Die Statik der Hochbau-Constructionen

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

a) Kreuzgewölbe

Kraft R' den Querfchnitt links von der Aufsenkante der Mauer fchneidet, dafs alfo Kanten eintreten mufs.

Die lothrechte Seitenkraft der Mittelkraft R' ift offenbar $P = G_1 + G$. Nachdem in E der Schnittpunkt der Mittelkraft mit der Fuge gefunden ift, kann man die gröfste in der Fuge durch diefe Belaftung erzeugte Druckfpannung ermitteln, wie in Art. 127 bis 130 (S. 112 bis 117) für verfchiedene Querfchnittsformen gezeigt ift. Wenn der Querfchnitt ein Rechteck von der Länge b (fenkrecht zur Bildfläche gemeffen) ift und die Kraftebene denfelben in der Hauptaxe fchneidet, fo ift für $x < \frac{d}{3}$

$$\sigma_{max} = \frac{2P}{3xb}.$$

x und b find in Centimetern, P in Kilogramm einzufetzen; alsdann erhält man σ_{max} in Kilogramm für das Quadr.-Centimeter. In ganz derfelben Weife kann man die Unterfuchung für eine Anzahl von Fugen führen.

2) Pfeiler. Die Stabilitätsunterfuchung eines zwifchen zwei Gewölben befindlichen Mittelpfeilers wird entfprechend vorgenommen.

Die Punkte E können auch leicht graphifch ermittelt werden, indem man R mit G_1 zu R' zufammenfetzt und in gleicher Weife weiter für die verfchiedenen Fugen verfährt.

3. Kapitel.

Kreuz- und Kuppelgewölbe.

a) Kreuzgewölbe.

284. Lagerfugen.

Die Einwölbung erfolgt beim Kreuzgewölbe bekanntlich entweder fo, dafs die Lagerfugen parallel zu den Längsaxen der einzelnen Kappen laufen, aus denen das Kreuzgewölbe befteht, oder fo, dafs fie im Grundrifs fenkrecht oder nahezu fenkrecht zu den Graten verlaufen. Das ftatifche Verhalten ift bei den beiden Anordnungen verfchieden.

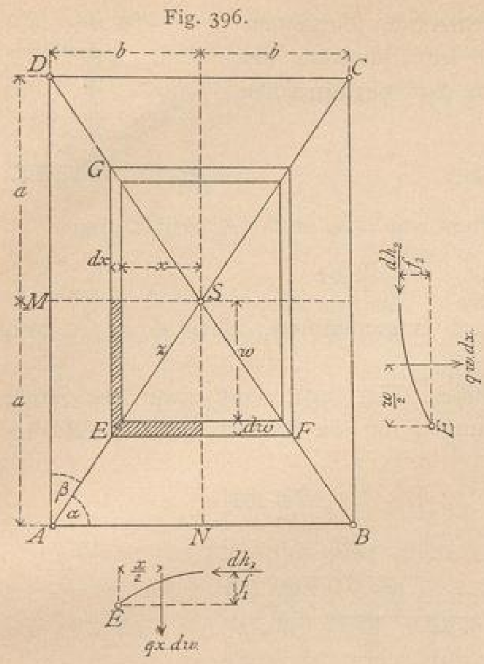
285. Lagerfugen parallel zur Axe der Kappen.

1) Die Lagerfugen laufen zu den Längsaxen der Kappen parallel. Bei den hier vorzunehmenden Berechnungen foll die vereinfachende, genügend genaue Annahme einer über die Grundfläche gleichmäfsig vertheilten Belaftung q auf die Flächeneinheit gemacht werden. Für die Ermittelung der Seilcurve und damit auch des Horizontalfchubes werden ftets drei Punkte angenommen werden.

Der nachfolgenden Unterfuchung foll ein Kreuzgewölbe über rechteckigem Raume zu Grunde gelegt werden; die Anwendung für ein folches mit quadratifchem Grundriffe ift dann leicht.

Zerlegt man jede Kappe durch fenkrecht zur Längsaxe gelegte, lothrechte Ebenen in einzelne Streifen, welche im Grundrifs Paralleltrapeze bilden (Fig. 396), und betrachtet man zwei folche Streifen GE und EF, die fich im Punkte E des Grates treffen, fo ergeben fich die auf diefe Streifen in ihren Scheiteln übertragenen Horizontalfchübe folgendermafsen. Bezeichnet man die Pfeilhöhen der Seilcurven in den Streifen bezw. mit f_1 und f_2, die Horizontalfchübe mit bezw. dh_1 und dh_2, fo erhält man nach Fig. 396

Fig. 396.



$$d\,h_1 = \frac{q\,x^2\,d\,w}{2\,f_1} \text{ und } d\,h_2 = \frac{q\,w^2\,d\,x}{2\,f_2} \quad 397.$$

Der Punkt E ist der gemeinsame Kämpferpunkt für die beiden Bogen GE und EF; die in diesem Punkte auf den Gratbogen von den beiden Bogen übertragenen Kräfte haben je eine wagrechte Seitenkraft, welche $d\,h_1$, bezw. $d\,h_2$ ist, und eine lothrechte Seitenkraft, deren Grössen

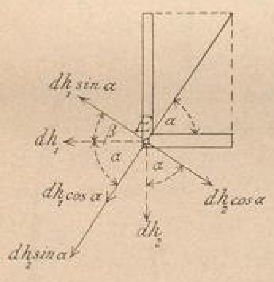
$$d\,v_1 = q\,x\,d\,w \quad \text{und} \quad d\,v_2 = q\,w\,d\,x$$

sind. Die lothrechten Seitenkräfte addiren sich einfach in E zu einer abwärts wirkenden Kraft:

$$\mathfrak{v} = q\,(x\,d\,w + w\,d\,x).$$

$\mathfrak{v}$ ist also gleich dem halben Gewichte der anschliessenden Streifen (gleich dem Gewichte der in Fig. 396 schraffirten Fläche). Die beiden wagrechten Kräfte zerlegen sich (Fig. 397) in je eine Seitenkraft, welche in die Richtung der Diagonalen $A\,C$ fällt, und in eine Seitenkraft senkrecht zur ersteren. Soll die Mittelkraft von $d\,h_1$ und $d\,h_2$ in die lothrechte, durch die Diagonale gelegte Ebene fallen, so müssen sich die zuletzt genannten Seitenkräfte $d\,h_1 \sin\alpha$ und $d\,h_2 \cos\alpha$ aufheben; somit muss

Fig. 397.



$$d\,h_1 \sin\alpha = d\,h_2 \cos\alpha$$

sein, daraus

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{d\,h_2}{d\,h_1} = \frac{w^2\,d\,x\,.\,f_1}{x^2\,d\,w\,.\,f_2}.$$

Nun ist

$$w = x \operatorname{tg}\alpha \quad \text{und} \quad d\,w = \operatorname{tg}\alpha\,d\,x,$$

daher

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{x^2 \operatorname{tg}^2\alpha\,.\,d\,x\,.\,f_1}{x^2 \operatorname{tg}\alpha\,.\,d\,x\,.\,f_2} = \operatorname{tg}\alpha\,\frac{f_1}{f_2}.$$

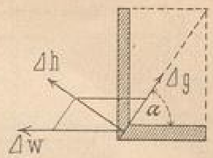
Damit obige Bedingung erfüllt sei, muss daher

$$\frac{f_1}{f_2} = 1, \quad \text{d. h.} \quad f_1 = f_2$$

sein. Soll also die Mittelkraft beider Horizontalkräfte im Grundriss in die Richtung der Diagonalen fallen, so sind für die Seilcurven der beiden zusammengehörigen Streifen gleiche Pfeilhöhen einzuführen.

Damit diese günstige Kräftewirkung möglich sei, müssen die zusammengehörigen Streifen annähernd gleiche Scheitelhöhen haben. Wenn die Scheitellinien $\overline{MS}$ und $\overline{SN}$ der Kappen (Fig. 396) wagrecht sind, so kann $f_1 = f_2$ sein; aber auch wenn $\overline{MS}$ nach einer geraden oder gekrümmten Linie ansteigt, ist es möglich und zweckmässig, der Linie $\overline{SN}$ die entsprechende Form zu geben, bei welcher die Werthe f_1 der einzelnen Streifen den Werthen f_2 nahezu gleich sind. Wenn die Bedingung $f_1 = f_2$ nicht erfüllt ist, wenn beispielsweise $d\,h_1 \sin\alpha > d\,h_2 \cos\alpha$ ist, so wirkt der Ueberschuss $\Delta\,h = d\,h_1 \sin\alpha - d\,h_2 \cos\alpha$ wie in Fig. 398 gezeichnet ist. $\Delta\,h$ zerlegt ſich in eine Seitenkraft Δg in der lothrechten Gratebene und eine Seitenkraft Δw, welche parallel der Längsaxe der Kappe ASD (Fig. 396) wirkt. Die Kräfte Δw beanſpruchen den Schildbogen AMD. Man erhält

Fig. 398.



$$\Delta w = \frac{\Delta h}{\sin \alpha} = d h_1 - \frac{d h_2}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

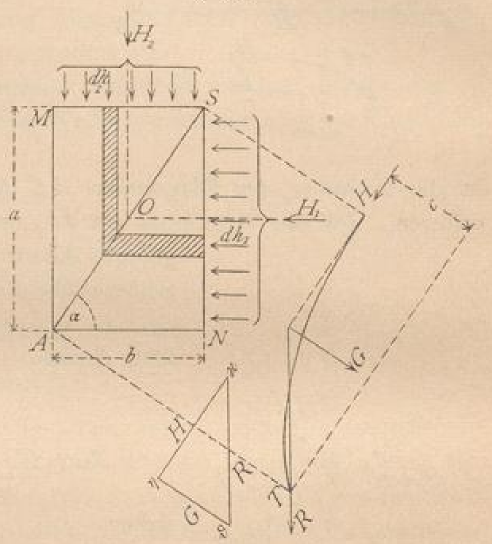
Mit den in Gleichung 397 gefundenen Werthen von $d h_1$ und $d h_2$ erhält man

$$\Delta w = \frac{q x^2}{2} \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}\right) d x.$$

Für die weiteren Unterſuchungen wird angenommen, daſs $f_1 = f_2$, alſo $\Delta w = 0$ ſei.

Betrachtet man ein Viertel des Gewölbes (Fig. 399), und zwar das Stück $MSNA$, ſo wirken auf daſſelbe die Belaſtung q für die Einheit der Grundfläche, alſo im Ganzen $G = q a b$ im Schwerpunkt O des Rechteckes $MSNA$; auſserdem wirken in den Scheiteln der einzelnen Gewölbeſtreifen die Kräfte $d h_1$, bezw. $d h_2$, endlich der Kämpferdruck auf den Gratbogen in A. Dieſe Kräfte müſſen den Gewölbetheil im Gleichgewicht halten. Die den einzelnen Streifen entſprechenden Seilcurven ſind, weil die Belaſtungen gleichmäſsig über die wagrechte Projection vertheilt ſind, Parabeln, und man kann annehmen, daſs ſich in allen Streifen desſelben Gewölbetheiles (ASB, bezw. ASD in Fig. 396) dieſelbe Seilcurve bildet. Dann iſt, wenn C_1 und C_2 noch zu beſtimmende Feſtwerthe ſind, bezw.

Fig. 399.



$$x^2 = C_1 f_1 \quad \text{und} \quad w^2 = C_2 f_2.$$

Werden dieſe Werthe in die Gleichung 397 eingeführt, ſo ergiebt ſich

$$d h_1 = \frac{q\, C_1\, d w}{2} \quad \text{und} \quad d h_2 = \frac{q\, C_2\, d x}{2} \quad \ldots\ldots \quad 398.$$

Die in den Scheiteln der Gewölbeſtreifen wirkenden Horizontalkräfte haben alſo auf die ganze Länge des Gewölbes für die Längeneinheit die gleiche Gröſse (ſind conſtant). Man erhält demnach die auf die geſammten Scheitelſtrecken SN, bezw. SM ausgeübten Horizontalkräfte zu

$$H_1 = \frac{q\, C_1\, a}{2} \quad \text{und} \quad H_2 = \frac{q\, C_2\, b}{2} \quad \ldots\ldots \quad 399.$$

Dieſe Mittelkräfte liegen in den Mitten der bezüglichen Scheitelſtrecken, weil alle Einzelkräfte gleich groſs ſind. Beide Kräfte H_1 und H_2 ſchneiden ſich in der Mitte der Diagonale AS, d. h. in der Lothrechten des Punktes O. Wird die Pfeilhöhe der Seilcurve im äuſserſten Gewölbeſtreifen (AB, bezw. AD) mit c bezeichnet, ſo iſt $b^2 = C_1 c$ und $a^2 = C_2 c$; hiernach wird

$$H_1 = \frac{q}{2} a \frac{b^2}{c} \quad \text{und} \quad H_2 = \frac{q}{2} b \frac{a^2}{c}.$$

H_1 und H_2 ſetzen ſich in ihrem Schnittpunkte zu einer Mittelkraft H zuſammen, welche im Grundriſs in die Richtung der Diagonalen AS fällt; dieſelbe iſt

$$H = H_1 \cos \alpha + H_2 \sin \alpha = \frac{q}{2c} ab (b \cos \alpha + a \sin \alpha).$$

Nun iſt $\cos \alpha = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ und $\sin \alpha = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$; mithin wird

$$H = \frac{q a b (b^2 + a^2)}{2c \sqrt{a^2 + a^2}} = \frac{q a b}{2c} \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Dieſe Kraft H vereinigt ſich in der Lothrechten des Punktes O mit dem Gewichte $G = qab$ zu der auf den Kämpfer wirkenden Mittelkraft. Damit iſt die auf einen jeden Eckpfeiler des reckteckigen Kreuzgewölbes wirkende Kraft gefunden; ſie hat eine wagrechte und eine lothrechte Seitenkraft, deren Gröſsen ſind:

$$H = \frac{q a b}{2c} \sqrt{a^2 + b^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 400.$$

$$V = q a b \quad \ldots\ldots\ldots \quad 401.$$

Wenn das Gewölbe quadratiſchen Grundriſs hat, ſo bleibt alles Vorſtehende giltig; nur iſt $b = a$ einzuführen, ſo daſs man erhält: Beim Kreuzgewölbe über quadratiſchem Raume mit einer Seitenlänge $2a$ iſt der Horizontalſchub am Grat

$$H = \frac{q a^3}{c \sqrt{2}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 402.$$

und die lothrechte auf jeden Pfeiler übertragene Kraft

$$V = q a^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 403.$$

Die graphiſche Ermittelung von H läuft auf die Zerlegung von $G = qab$ (bezw. qa^2) in die beiden Kräfte H und R hinaus. Iſt in Fig. 399: $G = \eta \vartheta$, ſo iſt $\varkappa \eta = H$ und $\vartheta \varkappa = R$.

286. Lagerfugen ſenkrecht zu den Graten.

2) Die Lagerfugen ſind im Grundriſs ſenkrecht zu den Graten. Der Unterſuchung wird wieder ein Gewölbe über rechteckigem Raume zu Grunde gelegt. Daſſelbe werde durch lothrechte Ebenen, welche im Grundriſs ſenkrecht zu den Graten gerichtet ſind, in Streifen zerlegt; dann beſteht jeder Streifen aus zwei Theilen, welche ſich im Grat treffen. Für jeden Theil ſtellt der Grat den einen Stützpunkt dar; die anderen Stützpunkte werden bei den innerhalb des Viereckes $LMNO$ (Fig. 400) liegenden Streifen durch die entſprechenden Streifen der benachbarten Gewölbeviertel gebildet, bei den auſserhalb dieſes Viereckes liegenden Streifen einerſeits durch die Streifen des benachbarten Gewölbeviertels, andererſeits oder beiderſeits durch die Gurtbogen AB, BC, CD, DA.

α) Es werde zuerſt ein Streifen FEG aus dem Viereck $LMNO$ betrachtet. Die Belaſtung für die Einheit der Grundfläche ſei wiederum q; alsdann iſt (Fig. 400)

$$d h_1 = \frac{q z_1^2 \, dw}{2 f_1} \quad \text{und} \quad d h_2 = \frac{q z_2^2 \, dw}{2 f_2}, \quad \ldots\ldots \quad 404.$$

wenn f_1 und f_2 die Pfeilhöhen der betreffenden Seilcurven ſind. Im Punkte E wird auf den Grat nur eine lothrechte Kraft übertragen, falls $dh_1 = dh_2$, d. h. wenn $\dfrac{f_2}{f_1} = \dfrac{z_2^2}{z_1^2}$ iſt. Nun iſt $z_2 = w \operatorname{tg} \alpha$ und $z_1 = \dfrac{w}{\operatorname{tg} \alpha}$; mithin iſt die Bedingung für $dh_1 = dh_2$:

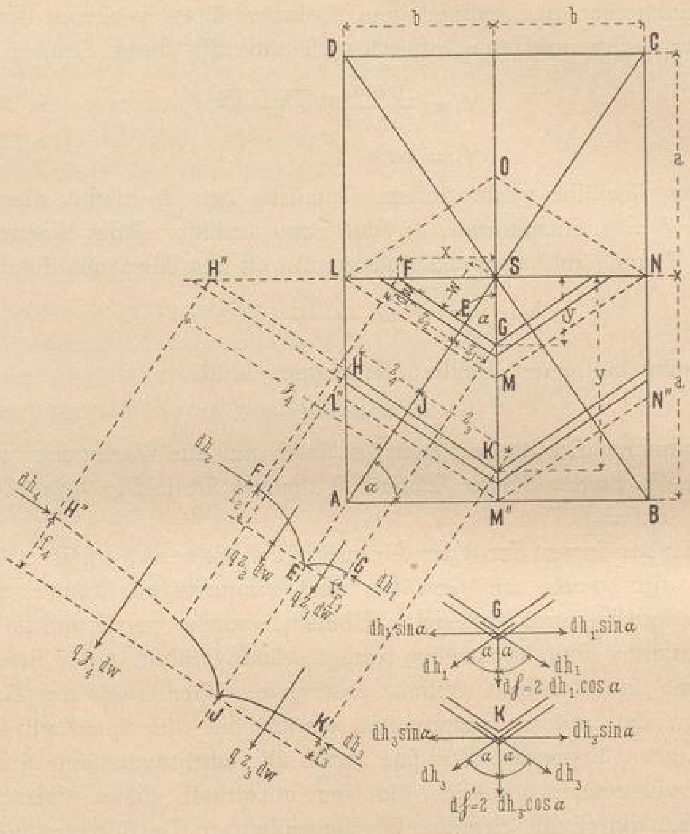
$$\frac{f_2}{f_1} = \operatorname{tg}^4 \alpha = \frac{a^4}{b^4}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad 405.$$

alsdann ift die im Punkte E auf den Gratbogen übertragene lothrechte Kraft $d\mathfrak{v}_1 = q\,dw\,(z_1 + z_2)$; diefelbe ift gleich dem Gewichte des Streifens FEG. Da aber $z_1 + z_2 = \frac{y}{\cos\alpha}$ ift, fo wird

$$d\mathfrak{v}_1 = \frac{q\,y\,dw}{\cos\alpha} = q\,y\,\mathrm{tg}\,\alpha\,dy \quad \ldots\ldots\ldots \quad 406.$$

Im Punkte G wirken die beiden wagrechten Kräfte dh_1 in den Richtungen der anfchliefsenden Streifen; fie zerlegen fich in je zwei Seitenkräfte, welche in der Längsrichtung der Kappe, bezw. fenkrecht zu diefer Richtung wirken. Die beiden

Fig. 400.



letzteren haben je die Gröfse $dh_1 \sin\alpha$ und heben einander auf; die beiden erfteren fetzen fich zu einer Kraft $d\mathfrak{h} = 2\,dh_1 \cos\alpha$ zufammen. Wird für dh_1 der obige Werth eingeführt und beachtet, dafs $w = z_1\,\mathrm{tg}\,\alpha$, alfo $dw = dz_1\,\mathrm{tg}\,\alpha$ ift, fo ergiebt fich

$$d\mathfrak{h} = \frac{q\,z_1^{\,2}\sin\alpha\,dz_1}{f_1}.$$

Unter gleichen Annahmen, wie in Art. 285 (S. 298), wird $z_1^{\,2} = C f_1$ und $d\mathfrak{h} = q\,C \sin\alpha\,dz_1$; ferner, weil $z_1 = y\cos\alpha$ und $dz_1 = \cos\alpha\,dy$ ift,

$$d\mathfrak{h} = q\,C \sin\alpha \cos\alpha\,dy.$$

Jeder Doppelftreifen EGE' innerhalb der Grenzen $x = 0$ bis $x = b$ übt eine wagrechte Kraft $d\mathfrak{h}$ auf den Scheitel des Gurtbogens aus.

β) Nunmehr werde ein Streifen HJK unterſucht, welcher auſserhalb des Viereckes $LMNO$ liegt, aber an der einen Seite ſich gegen den entſprechenden Streifen des benachbarten Gewölbevierecke lehnt (Fig. 400). Es kann angenommen werden, daſs die Seilcurve im Punkte K eine wagrechte Tangente hat; im Punkte H iſt dies nicht der Fall. Wir ergänzen das Stück JH des Streifens durch ein Stück, welches bis zur Verlängerung der Linie LN reicht, und nehmen an, daſs im Punkte H'' dieſes Streifens die Seilcurve eine wagrechte Tangente habe. Der Horizontalſchub im Streifen HJ iſt eben ſo groſs, wie im Streifen $H''J$. Werden die Pfeilhöhen der betreffenden Seilcurven mit f_3 und f_4 bezeichnet, ſo iſt

$$d h_3 = \frac{q\, d w\, z_3^2}{2 f_3} \quad \text{und} \quad d h_4 = \frac{q\, d w\, \mathfrak{z}_4^2}{2 f_4}.$$

Soll, wie oben, $d h_3 = d h_4$ ſein, ſo muſs

$$\frac{f_4}{f_3} = \frac{\mathfrak{z}_4^2}{z_3^2} = \operatorname{tg}^4 \alpha = \frac{a^4}{b^4}$$

ſein, d. h. die Pfeilhöhen müſſen im gleichen Verhältniſs zu einander ſtehen, wie oben unter α (Gleichung 405).

Im Punkte J wird auf den Grat eine lothrechte Belaſtung übertragen, welche dem Gewichte des ganzen Streifens $H''JK$ gleich iſt; denn der im Punkte H vom Gurtbogen auf den Streifen wirkende Gegendruck hat eine nach unten gerichtete lothrechte Seitenkraft, die dem Gewichte des Streifens HH'' gleich iſt.

Demnach wirkt in J als Belaſtung auf den Grat

$$d \mathfrak{v}_2 = q\, d w\, (z_3 + \mathfrak{z}_4) = q\, w\, d w \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \operatorname{tg} \alpha\right)$$

und, da $w = y \sin \alpha$, alſo $d w = \sin \alpha\, d y$ iſt,

$$d \mathfrak{v}_2 = q\, y \operatorname{tg} \alpha\, d y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 407.$$

Im Punkte K wirken zwei Kräfte $d h_3$, deren Mittelkraft ſich zu

$$d \mathfrak{h}' = 2 d h_3 \cos \alpha = \frac{q\, d w\, z_3^2}{f_3} \cos \alpha$$

ergiebt. Mit $w = z_3 \operatorname{tg} \alpha$, alſo $d w = \operatorname{tg} \alpha\, d z_3$ erhält man

$$d \mathfrak{h}' = \frac{q\, z_3^2}{f_3} \sin \alpha\, d z_3 .$$

Setzt man wiederum $z_3^2 = C f_3$, ſo wird

$$d \mathfrak{h}' = q\, C \sin \alpha\, d z_3$$

und, weil $z_3 = y \cos \alpha$ oder $d z_3 = d y \cos \alpha$ iſt,

$$d \mathfrak{h}' = q\, C \sin \alpha \cos \alpha\, d y.$$

Die Summe aller Kräfte $d \mathfrak{h}$ und $d \mathfrak{h}'$, welche von den Streifen bis $L'' M'' N''$ ausgeübt werden, iſt demnach

$$\mathfrak{H}_1 = q\, C a \sin \alpha \cos \alpha$$

und, weil $\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ und $\cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ iſt,

$$\mathfrak{H}_1 = \frac{q\, a^2 b\, C}{a^2 + b^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 408.$$

γ) Betrachtet man endlich einen Streifen $F'' E'' G''$, welcher ſich beiderſeits gegen die Gurtbogen ſtützt, ſo hat man hier beiderſeits ergänzende Gewölbeſtücke hinzuzufügen, welche bis zu den verlängerten Halbirungslinien des Gewölbes reichen.

Die beiden in E'' auf den Grat übertragenen wagrechten Kräfte find, wenn die obigen Bezeichnungen (mit Abänderung der Zeiger) beibehalten werden,

$$d\,h_5 = \frac{q\,d\,w\,\mathfrak{z}_5^{\,2}}{2\,f_5},$$

$$d\,h_6 = \frac{q\,d\,w\,\mathfrak{z}_6^{\,2}}{2\,f_6}.$$

Sollen fich wiederum die beiden wagrechten Kräfte in E'' aufheben, fo mufs

$$\frac{f_6}{f_5} = \frac{\mathfrak{z}_6^{\,2}}{\mathfrak{z}_5^{\,2}} = \operatorname{tg}^4\alpha = \frac{a^4}{b^4}$$

fein. Die in E'' auf den Grat übertragene lothrechte Laft ift alsdann (vergl. die Angaben unter β)

$$d\,\mathfrak{v}_3 = q\,d\,w\,(\mathfrak{z}_5 + \mathfrak{z}_6).$$

Nun ift

$$(\mathfrak{z}_5 + \mathfrak{z}_6) = \frac{y_5}{\cos\alpha}$$

und $d\,w = \sin\alpha\,d\,y$, alfo

$$d\,\mathfrak{v}_3 = \frac{q\,y_5}{\cos\alpha}\sin\alpha\,d\,y$$

$$= q\,y_5\,d\,y\,.\operatorname{tg}\alpha, \quad . \quad . \quad 409.$$

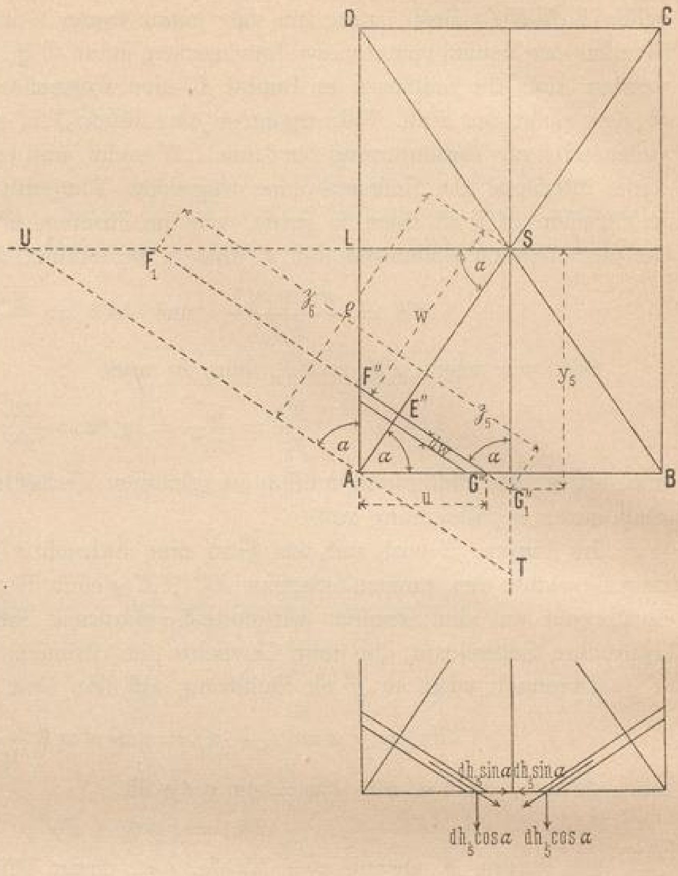


Fig. 401.

genau wie in den Formeln 406 u. 407.

Die im Punkte G'' auf den Gurtbogen ausgeübte Kraft $d\,h_5$ zerlegt fich in eine fenkrecht zum Gurtbogen gerichtete Seitenkraft $d\,h_5 \cos\alpha$ und eine folche, welche im Grundrifs in die Richtung des Gurtbogens fällt: $d\,h_5 \sin\alpha$. Letztere wird durch eine gleich grofse, entgegengefetzt gerichtete Seitenkraft im fymmetrifch zur Mitte liegenden Punkte aufgehoben; die erftere ift

$$d\,h_5 \cos\alpha = \frac{q\,d\,w\,\mathfrak{z}_5^{\,2}}{2\,f_5}\cos\alpha\,.$$

Setzt man wieder $\mathfrak{z}_5^{\,2} = C f_5$, fo wird

$$d\,h_5 \cos\alpha = \frac{q\,d\,w\,C}{2}\cos\alpha\,.$$

Nach Fig. 401 ift $\cos\alpha = \dfrac{\rho - w}{u}$, $w = \rho - u\cos\alpha$ und $d\,w = -\cos\alpha\,d\,u$,

alfo

$$d\,h_5 \cos\alpha = -\frac{q\,C}{2}\cos^2\alpha\,d\,u\,.$$

Die auf den Gurtbogen wirkende wagrechte Kraft ift alfo auf die ganze Grundrifslänge conftant, und zwar entfällt auf jede Hälfte b der Breite

$$-\int_b^0 \frac{q\,C}{2}\cos^2\alpha\,d\,u = \frac{q\,C}{2}\cos^2\alpha\,b\,.$$

Die gefammte auf den Gurtbogen übertragene, wagrechte Kraft ift demnach in der Axe des Gewölbes ASB (vergl. Gleichung 408)

$$\mathfrak{H}_1 = \frac{q\,a^2\,b\,C}{a^2 + b^2};$$

gleichmäfsig über die Grundrifslänge $2\,b$ vertheilt wirkt:

$$\mathfrak{H}_2 = \frac{q\,C\,b^3}{a^2 + b^2}.$$

Diefe Kräfte greifen in verfchiedenen Höhen an; die Lage von $\mathfrak{H}_2$ folgt aus den Höhen der Stellen, an welchen die einzelnen Gewölbeftreifen fich an den Gurtbogen fetzen. An diefen Stellen wirken aufser den wagrechten auch lothrechte Seitenkräfte nach aufwärts; diefelben find gleich den Gewichten der zu ergänzenden Gewölbeftreifen.

Die gefammte, normal gegen den Gurtbogen AB wirkende Horizontalkraft ift

$$\mathfrak{H}_1 + \mathfrak{H}_2 = \frac{q\,C\,b}{a^2 + b^2}\,(a^2 + b^2) = q\,C\,b,$$

$$(\mathfrak{H}_I) = q\,C\,b; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 410.$$

eben fo erhält man als gefammte Horizontalkraft, welche normal gegen den Gurtbogen AD wirkt,

$$(\mathfrak{H}_{II}) = q\,C\,a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 411.$$

Wird die Pfeilhöhe f_3 der Seilcurve, welche durch M'' gelegt ift, mit e bezeichnet, für welchen Streifen z_3 den Werth $a \cos \alpha$ annimmt, fo ergiebt fich

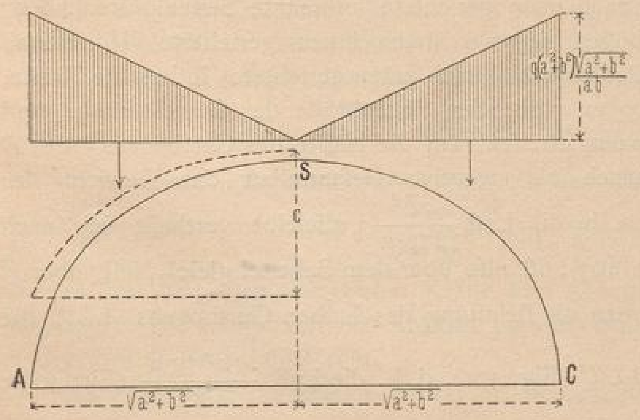
$$a^2 \cos^2\alpha = C\,e, \text{ d. h. } C = \frac{a^2\,b^2}{e\,(a^2 + b^2)}; \text{ fomit}$$

$$\left.\begin{aligned} (\mathfrak{H}_I) &= \frac{q\,a^2\,b^3}{e\,(a^2 + b^2)} \\ (\mathfrak{H}_{II}) &= \frac{q\,a^3\,b^2}{e\,(a^2 + b^2)} \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 412.$$

Die Kräfte $\mathfrak{H}$ werden entweder durch gleiche, entgegengefetzt gerichtete, vom Nachbargewölbe ausgehende Kräfte aufgehoben, oder fie werden von der Mauer aufgenommen, gegen welche fich das Gewölbe fetzt.

δ) Die Belaftung des Gratbogens ift nach Vorftehendem lothrecht; nach Gleichung 406, 407 u. 409 nimmt fie von der Mitte des Gewölbes von S bis zum Kämpfer des Gratbogens bei A entfprechend den Ordinaten einer Geraden zu. In allen drei oben betrachteten Abtheilungen ift fie auf die Grundrifslänge dw

Fig. 402.



$$d\mathfrak{v} = q\,dw\,\frac{y}{\cos\alpha};$$

demnach ift auf die Längeneinheit des Gratbogens im Grundrifs die Belaftung

$$\frac{d\mathfrak{v}}{dw} = \frac{q\,y}{\cos\alpha}.$$

y hat feinen gröfsten Werth für den Kämpferpunkt;

für dieſen Punkt iſt $y = \overline{ST} = a + \frac{b}{\operatorname{tg} \alpha} = a + \frac{b\,b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{a}$. An dieſer Stelle iſt die Einheitsbelaſtung $\frac{q\,(a^2 + b^2)}{a \cos \alpha} = \frac{q\,(a^2 + b^2)}{a\,b} \sqrt{a^2 + b^2}$.

Wird die Pfeilhöhe der Seilcurve im Gratbogen gleich c angenommen, ſo iſt der Horizontalſchub im Grat

$$R_h = \frac{q\,(a^2 + b^2) \sqrt{a^2 + b^2}}{a\,b\,c} \cdot \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{3},$$

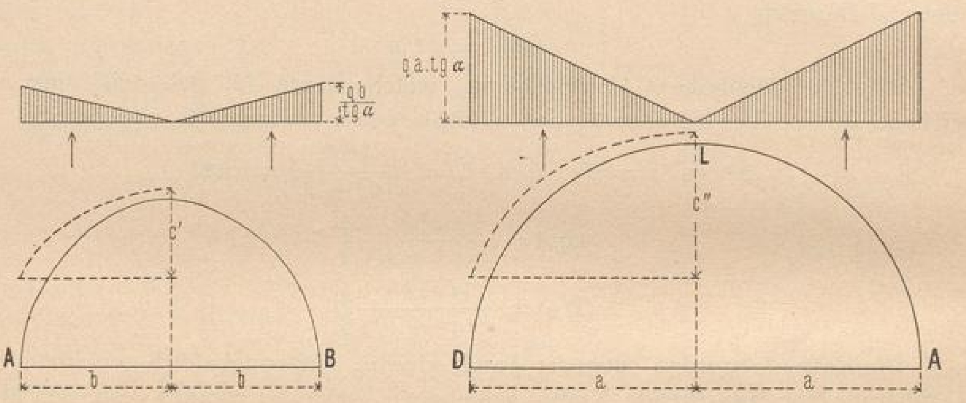
$$R_h = \frac{q\,(a^2 + b^2)^2 \sqrt{a^2 + b^2}}{6\,a\,b\,c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 413.$$

Die lothrechte Seitenkraft der vom Gratbogen auf den Eckpfeiler ausgeübten Kraft iſt

$$R_v = \frac{q\,(a^2 + b^2) \sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{a^2 + b^2}}{2\,a\,b} = \frac{q\,(a^2 + b^2)^2}{2\,a\,b} \quad . \quad . \quad . \quad 414.$$

ε) Standſicherheit der Eckpfeiler. Für die Unterſuchung der Standſicherheit der Eckpfeiler ſind weiter noch die Kräfte in das Auge zu faſſen, welche

Fig. 403.



von den Gurtbogen auf die Eckpfeiler übertragen werden; dieſelben ſollen nur ſo weit beſprochen werden, als ſie vom Kreuzgewölbe hervorgerufen werden; vom Eigengewicht der Gurtbogen kann hier abgeſehen werden.

Von den einzelnen Gewölbeſtreifen werden nach Vorſtehendem Kräfte auf die Gurtbogen übertragen, welche nach oben gerichtete lothrechte Seitenkräfte haben; dieſe letzteren rufen im Gurtbogen negative (nach innen gerichtete) Horizontalkräfte hervor, auſserdem im Pfeiler negative (nach unten gerichtete) lothrechte Kräfte. Die lothrechten, auf die Gurtbogen wirkenden Seitenkräfte der Gewölbſchübe ſind gleich den Gewichten der Ergänzungsſtreifen; auf die Hälfte des Gurtbogens $A\,M''B$ (Fig. 400 u. 401) wirkt demnach als negative Geſammtlaſt das Gewicht des Ergänzungsdreieckes $A\,M''T$, d. h. die Laſt $\frac{q\,b^2}{2 \operatorname{tg} \alpha}$; dieſelbe vertheilt ſich nach dem Geſetze des Dreieckes (Fig. 403), iſt alſo über dem Scheitel gleich Null, über A gleich $\frac{q\,b}{\operatorname{tg} \alpha}$. Eben ſo erhält man als Belaſtung des halben Gurtbogens $A\,L\,D$ die Laſt des Ergänzungsdreieckes $A\,L\,U$ (Fig. 401), d. h. die Laſt $\frac{q\,a^2 \operatorname{tg} \alpha}{2}$ (Fig. 403);

über A und D iſt die Belaſtung für die Längeneinheit gleich $q\,a\,\text{tg}\,\alpha$; über L iſt die Einheitsbelaſtung gleich Null. Fig. 403 zeigt die Belaſtung. Demnach entfällt auf den Eckpfeiler A die negative Zuſatzlaſt $\Delta R_v = -\left(\frac{q\,b^2}{2\,\text{tg}\,\alpha} + \frac{q\,a^2\,\text{tg}\,\alpha}{2}\right)$ und mit $\text{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$

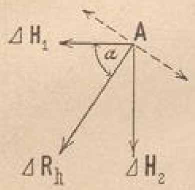
$$\Delta R_v = -\frac{q}{2\,a\,b}(a^4 + b^4) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 415.$$

Die in Fig. 403 angegebenen Belaſtungen erzeugen in den Gurtbogen die Horizontalſchübe

$$\Delta H_1 = -\frac{q\,b^2\,b}{2\,\text{tg}\,\alpha\,.\,3\,c'} \quad \text{und} \quad \Delta H_2 = -\frac{q\,a^2\,\text{tg}\,\alpha\,.\,a}{2\,.\,3\,c''},$$

welche ſich zu einer in der Richtung des Grates wirkenden Mittelkraft ΔR_h vereinen. Es iſt

Fig. 404.



$$\Delta R_h = -(\Delta H_1 \cos\alpha + \Delta H_2 \sin\alpha),$$

$$\Delta R_h = -\frac{q}{6}\left(\frac{b^3 \cos^2\alpha}{c' \sin\alpha} + \frac{a^3 \sin^2\alpha}{c'' \cos\alpha}\right) \quad . \; . \; . \quad 416.$$

Für $c' = c'' = c$ wird

$$\Delta R_h = -\frac{q\,(a^6 + b^6)}{6\,a\,b\,c\sqrt{a^2 + b^2}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 417.$$

Vereinigt man die für ΔR_v und ΔR_h gefundenen Werthe mit den Werthen derjenigen Kräfte, welche vom Grat auf den Eckpfeiler übertragen werden, d. h. mit den Ausdrücken der Gleichungen 413 u. 414, ſo erhält man, wenn man

$$R_h + \Delta R_h = H \quad \text{und} \quad R_v + \Delta R_v = V$$

ſetzt,

$$H = \frac{q\,(a^2 + b^2)^2}{6\,a\,b\,c}\sqrt{a^2 + b^2} - \frac{q}{6\,a\,b\,c\sqrt{a^2 + b^2}}\left(\frac{b^6}{c'} + \frac{a^6}{c''}\right) \quad . \quad 418.$$

Für $c' = c'' = c$ ergiebt ſich

$$H = \frac{q\,a\,b}{2\,c}\sqrt{a^2 + b^2}; \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 419.$$

ferner

$$V = \frac{q}{2\,a\,b}(a^2 + b^2)^2 - \frac{q}{2\,a\,b}(a^4 + b^4);$$

mit einfachen Umformungen erhält man

$$V = q\,a\,b \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 420.$$

Die auf den Eckpfeiler Seitens des Kreuzgewölbes ausgeübte Kraft hat alſo, falls man $c' = c'' = c$ ſetzen kann, als Seitenkräfte

für das Kreuzgewölbe über rechteckigem Raume:

$$H = \frac{q\,a\,b}{2\,c}\sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{und} \quad V = q\,a\,b;$$

für das Kreuzgewölbe über quadratiſchem Raume:

$$H = \frac{q\,a^3}{c\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad V = q\,a^2.$$

Die auf die Eckpfeiler ausgeübten Kräfte ſind alſo genau gleich groſs, mögen die Lagerfugen den Längsaxen der Kappen parallel laufen oder im Grundriſs ſenkrecht zu den Graten angeordnet ſein.

Man nehme H im inneren Drittel der Scheitelfuge des Gratbogens wirkend an.