen Halbkreis vorſtellen. Man muſs daher die unteren Theile des Bogens als zum Widerlager gehörig betrachten und berechnet den Horizontalſchub H für den zwiſchengeſpannten Flachbogen (Fig. 394). Der Winkel φ wird zweckmäſsig etwa gleich 60 Grad gewählt; H ergiebt ſich dann, wie unter 1.

283.
Stabilität der Widerlager und Pfeiler.

Bei den Widerlagern, bezw. Mittelpfeilern der Gewölbe kann man, genau wie bei den Gewölben ſelbſt, von einer Stützlinie ſprechen, wenn man dieſelbe als Geſammtheit der Punkte erklärt, in welchen die einzelnen Querſchnitte der Widerlager, bezw. Pfeiler von den auf ſie wirkenden Mittelkräften geſchnitten werden. Alsdann gelten die in Art. 276 bis 279 (S. 290 bis 293) aufgeſtellten Sätze auch hier und können folgendermaſsen ausgeſprochen werden: Soll das Widerlager, bezw. der Pfeiler gegen Kanten, Zerdrücken und Gleiten ſtabil ſein, ſo muſs die Stützlinie ganz im Widerlager, bezw. Pfeiler liegen, darf die Mittelkraft an keiner Querſchnittsſtelle eine gröſsere Druckbeanſpruchung erzeugen, als der Bauſtoff geſtattet, und darf endlich der Winkel der Mittelkraft mit der Senkrechten zur Fuge an keiner Stelle gröſser ſein, als der Reibungswinkel.

1) Widerlager. Die vom Gewölbe auf ein Widerlager ausgeübte Kraft R iſt nach Gröſse und Richtung gleich dem Kämpferdruck, welcher auf das Gewölbe wirkt, dem Sinne nach demſelben entgegengeſetzt. Wenn R bekannt oder angenommen iſt, ſo kann die entſprechende Widerlager-Stützlinie leicht durch Zuſammenſetzung dieſer Kraft R mit den Widerlagerlaſten conſtruirt werden. Für R und H ſind aber nach Obigem nur gewiſſe Grenzen bekannt. Wenn nun das Widerlager für die Grenzwerthe von H ſtabil iſt, ſo offenbar auch für die Mittelwerthe. Iſt es alſo möglich, für den Maximal- und Minimalwerth von H je eine Widerlager-Stützlinie zu conſtruiren, welche obigen Bedingungen genügt, ſo iſt das Widerlager ſtabil. Da die Maximalwerthe von H nur in Folge künſtlicher Vergröſserung des Horizontalſchubes auftreten, ſo iſt es meiſtens ausreichend, den Nachweis unter Zugrundelegung eines mittleren Werthes von H zu führen, d. h. eines ſolchen Werthes, welcher einer mittleren Gewölbe-Stützlinie entſpricht.

Fig. 395.



Auf dem Wege der Rechnung kann man die Stabilität des Widerlagers folgendermaſsen unterſuchen. Man ſucht die Punkte, in welchen die Stützlinie die einzelnen Fugen ſchneidet, und ermittelt die in denſelben hervorgerufenen Druckſpannungen. Die Unterſuchung ſoll für die Fuge II (Fig. 395) gezeigt werden. Die Mittelkraft aller oberhalb von II wirkenden Kräfte ſchneide die Fuge im Punkte E; dann iſt E ein Punkt der Stützlinie. Die Lage von E iſt bekannt, wenn x, der Abſtand von der äuſseren Mauerkante, bekannt iſt. Auf das Widerlager wirken in A: der Kämpferdruck R, deſſen wagrechte, bezw. lothrechte Seitenkraft H, bezw. V iſt. Es iſt $H = \frac{G g}{h}$ und $V = G$. Auſser dieſen Kräften wirkt als belaſtend auf die Fuge II noch das Gewicht der Mauer, ſo weit ſie oberhalb II liegt, d. h. G_1. Die Mittelkraft von H, V $(= G)$ und G_1 iſt R', und dieſe Kraft geht durch E, hat alſo für den Drehpunkt E das ſtatiſche Moment Null. Demnach iſt auch die algebraiſche Summe der ſtatiſchen Momente der Einzelkräfte für E als Drehpunkt gleich Null, alſo

$$0 = G_1 (g' - x) + G (d - e - x) - H r ,$$

woraus

$$x = \frac{G_1 g' + G (d - e) - H r}{G + G_1}$$

folgt. Wenn ſich für x ein negativer Werth ergiebt, ſo bedeutet dies, daſs die

Kraft R' den Querfchnitt links von der Aufsenkante der Mauer fchneidet, dafs alfo Kanten eintreten mufs.

Die lothrechte Seitenkraft der Mittelkraft R' ift offenbar $P = G_1 + G$. Nachdem in E der Schnittpunkt der Mittelkraft mit der Fuge gefunden ift, kann man die gröfste in der Fuge durch diefe Belaftung erzeugte Druckfpannung ermitteln, wie in Art. 127 bis 130 (S. 112 bis 117) für verfchiedene Querfchnittsformen gezeigt ift. Wenn der Querfchnitt ein Rechteck von der Länge b (fenkrecht zur Bildfläche gemeffen) ift und die Kraftebene denfelben in der Hauptaxe fchneidet, fo ift für $x < \frac{d}{3}$

$$\sigma_{max} = \frac{2P}{3xb}.$$

x und b find in Centimetern, P in Kilogramm einzufetzen; alsdann erhält man σ_{max} in Kilogramm für das Quadr.-Centimeter. In ganz derfelben Weife kann man die Unterfuchung für eine Anzahl von Fugen führen.

2) Pfeiler. Die Stabilitätsunterfuchung eines zwifchen zwei Gewölben befindlichen Mittelpfeilers wird entfprechend vorgenommen.

Die Punkte E können auch leicht graphifch ermittelt werden, indem man R mit G_1 zu R' zufammenfetzt und in gleicher Weife weiter für die verfchiedenen Fugen verfährt.

---

3. Kapitel.

Kreuz- und Kuppelgewölbe.

a) Kreuzgewölbe.

284. Lagerfugen.

Die Einwölbung erfolgt beim Kreuzgewölbe bekanntlich entweder fo, dafs die Lagerfugen parallel zu den Längsaxen der einzelnen Kappen laufen, aus denen das Kreuzgewölbe befteht, oder fo, dafs fie im Grundrifs fenkrecht oder nahezu fenkrecht zu den Graten verlaufen. Das ftatifche Verhalten ift bei den beiden Anordnungen verfchieden.

285. Lagerfugen parallel zur Axe der Kappen.

1) Die Lagerfugen laufen zu den Längsaxen der Kappen parallel. Bei den hier vorzunehmenden Berechnungen foll die vereinfachende, genügend genaue Annahme einer über die Grundfläche gleichmäfsig vertheilten Belaftung q auf die Flächeneinheit gemacht werden. Für die Ermittelung der Seilcurve und damit auch des Horizontalfchubes werden ftets drei Punkte angenommen werden.

Der nachfolgenden Unterfuchung foll ein Kreuzgewölbe über rechteckigem Raume zu Grunde gelegt werden; die Anwendung für ein folches mit quadratifchem Grundriffe ift dann leicht.

Zerlegt man jede Kappe durch fenkrecht zur Längsaxe gelegte, lothrechte Ebenen in einzelne Streifen, welche im Grundrifs Paralleltrapeze bilden (Fig. 396), und betrachtet man zwei folche Streifen GE und EF, die fich im Punkte E des Grates treffen, fo ergeben fich die auf diefe Streifen in ihren Scheiteln übertragenen Horizontalfchübe folgendermafsen. Bezeichnet man die Pfeilhöhen der Seilcurven in den Streifen bezw. mit f_1 und f_2, die Horizontalfchübe mit bezw. dh_1 und dh_2, fo erhält man nach Fig. 396