Sammlung algebraischer Aufgaben für gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer Abhandlung über das Stabrechnen

Allgemeine Potenzen und Logarithmen; Gleichungen (2. Teil); Verhältnisse und Proportionen (2. Teil); vollständige quadratische Gleichungen

Burg, Robert

Frankfurt a.M., 1903

urn:nbn:de:hbz:466:1-78556

Sammlung algebraischer Aufgaben

für

gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer

Abhandlung über das Stabrechnen.

Im Auftrage des Schulvorstandes
der städtischen gewerblichen Fortbildungsschule zu Frankfurt a. M.

verfaßt von

Dr. Robert Burg,
Oberlehrer.

Drittes Heft.

Allgemeine Potenzen und Logarithmen; Gleichungen (2. Teil); Verhältnisse und Proportionen (2. Teil); vollständige quadratische Gleichungen.

Frankfurt a. M.
Verlag von Franz Benjamin Auffarth.
1903.

Vorbemerkungen zum dritten Heft.

Das vorliegende dritte Heft benutzt in den Textaufgaben das ganze Gebiet der Planimetrie und aus der Physik die Experimentalmechanik und die Lehre von Wärme, Schall und Licht. In der Mechanik wurde für vertikale Kräfte, ihre Hebelarme und Drehmomente die Unterscheidung zwischen positiver und negativer Zählung, sowie — als neue Beispiele für gebrochene Benennungen — die Begriffe des Effektes und der Beschleunigung eingeführt.

Die Fortsetzung der bereits früher behandelten Gleichungsarten wurde mit den Gleichungen ersten Grades mit drei Unbekannten und den reinen Gleichungen dritten und vierten Grades zu einem Abschnitt (XVI.) vereinigt unter gleichzeitiger Einführung der Potenzierungsschritte. Die Textaufgaben dieses Abschnittes wurden nach ihrer Schwierigkeit in zwei Paragraphen (§ 5 und § 6) getrennt und innerhalb eines jeden Paragraphen nach dem stofflichen Inhalt geordnet. Da bei der Durchnahme dieser Textaufgaben eine Wiederholung von früheren, stofflich gleichartigen Aufgaben erwünscht sein dürfte, so dürfte eine Anordnung der wichtigsten Textaufgaben der drei ersten Hefte nach ihrem stofflichen Inhalt (siehe 3. Seite des Umschlages) am Platze sein.

Der Abschnitt XVII. Verhältnisse und Proportionen (zweiter Teil) bildet im wesentlichen nur eine Fortsetzung des Abschnittes XII. des zweiten Heftes; die für den Techniker so wichtige Lehre von der Proportionalität von Größenarten mußte mit Rücksicht auf die begrifflichen Schwierigkeiten für das vierte Heft zurückgestellt werden.

Was endlich die vollständigen quadratischen Gleichungen betrifft, so wurde der Anordnung derselben die Normalform:

$$ax^2 + 2bx = c$$

zu Grunde gelegt. Daneben wurde jedoch, soweit es möglich war, auf den nach Ansicht des Verfassers durchaus berechtigten Standpunkt Rücksicht genommen, daß für den Techniker der Verzicht auf jede Normalform empfehlenswert sei, damit er nicht im gegebenen Augenblick auf die unsichere Hilfe seines Gedächtnisses angewiesen sei.

Robert Burg.

Übersicht der Textaufgaben der ersten drei Hefte.

Abschnitt:	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XVI.	XVII.	XVIII.
Kräfte mit dems. Angriffspunkt; einf. Maschinen.	43—45. 60. 67.		17.	9. 22.	38.				259.				89. 90.	77. 123.	1—3. 5—13.	
Drehmoment; Hebel; Schwerpunkt.	41. 61. 66. 99. 100.	79.	15.	10. 12.	30. 32—34. 36. 37. 114. 118.			68. 69.	88. 89. 220—222. 332—336.	55.	53—55.		69—82.	86.95—107. 151—158.	27—29. 34.	126. 127.
Bewegungslehre.	62. 74.			21.				87—89.	78. 79. 95. 96. 151—154. 160. 287. 347.		40.		91—95.	79—82. 87—94. 145—148. 150.		63.
Arbeit; Effekt; Wirkungsgrad.	42. 69. 75.			11.					84.				83—88.	83—85. 149.	1—4. 10. 11. 13.	
Zahnrad; Riemenscheibe.	72.				23. 24. 29. 31. 55. 114. 118.				85.		35. 36. 37. 56—63. 76.			78.	30—33. 36.	
Prozent; Zins; Rabatt; Diskonto; Feingehalt.	76. 77. 96. 97.				120. 121. 138. 171. 172.			74—86.	80—83. 90. 94. 131—139. 145—150. 215. 223. 288. 341—346.	49. 50.	22. 68—72. 74. 77.			108—110. 115. 159—161.	24. 44—47. 56. 57. 63. 64.	
Geometrie.	34—40.48—54.63.65.70. 73. 74. 84—89. 91—95. 98. 101.	15—17. 32. 80.	8. 12—14. 16. 75. 107.	8.	25—28. 77. 78. 80—85. 112. 113. 115. 116. 119. 154—157.		45—49.		91. 140. 151. 212. 225.	27. 51. 54. 56 57.	6. 7. 17. 19. 20. 21. 27. 28. 35. 41. 44. 53. 73. 78.	4. 6. 87. 88. 123—130.	14. 24. 60—66.	124—132. 135—141. 172—189.	26. 35. 37. 51. 52. 58. 59. 61. 66—69.73—75. 78—84.	36. 37. 62. 128—133.
Trägheitsmoment.	46. 47.	31.			139. 154.				141.		19.			133. 134.	23.	
Relatives und spezifisches Gewicht.						11—38.		70. 73.	156—159. 161. 224. 337—340.	52.	9. 27. 38. 48. 53.			111—115. 135. 143. 162—168.	16—19. 24. 43. 49. 50.	6.
Flüssigkeits- und Gasdruck.						39—42.		71. 72.	92. 97.		38. 39. 46.			95.	34.	
Wärme.	57.			23. 41.							34. 49. 50.		67.96—102.	116—122. 169—171.		

Druck von Aug. Weisbrod in Frankfurt a. M.

Sammlung algebraischer Aufgaben

für

gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer

Abhandlung über das Stabrechnen.

Im Auftrage des Schulvorstandes
der städtischen gewerblichen Fortbildungsschule zu Frankfurt a. M.
verfaßt von

Dr. Robert Burg,
Oberlehrer.

Drittes Heft.

Allgemeine Potenzen und Logarithmen; Gleichungen (2. Teil); Verhältnisse und Proportionen (2. Teil); vollständige quadratische Gleichungen.

Frankfurt a. M.
Verlag von Franz Benjamin Auffarth.
1903.

XIV. Wiederholung und Erweiterung.

§ 1.

1—8. Verwandle durch Ausmultiplizieren:

1. *a)* $(a+b)(b+c)(c+a)$; *b)* $(n-1)(n+2)(n-3)$.
2. *a)* $(n+1)(n-2)(n+3)-(n-1)(n+2)(n-3)$; *b)* $(a^2+2a)^3$.
3. *a)* $(x-4)^2+(x+3)(x+2)-(x-1)^2$; *b)* $(n^2-n+1)^2$.
4. $(a+b)(b+c)-(a+d)(d+c)+(a+c)(d-b)$.

	a)	*b)*
5.	$(1+2a+3a^2+4a^3)(1-a)$	$(1+a+a^2+a^3+5a^4)(1-a)$
6.	$(1+a+a^2+a^3-5a^4)(1-a)$	$(1+3x+9x^2)(3x-1)$
7.	$(1+2a+3a^2)(1-a)^2$	$(1-2x+3x^2-4x^3)^2$

8. *a)* $(a+b-c)^3$; *b)* $(1+x-x^2)^3$; *c)* $(a-1)^6$.

9—13. Verwandle in die Differenz zweier Quadrate:

	a)	*b)*
9.	$(x+y+3u)(x+y-3u)$	$(a+b+c)(a-b-c)$
10.	$(4a+3b-2c)(2c-4a+3b)$	$(a+b-c-d)(a-b-c+d)$

11. *a)* $(x+17)(x-3)$; *b)* $a(a+2b)$; *c)* $(3a+5b)(a+b)$.
12. *a)* $(13a+7b)(3a-b)$; *b)* $[(u+v)^2+w^2]\cdot[(u-v)^2-w^2]$.
13. $(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)$.
14. Beweise, daß für das rechtwinklige Dreieck $(s-a)(s-b)=s\cdot(s-c)$ ist.

15—23. Verwandle in ein Produkt resp. eine Potenz:

15.	*a)* $25x^2+70ux+49u^2$	*b)* $(a-b)^2-(c+d)^2$
16.	*a)* $c^2-a^2-b^2-2ab$	*b)* $c^2-a^2-b^2+2ab$
17.	*a)* $a^2(b+c)^2+(a^2-bc)^2$	*b)* $(a^2b+b^2c)^2-(a^2c+b^3)^2$

18. *a)* $(u+1)^3+(u+2)^3-(u+3)^3+18$; *b)* $(a+1)^2-100$.

19.	*a)* $(a+b)^4-(a^2+b^2)^2$	*b)* $(a+b+c)^3+(a+b-c)^3$
20.	*a)* $nm(a^2-b^2)+ab(m^2-n^2)$	*b)* x^4-81
21.	*a)* $80x^2-21x-59$	*b)* $15x^3y^5+27x^4y^4-6x^5y^3$

22.	*a)* a^2-a-2	*b)* $1+x-2x^2$	*c)* n^3-2n-1
23.	*a)* $a^5-a^3+a^2-1$	*b)* $1-3x^2+2x^3$	*c)* $3n^4-4n^3+1$.

24. Wie groß (F) ist der Inhalt eines Kreisringes, dessen mittlerer Durchmesser d_m und dessen Dicke δ ist?

25—29. Vereinfache:

25. *a)* $(x^2+u^2)(y^2+u^2)-(u^2-xy)^2$; *b)* $(au^2+v^2)(a+1)-(au+v)^2$.

26. $a(a-b-c)+b(b-c-a)+c(c-a-b)+(a+b+c)^2$.

27. $(a+b+c)^2+(a+b-c)^2-(a-b+c)^2-(b-a+c)^2$.

28. $(a+b+c)(a+b-c)+(b+c-a)(c+a-b)$.

29. $(a+b+c)^3-(a^3+b^3+c^3)$. (Aufg. *1a.*)

§ 2.

30. Was versteht man unter: $a > b$ und unter: $a < b$?

31. Wie nennt man die Zahlen, welche < 0 sind?

32. Wie nennt man die positiven Brüche, deren Wert < 1 ist, wie diejenigen, deren Wert > 1 ist?

33. Unter welchen Bedingungen ist das Produkt zweier Größen > 0, < 0 oder $= 0$?

34. Unter welchen Bedingungen ist der Quotient zweier Größen > 0, < 0 oder $= 0$?

35. Verbinde die beiden Größen der nachfolgenden Größenpaare durch das Zeichen $>$ oder $<$:

a) $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$; *b)* $\frac{4}{5}$ und $\frac{5}{6}$; *c)* $4\frac{1}{3}$ und $\frac{30}{7}$;
d) (-1) und (-2); *e)* $(-3)^2$ und 2^2; *f)* $(-3)^3$ und 2^3;
g) $(a+\frac{1}{2})$ und a; *h)* $(-0{,}01)$ und $(-0{,}1)^3$.

36. Wie verändert sich der Wert eines Produktes aus 2 Faktoren, wenn man eine beliebige positive Größe δ zum größeren Faktor addiert und vom kleineren Faktor subtrahiert?

37. Wie verändert sich der Wert eines positiven, echten Bruches, wenn man zum Zähler und Nenner dieselbe positive Größe δ addiert?

38. Was versteht man unter a : Null?

§ 3.

39—42. Berechne:

39. *a)* $(\sqrt{5}+3\sqrt{7})(\sqrt{7}+3\sqrt{5})$; *b)* $(2-\sqrt{11})(\sqrt{11}-7)$.

40. *a)* $(13+5\sqrt{3})^2$; *b)* $(1-\sqrt{2})^2$; *c)* $(4-\sqrt{5})^3$.

41. *a)* $\sqrt{8-3\sqrt{5}}\cdot\sqrt{3+\sqrt{5}}$; *b)* $\sqrt{6-\sqrt{30}}\cdot\sqrt{5+\sqrt{30}}$.

42. *a)* $\left(\sqrt{11}+\sqrt{13-2\sqrt{11}}\right)^2$; *b)* $\left(\sqrt{7+2\sqrt{6}}-\sqrt{7-2\sqrt{6}}\right)^2$.

43—44. Vereinige unter einem Wurzelzeichen:

43. a) $13+\sqrt{7}$; *b)* $\sqrt{5}-2$; *c)* $\sqrt{6}-\sqrt{2}$; *d)* $3\sqrt{5}+5\sqrt{3}$.

44. a) $\sqrt{u+v}-\sqrt{u-v}$; *b)* $\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}$.

45—46. Berechne:

45. a) $\sqrt{3+2\sqrt{5}}\ (2+\sqrt{5})$; *b)* $\sqrt{7-2\sqrt{6}}\,(2\sqrt{3}-\sqrt{2})$.

46. $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}+1)\ \sqrt{12-8\sqrt{2}-6\sqrt{3}+4\sqrt{6}}$.

47—50. Verwandle, so daß der Divisor wurzelfrei wird:

47. a) $\sqrt{\frac{1}{a^3}}$; *b)* $\sqrt[3]{\frac{1}{18}}$; *c)* $\frac{\sqrt{a}}{b+c\sqrt{a}}$; *d)* $\sqrt{\frac{a}{b}}-\sqrt{\frac{b}{a}}$.

48. a) $\frac{10\sqrt{3}-3\sqrt{10}}{\sqrt{15}}$; *b)* $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$; *c)* $\frac{2(a-d)\sqrt{bc}+(4c-b)\sqrt{ad}}{\sqrt{ab}+2\sqrt{cd}}$.

49. a) $\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{3-\sqrt{5}}$; *b)* $\frac{17\sqrt{5}+15\sqrt{6}}{4+\sqrt{5}-\sqrt{6}}$; *c)* $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2+\sqrt{2-\sqrt{3}}}$.

50. a) $\frac{5-\sqrt{7}}{3+\sqrt{5+\sqrt{7}}}$; *b)* $\frac{\sqrt{3-\sqrt{5}+\sqrt{5}}}{\sqrt{3+\sqrt{5}-\sqrt{5}}}$; *c)* $\frac{12\sqrt{11}}{\sqrt{22}+3\sqrt{2}+2\sqrt{10}}$.

51—53. Vereinfache resp. berechne:

51. a) $(\sqrt{a})^5+2b(\sqrt{a})^3+\sqrt{ab^4}$; *b)* $\sqrt[3]{(x^3+3x^2y+3xy^2+y^3)^2}$.

52. a) $(\sqrt[3]{32}+\sqrt[3]{500}-\sqrt[3]{108})\cdot\sqrt[3]{2}$; *b)* $\sqrt[5]{25a^2}\cdot\sqrt[5]{125a}\cdot\sqrt[5]{32a^2}$.

53. a) $\sqrt[4]{9}$; *b)* $\sqrt[3]{\sqrt{27}}$; *c)* $\sqrt[4]{4000}:\sqrt[4]{250}$; *d)* $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{3}$.

54. Beweise, daß $\sqrt[2]{a^2}$ nicht nur $=+a$, sondern auch $=-a$ ist.

55. Gib die beiden Werte an für:

a) $\sqrt{25}$; *b)* $\sqrt{0{,}04}$; *c)* $\sqrt{a^2-2ab+b^2}$; *d)* $\sqrt{u^2+2uv+v^2}$;
e) $7+\sqrt{121}$; *f)* $15-\sqrt{34{,}81}$; *g)* $2a-\sqrt{a^2+4ab+4b^2}$.

56. Wie bezeichnet man gewöhnlich den negativen Wert von $\sqrt{x}$?

57—59. Berechne mit Hilfe der Tabelle:

57. a) $4\pm\sqrt{3}$; *b)* $(6\pm\sqrt{7})\,(1\pm\sqrt{7})$; *c)* $(8\pm\sqrt{10})^2$.

58. *a)* $(5 \pm 3\sqrt{2})\,(7 \mp 2\sqrt{2})$; *b)* $(4 \pm \sqrt{11})\,(4 \mp \sqrt{11})$.

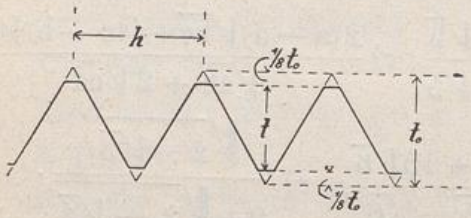
59. *a)* $7 \pm 3\sqrt{5} \mp 5\sqrt{3}$; *b)* $(1 \pm \sqrt{2})^3$; *c)* $(5 \mp 2\sqrt{3})^3$.

§ 4.

60. An einen Kreis vom Radius r sind 2 Tangenten gezogen, die miteinander einen Winkel von 45^0 bilden. Wie groß ist die Tangentenlänge? Anl. Verlängere den Berührungsradius einer Tangente bis zum Schnitt mit der anderen Tangente.

61. In einem Würfel von der Kantenlänge a sind zwei gegenüberliegende Eckpunkte verbunden. Wie groß ist diese Verbindungslinie?

62. Bei dem amerikanischen Gewindesystem (Sellers) ist der Schnitt des Gewindes ein gleichseitiges Dreieck, dessen Höhe beiderseits um ein Achtel vermindert ist. Wie groß ist die Gewindetiefe t, wenn die Ganghöhe h ist?



63. Die Seite des in einen Kreise eingeschriebenen regelmäßigen Siebenecks ist annähernd gleich der Hälfte der Seite des eingeschriebenen gleichseitigen Dreiecks. Wie groß ist hiernach näherungsweise der Umfang des Siebenecks, wenn der Kreisradius r ist?

64. Wie groß (F) ist der Inhalt eines Rhombus', dessen eine Diagonale gleich der Rhombusseite a ist?

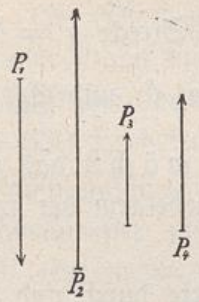
65. In einem rechtwinkligen Dreieck ist $\sphericalangle \alpha = 30^0$ und die Kathete a gegeben. Wie groß ist die Hypotenuse c und die Kathete b?

66. Wie groß muß die Seite eines gleichseitigen Dreiecks sein, dessen Höhe h sein soll?

§ 5.

67. An fünf aufeinander folgenden Wintertagen beobachtet man an einem Orte die mittleren Temperaturen $t_1 = +1{,}5^0$ C, $t_2 = +0{,}5^0$ C, $t_3 = -1{,}7^0$ C, $t_4 = -6{,}7^0$ C und $t_5 = +0{,}4^0$ C. Wie groß (t_m) ist die mittlere Temperatur dieses fünftägigen Zeitraumes?

68. Wie nennt man eine Summe von Größen, für welche man positive und negative Zählung festgesetzt hat?

69. 

Nach unten wirkende Vertikalkräfte werden positiv, nach oben wirkende negativ gezählt. Wie groß sind die nebenstehend im Kräftemaßstab: 10 *kg* = 1 *mm* gezeichneten Kräfte und wie groß ist ihre resultierende Kraft R?

70. Zeichne die Vertikalkräfte $P_1 = +470$ *kg*, $P_2 = -30$ *kg*, $P_3 = -750$ *kg* und $P_4 = +120$ *kg* im Kräftemaßstab: 10 *kg* = 1 *mm* und berechne ihre resultierende Kraft R.
a) $P_1 = -90$ *kg*; $P_2 = -330$ *kg*; $P_3 = +280$ *kg*; $P_4 = +40$ *kg*.

71. Rechtsdrehende Momente werden positiv, linksdrehende negativ gezählt. In welchem Drehungssinn bewegt sich der Uhrzeiger? In welchem Drehungssinn wird eine gewöhnliche Schraube beim Einschrauben, in welchem Drehungssinn beim Losschrauben gedreht?

72. An einem drehbaren Körper wirken die Momente $M_1 = +583$ *kgcm*, $M_2 = -936$ *kgcm* und $M_3 = +498$ *kgcm*. Wie groß ist ihr resultierendes Moment M?
a) $M_1 = -7693$ *kgcm*; $M_2 = +5877$ *kgcm*; $M_3 = +18{,}16$ *kgm*.
b) $M_1 = +5803$ *kgcm*; $M_2 = -892{,}2$ *kgdm*; $M_3 = +20{,}56$ *kgm*.

73. Wie muß man den Hebelarm a einer Vertikalkraft P zählen, welche *a)* rechts / *b)* links vom Drehpunkt wirkt, damit die Gleichung $M = P \cdot a$ auch mit Rücksicht auf das Vorzeichen gilt?

74. An einem drehbaren Körper wirken 4 Vertikalkräfte: $P_1 = +820$ *kg* am Hebelarm $a_1 = -18$ *cm*, $P_2 = -735$ *kg* am Hebelarm $a_2 = -12$ *cm*, $P_3 = +815$ *kg* am Hebelarm $a_3 = +16$ *cm* und $P_4 = -500$ *kg* am Hebelarm $a_4 = +19$ *cm*. Wie groß sind die einzelnen Momente M_1, M_2, M_3 und M_4? Wie groß ist das resultierende Moment M? (Zeichnung!)

75. Wie groß ist in der vorigen Aufgabe die resultierende Kraft R und an welchem Hebelarm (x) muß dieselbe wirken (um dasselbe Moment hervorzubringen wie die gegebenen Kräfte zusammen)?

76. Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit mehrere Vertikalkräfte sich im Gleichgewicht halten?

77. In Aufg. 74 wird der Drehpunkt um die Strecke v = 14 *cm* nach *a)* links / *b)* rechts verschoben; um wieviel (δ_1, δ_2, δ_3 und δ_4) wachsen die einzelnen Momente? Um wieviel (δ) wächst das resultierende Moment? Um wieviel (w) wächst der Hebelarm der resultierenden Kraft?

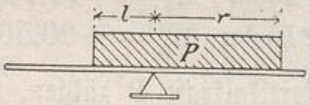
78. Führe die vorige Aufgabe ohne Zahlenwerte durch und beweise den Satz: „Um für mehrere Vertikalkräfte die Lage der resultierenden Kraft R zu finden, ist es gleichgiltig, wo man den Drehpunkt annimmt."

79. Was versteht man unter dem Schwerpunkt S *a)* eines Linienzuges; *b)* einer Fläche?

80. Wo liegt der Schwerpunkt S *a)* einer Strecke; *b)* eines Rechtecks; *c)* eines Kreises; *d)* einer Ellipse; *e)* eines I Profils; *f)* eines Parallelogrammes; *g)* eines Dreiecks?

81. Auf der einen Seite eines Hebels liegt eine gleichmäßig verteilte Last P. Wie findet man das Drehmoment derselben?

82. Auf einem Hebel liegt eine gleichmäßig verteilte Last P, welche links vom Drehpunkt die Strecke l und rechts vom Drehpunkt die Strecke r bedeckt. Beweise, daß man das richtige Moment erhält, wenn man die ganze Last P in ihrem Mittelpunkt vereinigt denkt. (Aufg. 81.)



§ 6.

83. Wie groß (E) ist der Effekt einer Kraft, welche in t = 13 *Sek.* die Arbeit A = 2925 *kgm* leistet? Anl. E = A : t.

84. Ein Arbeiter dreht die 35 *cm* lange Kurbel einer Seiltrommel mit einem mittleren Kraftaufwand von 15 *kg* 12 mal pro *Min.* herum. Wie groß (E) ist sein Effekt?

85. Wie groß (E) ist der Effekt einer Kraft P, welche einen Körper mit der Geschwindigkeit c gleichförmig bewegt?

86. Wieviel (N) Pferdestärken hat eine Maschine, welche pro *Min.* 13 500 *kgm* Arbeit leistet?
Anl. 1 Pferdestärke (1 P. S. oder 1 HP.) = 75 *kgm* pro *Sek.*

87. Wieviel (N) Pferdestärken braucht eine Lokomotive, um sich auf horizontaler Bahn mit der Geschwindigkeit $c = 80$ *km* pro Stunde gleichmäßig fortzubewegen, wenn Reibung und Luftwiderstand zusammen 630 *kg* betragen?

88. Eine Dampfmaschine hat $h = 0{,}95$ *m* Kolbenhub, $d = 500$ *mm* Kolbendurchmesser und bei einem (mittleren) Dampfüberdruck von $p = 3$ *Atm.* $n = 55$ Umdrehungen der Kurbel pro *Min.* Wieviel (N) indizierte Pferdestärken hat die Maschine?

89. Wie groß (f) ist der Reibungskoeffizient, wenn der Normaldruck $N = 50$ *kg* die Reibung $\varrho = 10$ *kg* hervorruft? Anl. $f = \varrho : N$.

90. Um einen Sandsteinwürfel von $a = 0{,}5$ *m* Kantenlänge auf harter Erde horizontal fortzuschieben, ist eine Kraft $P = 165$ *kg* erforderlich. Wie groß (f) ist der Reibungskoeffizient für Sandstein auf harter Erde? ($s = 2{,}4$ *kg* pro *cdm.*)

91. Die Geschwindigkeit einer Bewegung nimmt in $t = 15$ *Sek.* gleichmäßig um $\delta = \frac{36\ m}{Sek.}$ zu. Wie groß ist die Beschleunigung p?

Anl. $p = \frac{\delta}{t}$, gewöhnlich in $\frac{m}{Sek.^2}$.

92. Eine Lokomotive steigert ihre Geschwindigkeit in $t = 20$ *Sek.* von $c = 8$ *m* pro *Sek.* auf $v = 12$ *m* pro *Sek.* Wie groß ist ihre Beschleunigung p?

93. Ein frei fallender Körper erlangt in $t = 5$ *Sek.* die Geschwindigkeit $v = 49{,}05$ *m* pro *Sek.* Wie groß ist hiernach die Beschleunigung g beim freien Fall?

94. Eine Anzahl Güterwagen werden bei der Geschwindigkeit $c = 6$ *m* pro *Sek.* sich selbst überlassen und rollen auf horizontaler Bahn noch $2^1/_2$ *Min.* Wie groß ist die Verzögerung p?

95. Wie groß ist in Aufg. *92*, *93* und *94* die mittlere Geschwindigkeit (v_m) und wie groß (s) ist der zurückgelegte Weg nach der Gleichung: $s = v_m \cdot t$?

96. In einem Zimmer befindet sich ein Thermometer mit Celsius- und Réaumur-Skala. Wie kann man aus beiden Ablesungen am einfachsten die betreffende Temperatur nach Fahrenheit berechnen?

97. 50 *l* Wasser sollen von 0^0 C auf 1^0 C erwärmt werden. Welche Wärmemenge (W) ist hierzu erforderlich?

98. 4,5 *kg* Alkohol sollen um $\triangle = 10$ Celsiusgrade erwärmt werden. Welche Wärmemenge (W) ist hierzu erforderlich, wenn die spezifische Wärme des Alkohols $c = 0{,}7$ *Kal.* ist?

99. Welche Wärmemenge (W) wird von 500 g Asche bei der Abkühlung von 270° C auf 15° C abgegeben? ($c = 0{,}2$ *Kal.*)

100. Eine Glasflasche von 230 *g* Gewicht ist mit 4,2 *kg* Quecksilber gefüllt und soll mit ihrem Inhalt von —11° C auf +31° C erwärmt werden. Welche Wärmemenge (W) ist hierzu erforderlich? (c_1 für Glas $= 0{,}19$ *Kal.*, c_2 für Quecksilber $= 0{,}033$ *Kal.*)

101. Welche Wärmemenge (W) ist erforderlich, um 4 *kg* Zinn bei der Schmelztemperatur (228° C) zu schmelzen, wenn die Schmelzwärme des Zinnes $r = 14{,}25$ *Kal.* ist?

102. Welche Wärmemenge (W) ist erforderlich, um 400 *g* Alkohol bei der Siedetemperatur (78,3° C) zu verdampfen, wenn die Verdampfungswärme des Alkohols $r = 245$ *Kal.* ist?

XV. Allgemeine Potenzen und dekadische Logarithmen.

§ 1.

1. Welche Form erhält die rechte Seite der Formel:

P.V.) $a^n : a^m = a^{(n-m)}$,

a) wenn $m = n-1$, *b)* wenn $m = n$, *c)* wenn $m = n + k$ ist?

2. Welche Bedeutung muß man den nachfolgenden Ausdrücken geben: *a)* a^1; *b)* a^0; *c)* a^{-1}; *d)* a^{-2}; *e)* a^{-k}?

3. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe unter Benutzung der neu eingeführten Potenzen:

a) $\frac{1}{a}$; *b)* $\frac{a^4}{b^5}$; *c)* $\frac{51a^2b}{c^4d}$; *d)* $\frac{2}{a+x}$; *e)* $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$.

4—11. Verwandle resp. berechne (unter Vermeidung der neu eingeführten Potenzen):

	a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*
4.	$(3x)^1$	$7u^0$	1^{-4}	5^2a^{-2}	$7^{-2}n^0$
5.	10^0	10^{-1}	10^{-2}	$0{,}01^{-1}$	$(-0{,}2)^{-4}$
6.	$\left(\frac{1}{7}\right)^{-1}$	$\left(\frac{3a}{b}\right)^{-2}$	$\left(\frac{a^2}{3b}\right)^{-3}$	$\left(\frac{-2}{5}\right)^{-4}$	$\left(-\frac{2a^2}{b^3c}\right)^{-2}$
7.	$\frac{20}{7^0}$	$\frac{1}{a^{-4}}$	$\frac{x^0y^{-5}}{z^4}$	$\frac{x^5y^0}{z^{-4}}$	$\frac{(x+y)^0}{(x-y)^{-1}}$
8.	$a\cdot\left(\frac{1}{a}\right)^{-3}$	$\frac{3}{u}:u^{-2}$	$\frac{2^1}{6^{-1}}$	$\frac{x^{-3}}{x^2y^{-1}}$	$\left(\frac{1}{a}\right)^0:a^{-7}$

9. a) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{b}\right)^{-2}$ *b)* $(a^2-b^2)\,(a+b)^{-1}$ *c)* $(x^2-4)\,(x-2)^{-2}$

10. a) $\frac{(-1)^{-10}\cdot 2^{-5}}{(-10)^{-1}\cdot(-5)^2}$ *b)* $\frac{3^{-2}\cdot 0{,}5}{(1/3)^2\cdot(-2)}$ *c)* $\frac{(-6)^3\cdot 3^{-6}}{11^0\cdot(-2)^{-4}}$

11. a) $\frac{x^{-2}-y^{-2}}{x+y}$ *b)* $\frac{u^{-3}+v^{-3}}{(uv)^{-3}}$ *c)* $\frac{a^n+b^n}{a^{-n}+b^{-n}}$.

12—14. Setze in nachfolgenden Formen:

12. $a=5;\ b=2;\ c=10;\ d=3;\ m=3;\ n=2;$

13. $a=12;\ b=18;\ c=1;\ d=10;\ m=0;\ n=-1;$

14. $a=3;\ b=1/2;\ c=1/3;\ d=-2;\ m=-2;\ n=2;$

a) $\left(\frac{a+b}{c-d}\right)^n+3a^m\,b^n$; *b)* $\frac{ab^n}{cd^m}+\frac{a^m\,b}{c^n\,d}$;

c) $[d^n(ac+b)]^{(m-1)}$; *d)* $a^{(m+n)}b^{(m-n)}-c^{(m+n)}d^{(m-n)}$.

15. Beweise die Giltigkeit der bisherigen Potenzformeln für die neu eingeführten Potenzen an nachfolgenden Beispielen:

a) $a^{-k}\cdot a^n=a^{(-k+n)}$; *b)* $a^{-k}\cdot a^{-n}=a^{(-k-n)}$;

c) $(ab)^{-k}=a^{-k}\cdot b^{-k}$; *d)* $(a^n)^{-k}=a^{n\cdot(-k)}$;

e) $(a^{-k})^{-n}=a^{(-k)(-n)}$; *f)* $(a:b)^{-k}=a^{-k}:b^{-k}$;

g) $a^n:a^{-k}=a^{[n-(-k)]}$; *h)* $a^{-k}:a^{-n}=a^{[-k-(-n)]}$.

Ausführung zu b): *α)* $a^{-k}\cdot a^{-n}=\frac{1}{a^k}\cdot\frac{1}{a^n}=\frac{1}{a^k\,a^n}$;

β) $a^{(-k-n)}=a^{-(k+n)}=\frac{1}{a^{(k+n)}}=\frac{1}{a^k\,a^n}$.

16—19. Vereinfache:

	a)	*b)*	*c)*	*d)*
16.	$u^5\cdot u^{-3}$	$a^{-4}\cdot a^4$	$5a^2x^1\cdot 2a^{-7}x^0$	$z^{3m}\cdot z^{-m}$
17.	$9\cdot(3x)^{-2}$	$(ax)^{-3}\cdot a^2$	$(6x^3y)^3\cdot(2xy)^{-2}$	$x^{2m}\cdot(xy)^{-m}$
18.	$(2a^3)^{-2}$	$(4^{-2})^{-1}$	$(-5a^{-6})^3\cdot a^{10}$	$(a^{-k})^3\cdot a^{2k}$
19.	$0{,}2\cdot\left(\frac{a}{5}\right)^{-2}$	$\frac{a^3b^{-4}}{a^{-1}b^{-2}}$	$\left(\frac{3a^2x^0}{4b^1c^{-3}}\right)^{-3}:\left(\frac{a^3}{8}\right)^{-2}$	$\left(\frac{x^{-m}}{y^4}\right)^2:y^{-9}$.

§ 2.

20. Welchen Wert hat $\left(a^{\frac{k}{m}}\right)^m$ nach der Formel:

P.III.) $(a^n)^m = a^{(n \cdot m)}$?

21. Welche Gleichung kann zur Definition des Ausdrucks $a^{\frac{k}{m}}$ dienen?

22. Schreibe $a^{\frac{k}{m}}$ als eine m^{te} Wurzel und begründe dies.

23. Schreibe $a^{\frac{k}{m}}$ als eine k^{te} Potenz und begründe dies.

24. Verwandle unter Benutzung der gebrochenen Exponenten:

a) $\sqrt{a}$; *b)* $\sqrt[6]{x^5}$; *c)* $\sqrt[n]{n}$; *d)* $\sqrt[5]{(3a)^n}$; *e)* $\sqrt[3]{(a-b)^2}$; *f)* $\sqrt[4]{7x}$;

g) $\sqrt{x^2+4}$; *h)* $(\sqrt[3]{11})^2$; *i)* $(\sqrt{g})^{-5}$; *k)* $(\sqrt[n]{3a-v})^{(n-1)}$.

25—27. Verwandle in einen Wurzelausdruck:

	a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*
25.	$x^{\frac{3}{4}}$	$u^{\frac{1}{2}}$	$(ab)^{\frac{n}{3}}$	$(3x+y)^{\frac{1}{m}}$	$(2xy)^{\frac{5}{3}}$
26.	$a^{1\frac{1}{2}}$	$b^{2\frac{4}{5}}$	$u^{-\frac{1}{2}}$	$(5x)^{-\frac{3}{7}}$	$n^{-4\frac{1}{2}}$
27.	$p^{0,5}$	$q^{0,25}$	$a^{1,2}$	$b^{-0,125}$	$10^{-3,5}$.

28—32. Berechne:

	a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*
28.	$4^{\frac{1}{2}}$	$27^{\frac{1}{3}}$	$625^{\frac{1}{4}}$	$\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$	$0{,}064^{\frac{1}{3}}$
29.	$9^{\frac{7}{2}}$	$81^{\frac{3}{4}}$	$\left(\frac{25}{49}\right)^{1\frac{1}{2}}$	$\left(15\frac{5}{8}\right)^{1\frac{1}{3}}$	$4{,}913^{1\frac{2}{3}}$
30.	$8^{-\frac{1}{3}}$	$\left(\frac{1}{9}\right)^{-2\frac{1}{2}}$	$1^{-17\frac{1}{3}}$	$\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$\left(2\frac{10}{27}\right)^{-1\frac{1}{3}}$
31.	$25^{0,5}$	$0{,}0016^{0,25}$	$121^{1,5}$	$32^{-0,2}$	$(0{,}00001)^{-1,2}$

32. *a)* $(4a^2-12a+9)^{1,5}$; *b)* $(27x^3-27x^2+9x-1)^{-\frac{2}{3}}$.

33. Beweise die Giltigkeit der bisherigen Potenzformeln für Potenzen mit gebrochenen Exponenten an nachfolgenden Beispielen:

a) $a^n \cdot a^{\frac{k}{m}} = a^{\left(n+\frac{k}{m}\right)}$ (R.I$^{a.}$; P.II.)

b) $a^{\frac{k}{m}} \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{\left(\frac{k}{m}+\frac{p}{q}\right)}$ (R.V.; R.I$^{a.}$; P.II.)

c) $(ab)^{\frac{k}{m}} = a^{\frac{k}{m}} \cdot b^{\frac{k}{m}}$ (P.I.; R.I.)

d) $(a^n)^{\frac{k}{m}} = a^{\left(n \cdot \frac{k}{m}\right)}$ (P.III.)

e) $\left(a^{\frac{k}{m}}\right)^n = a^{\left(\frac{k}{m} \cdot n\right)}$ (R II$^{a.}$; P.III.)

f) $\left(a^{\frac{k}{m}}\right)^{\frac{p}{q}} = a^{\left(\frac{k}{m} \cdot \frac{p}{q}\right)}$ (R.II$^{a.}$; P.III.; R.IV.)

g) $(a : b)^{\frac{k}{m}} = a^{\frac{k}{m}} : b^{\frac{k}{m}}$ (P.IV.; R.III.)

h) $a^{\frac{k}{m}} : a^{\frac{p}{q}} = a^{\left(\frac{k}{m} - \frac{p}{q}\right)}$ (R.V.; R.III$^{a.}$; P.V.)

34—40. Vereinfache resp. berechne:

	a)	*b)*	*c)*	*d)*
34.	$a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{3}{4}}$	$x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{5}{6}}$	$u^{3,5} \cdot u^{\frac{1}{2}}$	$y^{4} \cdot y^{-3,8}$
35.	$8^{\frac{3}{4}} \cdot 8^{-\frac{1}{12}}$	$32 \cdot 32^{-0,8}$	$64^{\frac{1}{18}} \cdot 64^{\frac{1}{9}}$	$\sqrt[3]{a} \cdot a^{\frac{2}{3}}$
36.	$(xy)^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{1}{2}}$	$(x^4)^{1,5}$	$\left(4^{\frac{5}{6}}\right)^3$	$\left(0,001^{\frac{5}{6}}\right)^{-2}$
37.	$\left(a^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{2}{3}}$	$\left(27^{2\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$	$\left(243a^{1\frac{1}{4}}\right)^{\frac{2}{5}}$	$\left(0,008x^{-\frac{3}{4}}\right)^{-\frac{2}{3}}$
38.	$\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$\left(5\frac{4}{9}\right)^{1\frac{1}{2}}$	$\left(\frac{243}{16807}\right)^{0,4}$	$\sqrt{20} : 5^{\frac{1}{2}}$
39.	$x^{\frac{3}{5}} : x^{\frac{1}{5}}$	$u^{\frac{5}{6}} : \sqrt[3]{u}$	$a^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{2}{3}}$	$\left(\sqrt[4]{y}\right)^7 : y^{0,75}$
40.	$16^{\frac{5}{4}} : \sqrt{16}$	$a^{\frac{4}{10}} : a^{\frac{3}{5}}$	$(x^2)^{\frac{3}{5}} : \left(x^{\frac{4}{5}}\right)^{\frac{1}{4}}$	$\left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{7}{8}} : \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{9}{8}}$.

§ 3.

41. Wie groß ist:
a) 10^0; *b)* 10^1; *c)* 10^2; *d)* 10^3; *e)* 10^4; *f)* 10^5; *g)* 10^6;
h) 10^{-1}; *i)* 10^{-2}; *k)* 10^{-3}; *l)* 10^{-4}; *m)* 10^{-5}; *n)* 10^{-6}?

42. Begründe, daß 10^n für jeden Wert von n positiv ist.

43. Begründe, daß 10^m größer als 1 ist, wenn m positiv ist.

44. Begründe, daß $10^{(n+m)}$ größer als 10^n, und $10^{(n-m)}$ kleiner als 10^n ist, wenn m positiv ist.

45. Zwischen welchen „ganzen" Potenzen von 10 liegt:
a) $10^{2,5}$; *b)* $10^{4,728}$; *c)* $10^{0,73}$; *d)* $10^{-3,2}$; *e)* $10^{-0,54}$?

46—53. Es ist (auf 5 Ziffern genau):

$\sqrt{10} = 3{,}1623$; $\sqrt[3]{10} = 2{,}1544$; $\sqrt[4]{10} = 1{,}7783$;

$\sqrt[5]{10} = 1{,}5849$; $\sqrt[6]{10} = 1{,}4678$; $\sqrt[7]{10} = 1{,}3895$;

$\sqrt[8]{10} = 1{,}3335$; $\sqrt[9]{10} = 1{,}2915$; $\sqrt[10]{10} = 1{,}2589$.

Bestimme und notiere die Werte von:

	a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*
46.	$10^{0,5}$	$10^{0,25}$	$10^{0,2}$	$10^{0,125}$	$10^{0,1}$
47.	$10^{0,3333}$	$10^{0,1667}$	$10^{0,1429}$	$10^{0,1111}$	10^{1}
48.	$10^{0,2} \cdot 10^{3}$	$10^{3,2}$	$10^{0,2} \cdot 10^{-3}$	$10^{(0,2-3)}$	$10^{-2,8}$
49.	$10^{4,5}$	$10^{1,1111}$	$10^{3,1}$	$10^{2,1667}$	$10^{2,2}$
50.	$10^{(0,25-1)}$	$10^{(0,1429-3)}$	$10^{(0,5-4)}$	$10^{-0,8}$	$10^{-0,6667}$
51.	$10^{0,5} \cdot 10^{0,2}$	$10^{0,7}$	$10^{0,75}$	$10^{0,2111}$	$10^{0,375}$
52.	$10^{0,3}$	$10^{0,0111}$	$10^{0,05}$	$10^{0,15}$	$10^{0,0318}$
53.	$(10^{0,2})^2$	$10^{0,4}$	$10^{0,6}$	$10^{-0,375}$	$10^{-0,2222}$.

§ 4.

54. Was bedeutet der dekadische Logarithmus von a oder log a?
Antwort: log a bedeutet diejenige Größe, welche als Exponent mit der Basis 10 die Potenz a ergibt.

55. Wie nennt man in dem Ausdruck log a die Zahl a?

56. Wie groß ist $10^{\log a}$?

57. Wie groß ist: *a)* log 100; *b)* log 1000; *c)* log 1000000; *d)* log 10; *e)* log 1; *f)* log $\frac{1}{10}$; *g)* log 0,001?

58. Wie groß ist (vgl. Aufg. *46* bis *53*):
a) log 3,1623; *b)* log 1,4678; *c)* log 31623; *d)* log 3,9811; *e)* log 0,21544; *f)* log 1,9953; *g)* log 0,5995; *h)* log 1584,9?

59. Beweise und drücke in Worten aus:

L.I.)*) $\log(ab) = \log a + \log b$	**L.I^a.**) $\log a + \log b = \log(ab)$
L.II.) $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$	**L.II^a.**) $\log a - \log b = \log\left(\frac{a}{b}\right)$.

60. Zahlenbeispiel zu L. I.) und L. II.): $a = 3{,}1623$; $b = 1{,}2589$.

61. Verwandle in eine Summe resp. Differenz:
a) log (10a); *b)* log (100a); *c)* log $\left(\frac{a}{10}\right)$; *d)* log $\left(\frac{a}{10000}\right)$.

*) L. heißt Logarithmierungsformel.

62. Wie groß ist: *a*) log 17,783; *b*) log 1778,3; *c*) log 17783; *d*) log 1778300; *e*) log 0,17783; *f*) log 0,0017783, wenn log 1,7783 = 0,25 ist?

63. Was versteht man unter der Kennziffer und unter der Mantisse eines Logarithmus?

64. Für welche Zahlen (Numeri) ist die Kennziffer des Logarithmus Null, für welche positiv, für welche negativ? Für welche Zahlen gibt es keine Logarithmen?

65—69. Bestimme mit Hilfe der Tabelle:

	a)	*b*)	*c*)	*d*)
65.	log 31	log 69	log 550	log 4,77
66.	log 9020	log 2000	log 0,77	log 0,00801
67.	log 22,18	log 500,6	log 8,199	log 0,1012
68.	log 0,0009	log 4,302	log 0,1001	log 43210
69.	log 3,1325	log 149,73	log 531,57	log 0,69352.

70—72. Bestimme mit Hilfe der Tabelle:

	a)	*b*)	*c*)
70.	Nlog 0,1498	Nlog 3,9070	Nlog (0,7541—3)
71.	Nlog 1,4505	Nlog 0,0015	Nlog (0,5187—1)
72.	Nlog (0,7—3)	Nlog (—0,2434)	Nlog (—2,699).

73—82. Berechne logarithmisch:

	a)	*b*)	*c*)
73.	8,07 · 1,13	13,54 · 7,06	723,5 · 9,37
74.	3501 · 67,42	3,408 · 0,257	0,00123 · 6,455
75.	0,811 · 5,348	43 · 0,0888	0,03803 · 26,295
76.	400,3 · 0,014	5,381 · 0,0923	0,000326 · 57,02
77.	83,75 · 0,001194	0,623 · 0,117	0,0992 · 0,07603

78. *a*) 3,547 · 0,0121 · 2,388; *b*) 38,14 · 0,75 · 0,093.

	a)	*b*)	*c*)	*d*)
79.	$\frac{387}{25,04}$	$\frac{0,8008}{7,6}$	$\frac{0,0485}{0,0377}$	$\frac{0,0932}{0,4768}$
80.	$\frac{0,8911}{0,03074}$	$\frac{45,3}{126,7}$	$\frac{5303}{922,2}$	$\frac{757}{8680}$
81.	$\frac{2,323}{73450}$	$\frac{0,143}{0,8291}$	$\frac{0,004567}{0,0789}$	$\frac{0,5555}{0,007317}$

82. *a*) $\frac{43,17 \cdot 0,0488}{0,206}$; *b*) $\frac{3,737 \cdot 0,073}{11,25 \cdot 24,075}$; *c*) $\frac{2819}{1507 \cdot 230,4 \cdot 0,081}$.

§ 5.

83. Beweise und drücke in Worten aus:

L. III.) $\log(a^n) = n \cdot \log a$	L. III$^{a.}$) $n \cdot \log a = \log(a^n)$
L. IV.) $\log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log a$	L. IV$^{a.}$) $\frac{1}{n} \log a = \log \sqrt[n]{a}$.

84. Zahlenbeispiel zu L. III.) und L. IV.): $a = 8$; $n = 3$.

85—93. Berechne logarithmisch:

85. *a)* $1{,}3^5$; *b)* $30{,}8^3$; *c)* $0{,}1174^4$; *d)* $0{,}0511^2$.

86. *a)* $0{,}7144^7$; *b)* $(3{,}94 \cdot 1{,}888)^5$; *c)* $(83{,}5 : 35{,}8)^6$.

87. *a)* $(3^1/_8)^4$; *b)* $\left(\frac{5}{7}\right)^7$; *c)* $\left(\frac{411}{8935}\right)^3$; *d)* $\frac{17530}{62{,}03^2}$; *e)* $\frac{13^8}{2{,}903^{16}}$.

88. *a)* $0{,}371^5 \cdot 1{,}371^{21}$; *b)* $(83{,}19^4 \cdot 0{,}276^3) : (0{,}0182^5 \cdot 7321^4)$.

89. *a)* $\sqrt[4]{5{,}04}$; *b)* $\sqrt[3]{1521}$; *c)* $\sqrt[7]{470000}$; *d)* $\sqrt[3]{692000}$.

90. *a)* $\sqrt{0{,}091}$; *b)* $\sqrt[3]{0{,}004}$; *c)* $\sqrt{0{,}151}$; *d)* $\sqrt[7]{0{,}0007}$.

91. *a)* $\sqrt[5]{17{,}3 \cdot 46{,}99}$; *b)* $\sqrt[7]{5{,}7 \cdot 138^4}$; *c)* $\sqrt[6]{702^5 \cdot \sqrt[3]{0{,}429}}$.

92. *a)* $\sqrt[3]{\frac{7{,}3}{3700}}$; *b)* $\sqrt[5]{\frac{0{,}084}{957{,}9}}$; *c)* $\sqrt[10]{\frac{64{,}7 \cdot 3{,}42}{0{,}865 \cdot 13{,}92}}$.

93. *a)* $\frac{16{,}5}{3407} \cdot \sqrt[7]{\frac{0{,}57^2}{3407}}$; *b)* $\left(\frac{1345}{41{,}3}\right)^4 \cdot \sqrt[5]{\frac{0{,}04 \cdot 0{,}4}{18{,}18}}$.

94—98. Berechne logarithmisch:

94. *a)* $0{,}08211^{\frac{1}{4}}$; *b)* $278^{0{,}53}$; *c)* $3^{3{,}3}$; *d)* $(53{,}78 : 14{,}9)^{1{,}41}$.

95. *a)* $0{,}0827^{1{,}5}$; *b)* $0{,}7485^{2{,}3}$; *c)* $0{,}06134^{0{,}72}$; *d)* $0{,}84^{0{,}1}$.

96. *a)* $0{,}05005^{-2}$; *b)* $7{,}707^{-3}$; *c)* $(0{,}48 \cdot \sqrt[3]{7{,}339})^{-5} : 14{,}156$.

97. *a)* $5{,}32^{4\frac{1}{3}} \cdot 0{,}079^{-2{,}1}$; *b)* $\frac{1}{3} \cdot 63{,}63^{-\frac{1}{3}} \cdot 36{,}36^{\frac{1}{3}}$.

98. $(0{,}17^4 \cdot \sqrt{4321})^{-3{,}5} : (14{,}3^2 \cdot \sqrt[4]{0{,}543})^{\frac{2}{3}}$.

99—100. Berechne logarithmisch:

99. *a)* $0{,}782^5 + 1{,}003^{14}$; *b)* $13{,}45^{1{,}3} + 0{,}215^{3{,}1}$.

100. *a)* $\sqrt[4]{537 + 3{,}05^5}$; *b)* $\sqrt[3]{\sqrt[5]{0{,}763} - \sqrt[4]{0{,}03594}}$.

XVI. Gleichungen ersten Grades und reine Gleichungen höheren Grades.

(Zweiter Teil.)

§ 1.

1—13. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

	a)	*b)*	*c)*
1.	$\frac{18{,}7a - 3{,}6x}{35{,}5a - 9{,}2x} = 1$	$\frac{u - v}{x} = v - u$	$\frac{x}{x - u} = \frac{v + w}{v - w}$
2.	$\frac{n + 1}{nx + a} = \frac{a}{(a + 1)x}$	$a^2 - \frac{a^3}{x + a} = b^2$	$\frac{x + 1}{x - 2} = \frac{x + 3}{x - 4}$

	a)	*b)*
3.	$7x - 3a(5x + b) = 7b(6a - 3)$	$\frac{a^2}{x + 1} + \frac{b^2}{x - 1} = \frac{2abx}{x^2 - 1}$
4.	$9x^2 - 8b(3x - 2b) = (3x + 4a)^2$	$(x - 1)^3 = x^2(x - 3)$

5. *a)* $\frac{6x + 1}{3 - 4x} = \frac{4 - 15x}{10x - 12}$; *b)* $\frac{uvx^2 + 4 + 2x(u + v)}{u(ux + 1) + v} = \frac{v^2x + u + v}{uv}$.

6. $(a + x)a + (b - x)b = a(a + 3x - 2b) + b^2$.

7. $(31x + 21)^2 - (11x + 37)^2 = (29x - 4)^2 - (x + 14)^2$.

8. $(a + b - x)^2 + (a - b + x)^2 = (a + c - x)^2 + (a - c + x)^2$.

9. $\frac{x - a}{b} + \frac{x - b}{c} + \frac{x - c}{a} = \frac{a - x}{c} + \frac{b - x}{a} + \frac{c - x}{b}$.

	a)	*b)*
10.	$\frac{x}{2a + 1} + \frac{x}{2a - 1} = \frac{x}{a} + \frac{b}{4a^2 - 1}$	$\frac{1}{x + a} - \frac{1}{x} = \frac{b : x}{b + x}$
11.	$\frac{1 - 4x}{5x + 3} + \frac{6x - 5}{14} = \frac{15x + 2}{35}$	$\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 1} = \frac{3}{(x + 1)^2}$
12.	$\frac{4}{2x - 1} - \frac{3}{3x - 1} = \frac{5}{5x - 1}$	$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 1} = \frac{2x}{(x + 1)^2}$

13. $\frac{10x + 7}{5x} + 1 = \frac{a}{x^2 + x} + \frac{9x + 4}{3x}$.

14—15. Bilde aus nachfolgenden Gleichungen Paare von je 2 Gleichungen und löse jedes Paar nach x und y auf:

14. *α)* $4x + 7y = 81$; *β)* $3y - 2x = 5$; *γ)* $y + 8x = 19$; *δ)* $20x + 9y = 15$. (6 Aufgaben.)

15. *α)* $x + y = 16$; *β)* $x - 2y = 17$; *γ)* $11x - 2y = 7$; *δ)* $2x - 11y = 97$; *ε)* $8y - 5x = 11$. (10 Aufgaben.)

16—23. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

16. *a)* $\left| \begin{array}{l} x + y = ab\ (a + b) \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2ab \end{array} \right|$ *b)* $\left| \begin{array}{l} ax - by = 3\ (a^2 + b^2) \\ ay + bx = 4\ (a^2 + b^2) \end{array} \right|$

17. *a)* $\left| \begin{array}{l} ax + by = (a^2 + b^2)\ b^2 \\ (a^2 - b^2)\ x + aby = (a - b)\ a^2b^2 \end{array} \right|$ *b)* $\left| \begin{array}{l} 2x + 3y = 2a \\ (x - b) : y = 3 : 2 \end{array} \right|$

18. *a)* $\left| \begin{array}{l} \frac{x + y}{a} = ab - c^2 \\ \frac{xa}{b} - \frac{yb}{c} = a^3 - b^3 \end{array} \right|$ *b)* $\left| \begin{array}{l} \frac{8}{x} + \frac{3}{2y} = 11 \\ \frac{7}{3x} + \frac{1}{8y} = 1\frac{1}{3} \end{array} \right|$ *c)* $\left| \begin{array}{l} \frac{a}{x} + \frac{b}{ty} = c \\ \frac{d}{x} + \frac{e}{y} = f \end{array} \right|$

19. *a)* $\left| \begin{array}{l} (3x + 7)\ (2y - 8) = 6xy - 54 \\ (2x + 8)\ (y - 9) = 2xy - 118 \end{array} \right|$ *b)* $\left| \begin{array}{l} x - y = a \\ x^2 - y^2 = b^2 \end{array} \right|$

20. $\left| \begin{array}{l} (x + 15) \cdot 2 = y + 1 \\ \frac{x}{3} - \frac{15 - y}{2} = \frac{3y + 5}{4} + \frac{3x}{2} - 1 \end{array} \right|$ $\left| \begin{array}{l} x^2 - y^2 = 552\ qcm \\ \frac{x^4 - y^4}{12} = 51980\ cm^4 \end{array} \right|$

21. *a)* $\left| \begin{array}{l} 5x - 6y - 9 = \frac{50x^2 - 60x - 72y^2}{10x + 12y - 7} \\ 2x - \frac{63 - 36x}{9y - 7} = \frac{10xy - 24}{5y - 10} \end{array} \right|$ *b)* $\left| \begin{array}{l} \frac{x + y}{2} = a \\ \frac{x - y}{x + y} = \frac{b}{2} \end{array} \right|$

22. *a)* $\left| \begin{array}{l} \frac{x}{y} = \frac{m}{n} \\ \frac{a}{x} + \frac{a}{y} = b \end{array} \right|$ *b)* $\left| \begin{array}{l} x = \frac{38}{y} \\ x = \frac{xy + 1}{y + 3} \end{array} \right|$ *c)* $\left| \begin{array}{l} \frac{x + y}{xy} = \frac{m}{n} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = a \end{array} \right|$

23. $\left| \begin{array}{l} x - y = 2x - 1 \\ x^2 - y = y^2 + 2x \end{array} \right|$ $\left| \begin{array}{l} x^2 = 3y + 1 \\ \frac{x + 5}{y + 7} = \frac{3}{x} \end{array} \right|$ $\left| \begin{array}{l} 5x + 3 = y \\ \frac{5x + 19}{y} = \frac{y + 1}{5x - 2} \end{array} \right|$

24—31. Löse nachfolgende Gleichungen nach x, y und z auf:

24. *a)* $\left| \begin{array}{l} x = 3z + 1 \\ y = 5z \\ x + y - 7z = 3 \end{array} \right|$ *b)* $\left| \begin{array}{l} 5x + 3y = 36 \\ 2x - 7z = 4 \\ 7(x + z) = 86 + 3y \end{array} \right|$ *c)* $\left| \begin{array}{l} x = 2y - 3v \\ z = 3y - 10v \\ x + y = 6\ (7u - z) \end{array} \right|$

25. $\left| \begin{array}{l} y - 2 = x + a \\ z - 2 = 2x \\ 5x + 6y = 7z + 1 \end{array} \right|$ $\left| \begin{array}{l} 3x = 5y - 11 \\ 4z - 7y = 4 \\ x + 3y + 4z = 47 \end{array} \right|$ $\left| \begin{array}{l} 3y - 2x = 1 \\ x - 3y = 8 - z \\ 5x - 6y = 55 - 2z \end{array} \right|$

26. $\left|\begin{array}{l} 5y = z + 3 \\ 8x - 7y = 6(10 - z) \\ 6x + 5y = 2(3 + 2z) \end{array}\right|$ $\left|\begin{array}{l} x = y + z \\ x + y + 3z = 6a \\ 2x + y - 5z = 9b \end{array}\right|$ $\left|\begin{array}{l} 13x = z - 17y \\ x + y + z = -26 \\ 5x + 4y - 3z = 96 \end{array}\right|$

27. $\left|\begin{array}{l} x + y = -4 \\ y + z = -7 \\ z + x = +7 \end{array}\right|$ $\left|\begin{array}{l} 3x + 5y = 153 \\ 5y - 7z = 79 \\ 6x - z = 28 \end{array}\right|$ $\left|\begin{array}{l} 2x + 3y = 34 \\ 5z - 6y = 41 \\ x + 2z = 37 \end{array}\right|$

a) b)

28. $\left|\begin{array}{l} 3x + 7y + 2z = 9 \\ 3z - 10y - 3x = 19 \\ 3x + 4y + z = 7 \end{array}\right|$ $\left|\begin{array}{l} 11x - 2y - 3z = 92 \\ 5x + 4y - 3z = 50 \\ 2x + 3y + 3z = 55 \end{array}\right|$

29. $\left|\begin{array}{l} 4x - y + 5z = 17 \\ 7x + y + 11z = 66 \\ 9x + y + 5z = 90 \end{array}\right|$ $\left|\begin{array}{l} 15y - 58x = 39z - 427 \\ 37z - 15y = 100x + 247 \\ 12x + 8z = 3y + 88 \end{array}\right|$

30. $\left|\begin{array}{l} 15\,(x + 2z) = 4\,(y + 18) \\ 4\,(x + 2y) = 5\,(z + 27) \\ 3\,(4y + 6z) = 13\,(8 - x) \end{array}\right|$ $\left|\begin{array}{l} b\,(x + y) = 2a\,(z + 2a) \\ ab\,(y - x) = z - b \\ b^2\,(x - y) = 2z + 4a \end{array}\right|$

31. a) $\left|\begin{array}{l} \dfrac{3x - 5y}{4z - y} = 1\frac{1}{2} \\ \dfrac{5x - 3y}{x + 2z} = 1 \\ \dfrac{4x + 5z}{20 + y} = 0{,}5 \end{array}\right|$ b) $\left|\begin{array}{l} \dfrac{2x - y}{9} - \dfrac{2y - z}{14} - \dfrac{4x - z}{6} = -1 \\ \dfrac{5x - z}{10} + \dfrac{3x - y}{2} + \dfrac{6x - 3y}{5} = 1 \\ \dfrac{7x - y}{16} - \dfrac{3y - 2z}{6} - \dfrac{3z - 5y}{8} = 3 \end{array}\right|$

§ 2.

32—39. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf (XIV. Aufg. *54.*):

32. $(7x + 2)\,(3x - 10) + (2x + 7)\,(10x - 3) = 615.$

33. $(4x - 3)\,(11x + 7) - (9x + 2)\,(1 - 7x) = 2652.$

a) b)

34. $\dfrac{8x + 3}{5x + 1} = \dfrac{30x - 9}{19x - 9}$ $\dfrac{3x + 4}{5x + 18} = \dfrac{7x - 24}{9x - 10}$

35. $\dfrac{50x^2 + 13x + 6}{11x + 7} = 5x - 2$ $\dfrac{x^2 - 10x + 41}{2x^2 - 2x - 80} = 5$

36. $\dfrac{(x + 1)^2 + (8x + 1)^2}{(9x + 1)^2} = 1$ $\dfrac{(145x - 38)\,(2x + 4)}{(2x + 3)^2 + (3x + 2)^2} = 21$

37. $(4x + 20)^2 + (8x + 20)^2 = (75x + 110)\,(3x + 2).$

38. $(5x + 1)^2 + (7x - 2)^2 + (11x + 7)^2 = 2\,(100x^2 + 68x - 13).$

39. a) $\dfrac{x + 7}{x - 1} + \dfrac{x + 5}{x + 1} = \dfrac{6x + 38}{3x - 1}$ b) $\dfrac{3x + 5}{2x - 13} + \dfrac{5x + 54}{x - 23} = \dfrac{26x + 127}{4x - 169}.$

40—45. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

40. $(x+1)^3 + (x-1)^3 = 6\,(x+9)$.

41. $(x+1)^4 - 4x\,(x+1)^2 = 17 - 2x^2$.

42. $(3x^2+11)\,(7x+3) - (8x^2+7)\,(2x-1) = x\,(63+17x)$.

43. $(x-3)^4 + 12\,(x-2)^3 + 18\,(x-1)^2 = 84$.

44. *a)* $\frac{5x^2+3x+1}{25x^2-13x-71} = \frac{2x-7}{12-87x}$; *b)* $\frac{x}{x+4} + \frac{x-30}{x+18} = \frac{x-12}{x+9}$.

45. *a)* $\frac{x+16}{x-4} + \frac{x+9}{x+2} = \frac{x+21}{x-2}$; *b)* $\frac{x-18}{x+4} + \frac{x+10}{x+3} = \frac{x-4}{x+2}$.

§ 3.

46—58. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

46. *a)* $\sqrt{x} = 9$; *b)* $3\sqrt{x} + 7 = 5(\sqrt{x} - 1)$; *c)* $\sqrt{5x} = 1$.

47. *a)* $a = b\sqrt{cx}$; *b)* $8\sqrt{5x} = 1{,}2$; *c)* $2\sqrt{7x} + 1 = 5$.

	a)	*b)*
48.	$11 \cdot \sqrt{3x - 0{,}08} = 5{,}5$	$7(4\sqrt{2x} + 3) = 5(2\sqrt{2x} - 3)$
49.	$3\sqrt{2x+4} = 4\sqrt{x+3}$	$\sqrt{16x^2 - 5x + 4} = 4x + 9$
50.	$x - a = \sqrt{x^2 - b^2}$	$a - x = \sqrt{b^2 + c^2 + x^2 + 2bx}$
51.	$x + \sqrt{x^2 - a^2} = a$	$x + 12 + \sqrt{x^2 - 15} = 15$
52.	$x + 1 - \sqrt{x^2 - 1} = a$	$x + 12 + \sqrt{x^2 - 15} = 17$
53.	$\frac{\sqrt{3x+7}}{3x+2} = \frac{2}{\sqrt{12x-11}}$	$\frac{\sqrt{-3-24x}}{6} = \frac{1-2x}{\sqrt{7-6x}}$
54.	$\sqrt{11 + \sqrt{x-4}} = 5$	$\sqrt{33 - 4\sqrt{7x-10}} = 5$
55.	$\sqrt{5x + \sqrt{x^2+15}} = \sqrt{6x+1}$	$\sqrt{3x - \sqrt{9x^2 + 4x + 56}} = 4$
56.	$\sqrt{x+3} + \sqrt{x+10} = 7$	$\sqrt{5x+17} - 1 = \sqrt{5x+26}$
57.	$\sqrt{x+a} = b - \sqrt{x-a}$	$8 + \sqrt{4x-11} = \sqrt{4x+101}$
58.	$\sqrt{x} + \sqrt{x+7} = \sqrt{4x-35}$	$\sqrt{8x+1} + \sqrt{18x-2} = \sqrt{50x-1}$.

59—63. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

59. *a)* $\left|\begin{array}{l}\sqrt{x} + \sqrt{y} = a \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = b\end{array}\right|$ *b)* $\left|\begin{array}{l}5\sqrt{4x} - \sqrt{y} = 5 \\ \sqrt{4x} - 5\sqrt{y} = 1\end{array}\right|$

	a)	b)
60.	$4\sqrt{7x+4} - 3\sqrt{7+y} = 14$ $3\sqrt{7x+4} = 19 - 2\sqrt{7+y}$	$\sqrt{7x} + 3\sqrt{8y} = 4\sqrt{5}$ $\sqrt{y} : \sqrt{x} = \sqrt{0{,}875}$
61.	$\sqrt{4x+5} = \sqrt{3y+4}$ $\sqrt{x+5} = \sqrt{y+1}$	$\sqrt{16x^2+12y+5} = 4x+11$ $1 - 3y = \sqrt{9y^2+x+33}$
62.	$\sqrt{5}\cdot\sqrt{x} + \sqrt{8}\cdot\sqrt{y} = \sqrt{30}$ $\sqrt{2}\cdot\sqrt{x} + \sqrt{5}\cdot\sqrt{y} = \sqrt{3}$	$\sqrt{10x} - 4\sqrt{2y} = 2\sqrt{7}$ $\sqrt{2x} - \sqrt{10y} = 0$
63.	$3\sqrt{x} + 4\sqrt{15y} = 15\sqrt{5}$ $\sqrt{15x} - 5\sqrt{y} = 0$	$7\sqrt{3x} - 5\sqrt{2y} = 1$ $7\sqrt{2x} - 5\sqrt{0{,}75y} = 2\sqrt{6}$

§ 4.

64—74. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

	a)	b)	c)
64.	$x = \sqrt{4(45 - x^2)}$	$x = \sqrt{a(b - cx^2)}$	$\sqrt{a^2+4x^2} = x\sqrt{5}$
65.	$20x = 29\sqrt{x^2 - 21^2}$	$\sqrt{a^2 - x^2} = 3x\sqrt{7}$	$\frac{x\cdot a}{b} = \sqrt{x^2 - b^2}$

	a)	b)
66.	$\sqrt{5x^2+28x-51} = 2x+7$	$\sqrt{10x^2 - 22x + 40} = x - 11$
67.	$\sqrt{2x+4} = \frac{3x+4}{\sqrt{5x+2}}$	$\frac{2}{\sqrt{3x+5}} = \frac{\sqrt{7x+15}}{2x+5}$
68.	$\frac{2}{\sqrt{x+25}} = \frac{\sqrt{3x+221}}{x+37}$	$\frac{\sqrt{9090+1044x}}{1619+158x} = \frac{3}{\sqrt{200x+2669}}$
69.	$\sqrt{2x+13} + \sqrt{x+10} = 1$	$\sqrt{12x+13} - \sqrt{6x+10} = 1$
70.	$\sqrt{6x+160} + \sqrt{x+20} = 10$	$3\sqrt{x+1} - \sqrt{3x+5} = \sqrt{2}$
71.	$4 - \sqrt{5x+26} = \sqrt{x+2}$	$4\sqrt{2} + \sqrt{x+1} = \sqrt{9x+41}$
72.	$\sqrt{5} - \sqrt{3}\cdot\sqrt{2x+3} = \sqrt{x+2}$	$\sqrt{a+bx} + \sqrt{2a} = \sqrt{a-bx}$
73.	$\sqrt{3}\cdot\sqrt{4x+3} - \sqrt{2}\cdot\sqrt{x+1} = \sqrt{5}$	$\sqrt{7{,}7x+17} + \sqrt{0{,}7x+5} = \sqrt{10}$
74.	$\sqrt{14^2 - x^2} + \sqrt{38^2 - x^2} = 48$	$\sqrt{x^2+19} - \sqrt{x^2-32} = \sqrt{4x^2-315}$.

§ 5.

75. An einer Arbeit, welche A allein in 10 Tagen fertigstellen kann, arbeiten A und B zusammen $4^4/_9$ Tage. In wieviel (x) Tagen könnte B allein die Arbeit fertigstellen?

76. Ein Gefäß wird durch zwei Röhren in 10 *Min.* gefüllt. Schließt man aber die erste Röhre nach 4 *Min.*, so muß die zweite noch 18 *Min.* allein geöffnet bleiben. In wieviel (x und y) *Min.* würde das Gefäß durch jede Röhre allein gefüllt?

---

77. Mittelst eines gewöhnlichen Flaschenzuges von 3 festen und 3 losen Rollen sollen 400 *kg* gleichförmig gehoben werden. Wie groß ist die erforderliche Kraft, wenn jede Flasche 20 *kg* wiegt und für Reibung und Seilsteifigkeit 25% zur (theoretischen) Kraft zuzurechnen sind?

78. Auf der Welle einer Seiltrommel vom Durchmesser $d = 25$ *cm* befindet sich ein Rad von $Z = 70$ Zähnen, welches durch eine zweigängige Schnecke getrieben wird. Wie hoch (s) wird die am Seile hängende Last bei $n = 95$ Umdrehungen der Schnecke gehoben? (*log.*)*)

79. Ein Schwungrad vom Durchmesser $d = 2{,}5$ *m* hat die Umfangsgeschwindigkeit $c = 6{,}28$ *m* pro *Sek.* Wie groß ist die Tourenzahl n?

80. Ein Personenzug Frankfurt—Bingen verläßt Frankfurt 10^{06} Uhr und erreicht Bingerbrück 12^{59} Uhr. Ein Schnellzug Bingen—Frankfurt verläßt Bingerbrück 10^{06} Uhr und erreicht Frankfurt 11^{28} Uhr. Nach wieviel (x) Minuten würden sich die Züge begegnen, wenn die Fahrten gleichförmig wären? (*log.*)

81. Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit (c_1) des Kolbens einer Dampfmaschine und diejenige (c_2) des Kurbelzapfens, wenn die Kurbel $n = 33$ Umdrehungen pro *Min.* macht und die Hubhöhe $h = 80$ *cm* ist?

82. Ein Satz, dessen Aussprechen 3 Sekunden erfordert, wird von einer Wand so reflektiert, daß das Echo nach einer Stille von 2 Sekunden hörbar wird. Wie weit (x) ist die Wand von dem Rufer entfernt?

83. Welche Arbeit (A) leistet eine dreipferdige Maschine in 25 Minuten?

*) (*log.*) bedeutet: logarithmisch zu berechnen.

84. Auf ein Zahnrad, dessen Teilkreisdurchmesser d = 65 *cm* ist, werden 5,4 Pferdestärken übertragen. Wie groß (P) ist der Zahndruck (im Teilkreis), wenn das Zahnrad n = 47 Umdrehungen pro *Min.* macht? *(log.)*

85. Ein belasteter Schlitten vom Gewicht G = 300 *kg* wird auf horizontaler Schneebahn mit der Geschwindigkeit c = $1^2/_3$ *m* pro *Sek.* bewegt. Welche Kraft (P) und welcher Effekt (E) ist hierzu erforderlich, wenn der Reibungskoeffizient f = 0,05 ist (ohne Rücksicht auf den Luftwiderstand)?
a) G = 527 *kg*; c = 1,83 *m* pro *Sek.*; f = 0,11. *(log.)*

86. Ein hölzerner Bremsklotz soll so stark gegen den Umfang eines Bremsrades von 50 *cm* Durchmesser gedrückt werden, daß dadurch ein Drehmoment von 30 *kgm* aufgehoben wird. Wie groß muß der vom Klotze ausgeübte Druck sein, wenn der Reibungskoeffizient f = 0,48 ist?

87. [*a*] Bei einer gleichmäßig beschleunigten [*a*) verzögerten] Bewegung ist die Anfangsgeschwindigkeit c und die Beschleunigung [*a*) Verzögerung] p bekannt. Wie groß ist die Geschwindigkeit v nach der Zeit t? Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit v_m und der während der Zeit t zurückgelegte Weg s? (XIV. Aufg. *95.*)

88. Ein Stein fällt 8 Sekunden, bis er aufschlägt. Wie groß ist sein Fallraum s? (XIV. Aufg. *93.*)

89. Ein Stein fällt von der Höhe s frei herab. Wie lange (t) fällt er, und mit welcher Geschwindigkeit (v) schlägt er auf?

90. Eine Flintenkugel wird mit der Geschwindigkeit c = 425 *m* pro *Sek.* senkrecht aufwärts geschossen. Wie lange (t) und wie hoch (s) würde dieselbe ohne Luftwiderstand steigen? Wann und mit welcher Geschwindigkeit würde dieselbe wieder an der Ausgangsstelle anlangen? *(log.)*

91. Mit welcher Geschwindigkeit (c) müßte eine Kugel senkrecht aufwärts geschossen werden, um ohne Luftwiderstand 4300 *m* zu steigen? *(log.)*

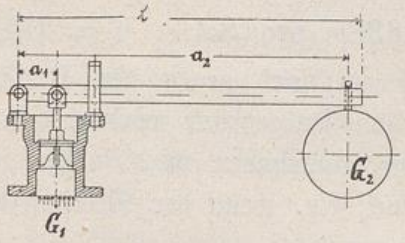
92. Eine auf horizontaler Bahn gestoßene Kugel kommt nach t = $1^1/_4$ *Min.* zur Ruhe und hat dabei den Weg s = 258 *m* zurückgelegt. Wie groß war ihre Anfangsgeschwindigkeit (c) und die Verzögerung (p) infolge der Reibung? *(log.)*

93. Ein Stein wird aus der Höhe von 123 *m* herabgeworfen und schlägt nach $4^1/_3$ Sekunden auf. Wie groß ist seine Anfangs- und Endgeschwindigkeit? (*log.*)

94. Eine Lokomotive soll ihre Geschwindigkeit auf der Wegstrecke s vom Werte c auf den Wert v erhöhen. Welche Zeit (t) und welche Beschleunigung (p) ist hierzu erforderlich?

---

95. Ein Sicherheitsventil, dessen untere Fläche $F = 19{,}635$ *qcm* und dessen Gewicht $G_1 = 1$ *kg* ist, ist am Hebelarm $a_1 = 8$ *cm* eines einarmigen Hebels von der Länge $l = 80$ *cm* und dem Eigengewicht $G = 4{,}8$ *kg* befestigt. Wie groß (G_2) muß das Gegengewicht am Hebelarm $a_2 = 75$ *cm* sein, damit das Ventil sich bei einem Überdruck von mehr als $p = 10$ *Atm.* öffnet?



96. Wie lang (x) müßte in der vorigen Aufgabe die Hebelstange sein, damit kein Gewicht am Ende des Hebels erforderlich ist?
Anl. Bestimme zunächst das Gewicht der Stange pro lfd. *m*.

97. Eine Stange von $l = 2{,}5$ *m* Länge und dem Gewicht $\gamma = 4$ *kg* pro lfd. *m* trägt am linken Ende 180 *kg* und am rechten Ende 350 *kg*. Wo muß man die Stange unterstützen, damit dieselbe nicht umschlägt?

98. An einem Hebel soll die Vertikalkraft P_1 einer Vertikalkraft P_2 das Gleichgewicht halten, welche im Abstande δ rechts von P_1 wirkt. Wo ist der Hebel (ohne Rücksicht auf das Eigengewicht) zu unterstützen?
a) $P_1 = +8$ *kg*; $P_2 = +6$ *kg*; $\delta = 14$ *cm*.
b) $P_1 = +8$ *kg*; $P_2 = -6$ *kg*; $\delta = 14$ *cm*.

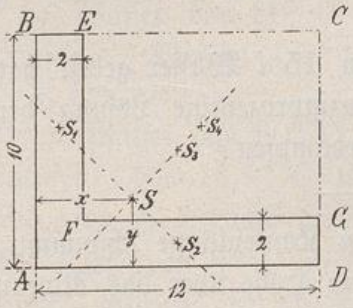
99. Ein 6 *m* langer horizontaler Träger ist 1 *m* vom linken Ende und am rechten Ende unterstützt. Er trägt am linken Ende eine Einzellast $P_1 = 300$ *kg*, in der Trägermitte eine Einzellast $P_2 = 2700$ *kg* und 1,5 *m* vom rechten Ende entfernt eine Einzellast $P_3 = 2000$ *kg*. Wie groß (K_2 und K_1) sind die Auflagerdrucke (ohne Rücksicht auf das Eigengewicht des Trägers)?

100. Berücksichtige in der vorigen Aufgabe das Eigengewicht eines I-Trägers No. 28 mit $\gamma = 47{,}9$ *kg* pro lfd. *m*.

101. Ein Stab von $l = 3$ *m* Länge, welcher am rechten Ende die Einzellast $P = 100$ *kg* trägt, ist am linken Ende und 20 *cm* vom linken Ende entfernt gehalten. Wie groß sind die Druckkräfte K_2 und K_1 (ohne Rücksicht auf das Eigengewicht des Stabes)?
a) Erläutere den Wert von K_1.

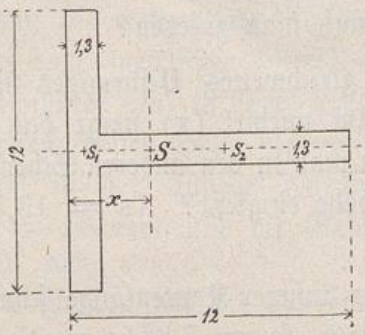
102. Berücksichtige in der vorigen Aufgabe das Eigengewicht eines Eichenbalkens vom Durchmesser $d = 17$ *cm* mit $s = 0{,}8$ *kg* pro *cdm*.

103. Eine Fläche F besteht aus 2 Teilen F_1 und F_2, deren Schwerpunkte S_1 und S_2 voneinander die Entfernung l haben. Wie weit (x) von S_1 liegt der Schwerpunkt S der ganzen Fläche? Wie groß (y) ist die Entfernung SS_2? Wie verhält sich S_1S zu SS_2?

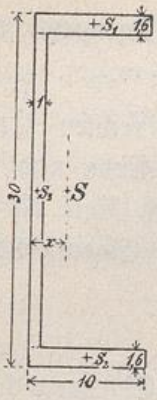
104. 

Wie weit (x) ist der Schwerpunkt S des nebenstehenden Winkeleisen-Profils von der linken Kante entfernt?
a) Wie weit (y) ist der Schwerpunkt S von der unteren Kante entfernt?
(Die eingeschriebenen Zahlen bedeuten *cm*.)

105. Wie kann man in der vorigen Aufgabe x und y ermitteln, wenn man das Winkeleisen-Profil als Differenz der Rechtecke ABCD und EFGC auffaßt?

106. 

Wie weit (x) ist der Schwerpunkt S des nebenstehenden T-Profils No. 12/12 von der linken Kante entfernt?
a) Dasselbe für ein T-Profil No. 7/7, dessen Dicke $\delta = 8$ *mm* ist.
b) Dasselbe für ein T-Profil No. 16/8, dessen Flanschbreite $b = 16$ *cm*, dessen Höhe $h = 8$ *cm* und dessen Dicke $\delta = 13$ *mm* ist.

107. 

Wie weit (x) ist der Schwerpunkt S des nebenstehenden ⊏ Eisen-Profiles No. 30 von der linken Kante entfernt?

a) Dasselbe für ein ⊏-Profil No. $6^1/_2$, dessen Höhe h = 65 *mm*, dessen Flanschbreite b = 42 *mm*, dessen Stegdicke δ = 5,5 *mm* und dessen Flanschdicke t = 7,5 *mm* ist.
(Die eingeschriebenen Zahlen bedeuten *cm*.)

---

108. Wann ist ein Wechsel von 730 ℳ. fällig, welcher am 6. März unter Berechnung von $4^1/_2$ % Diskonto (v. H.) mit 723,97 ℳ. bezahlt wird? (1 Jahr = 365 Tage.) (*log.*)

109. Jemand will eine nach einer gewissen Zeit fällige Schuld von 3000 ℳ. in 2 Terminen, nämlich 8 Monate vor und 7 Monate nach dem Fälligkeitstermin abzahlen. Wie groß müssen die Teilzahlungen sein?

110. Nachdem man 0,3 *kg* Kochsalz in 15 *l* Wasser gelöst hat, will man durch Eindampfen eine zwanzigprozentige Lösung herstellen. Wieviel (x) Wasser muß man verdampfen?

---

111. Ein Würfel aus Wachs von 4 *cm* Kantenlänge schwimmt so auf Wasser, daß ein Prisma von 2 *mm* Höhe über das Niveau ragt. Wie groß (s) ist das spez. Gewicht des Wachses?

112. 1 l gesättigte Kochsalzlösung vom spez. Gewicht s = 1,20 *kg* pro *cdm* soll derart mit destilliertem Wasser verdünnt werden, daß das spez. Gewicht der verdünnten Lösung nur s_1 = 1,05 *kg* pro *cdm* ist. Wieviel Wasser muß man zusetzen?

113. Ein beiderseits offenes, überall gleichweites U-förmiges Rohr ist z. T. mit Quecksilber gefüllt. Um wieviel (x) steigt das Quecksilber in dem einen Schenkel, wenn man in den anderen Schenkel eine Wassersäule von h = 68 *cm* Höhe eingießt? (s = 13,594 *kg* pro *cdm*.)

114. Ein eiserner Hohlwürfel von 1 *m* äußerer Kantenlänge schwebt im Wasser. Wie dick (δ) ist derselbe? (s = 7,8 *kg* pro *cdm*.)

115. In eine Kiste von den Innenmaßen $l = 2$ *m*, $b = 1{,}20$ *m* und $h = 1{,}50$ *m* können $G = 1771{,}2$ *kg* Kiefernholz vom spez. Gewicht $s = 0{,}6$ *kg* pro *cdm* gepackt werden. Wieviel (p) % des ganzen Raumes machen die Zwischenräume aus?

---

116. Für welche Temperatur stimmen die Angaben des Celsius- und des Fahrenheit-Thermometers überein?

117. Welche Temperatur nehmen 10 *kg* Quecksilber von 17° C durch Zuführung von 26,4 *Kal.* an? ($c = 0{,}033$ *Kal.*)

118. 1 *kg* Holz bedarf zur vollständigen Verbrennung 6,1 *kg* Luft und erzeugt dabei 4000 *Kal.* Um wieviel ($\triangle$) Celsiusgrade sind die entstehenden Verbrennungsgase wärmer als die zugeführte Luft, wenn ihre spez. Wärme $e = 0{,}24$ *Kal.* gesetzt wird?

119. Aus Wasser von 96° C und Wasser von 21° C soll 1 *kg* Wasser von 45° C gemischt werden. Wieviel (x und y) von jeder Sorte muß man nehmen?

120. 2 *kg* Wasser von 80° C werden mit 5 *kg* Alkohol von 28° C gemischt. Wieviel (x) ° C beträgt die Mischungstemperatur? (XIV. Aufg. *98.*)

121. 200 *g* Wasser von 80° C werden durch Vermischen mit 100 *g* Eisenfeile von 16,7° C um $\triangle = 3{,}3$ Celsiusgrade abgekühlt. Wie groß ist hiernach die spez. Wärme c des Eisens?

122. 360 *g* Eis von 0° C werden mit 730 *g* Wasser von 57° C gemischt. Wieviel (x) ° C hat die Mischung, nachdem das Eis geschmolzen ist? (Schmelzwärme des Eises $r = 79\frac{1}{4}$ *Kal.*)

---

123. Das feste Rollenpaar eines Differentialflaschenzuges hat die Radien R und r. Wie groß (ϱ) muß der Radius der losen Rolle sein, damit die Kettenstücke, in denen sie hängt, genau parallel sind?

124. Bei dem metrischen Gewindesystem (Delisle) ist der Schnitt des Gewindes ein in ein Quadrat eingezeichnetes gleichschenkliges Dreieck, dessen Höhe beiderseits um ein Achtel vermindert ist. Wie groß ist der äußere Durchmesser d, wenn der Kerndurchmesser $d_1 = 13$ *mm* und die Ganghöhe $h = 2$ *mm* ist? (Vgl. Figur zu XIV. Aufg. *62.*)

125. Ein Graben soll bei 3 *m* oberer Breite und 2 *m* Tiefe den Querschnitt $F = 5$ *qm* haben. Wie groß muß seine untere Breite sein?

126. Die Länge eines Rechtecks soll um den n^{ten} Teil ihrer Größe vergrößert werden. Um den wievielten (x^{ten}) Teil ihrer Größe muß man gleichzeitig die Breite des Rechtecks vergrößern, damit die neue Fläche k mal so groß wie die ursprüngliche wird?
a) $k = 2$; *b*) $k = 1$. (Erläutere das Resultat von *b*.)

127. In einem Dreieck sind die Seiten a, b und c bekannt. Wie weit (x, y und z) sind die Berührungspunkte des eingeschriebenen Kreises von den Eckpunkten entfernt?
a) Dasselbe für die drei angeschriebenen Kreise.

128. Ein Kreisring vom äußeren Durchmesser D und der lichten Weite d soll in zwei flächengleiche Kreisringe zerschnitten werden. Wie groß (x) ist der Durchmesser des Schnittkreises?
a) $D = 70\ cm$; $d = 10\ cm$.

129. Aus einem Draht von der Länge l soll der Umfang eines gleichschenkligen Dreiecks von der Höhe h gebogen werden. Wie groß werden die Schenkelseiten a und die Grundlinie c?

130. In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Kathete a bekannt und außerdem:
a) die Projektion p von a auf die Hypotenuse c. Wie groß ist c und die Kathete b?
b) die Hypotenuse c. Wie groß ist die Höhe h?
c) die Höhe h. Wie groß ist die Hypotenuse c?

131. In einen Kreisbogen sind zwei aneinanderstoßende gleichlange Sehnen von der Länge s eingezeichnet und ihre Endpunkte verbunden.
a) Wie groß (v) ist diese Verbindungssehne, wenn der Kreisradius r ist?
b) Wie groß muß der Kreisradius r sein, wenn die Verbindungssehne v ist?

132. Ein kreisförmiger Gewölbebogen hat die Spannweite $v = 5{,}36\ m$ und die Stichhöhe $p = 1{,}15\ m$. Wie groß ist der Krümmungshalbmesser r?

133. Ein Rechteck von $b = 18\ cm$ Breite soll (in Bezug auf die Mittelparallele zur Breitseite) das Trägheitsmoment $J = 20736\ cm^4$ haben. Wie hoch (h) muß das Rechteck sein?
a) $b = 14{,}75\ cm$; $J = 16300\ cm^4$. (*log.*)

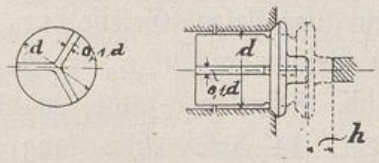
134. Ein Kreis soll (in Bezug auf einen Durchmesser) das Trägheitsmoment $J = 555500\ cm^4$ haben. Wie groß muß der Durchmesser sein? (*log.*)

135. Auf einen kreisförmigen Untersatz vom Durchmesser d = 47,5 *cm* soll ein möglichst großer, aber nicht überstehender Sandsteinwürfel aufgesetzt werden. Wie schwer ist derselbe? (s = 2,4 *kg* pro *cdm.*) (*log.*)

136. Aus einer Holzkugel vom Durchmesser d soll ein möglichst großer Würfel ausgeschnitten werden. Wie groß (V) wird derselbe?

137. Die Oberfläche eines Würfels ist O = 831 *qcm.* Wie groß ist sein Rauminhalt? (*log.*) (XV. § 5.)

138. Ein Sandsteinwürfel wiegt 1000 *kg.* Wie groß ist seine Oberfläche? (*log.*) (XV. § 5.)

139. 

Das Absperrventil eines Dampfrohres vom Durchmesser d besteht aus einer kreisförmigen Deckplatte mit drei Führungsrippen, deren Dicke 0,1 d ist. Wie groß (h) muß der Hub dieses Ventiles sein, damit der ausströmende Dampf denselben Querschnitt hat wie der Dampf im Rohre?

140. Um aus einem halbkreisförmigen Blech die ganze Oberfläche eines Kegels zu gewinnen, kann man dasselbe durch einen Radius im Verhältnis 1 : 2 teilen, den größeren Teil als Kegelmantel und den kleineren Teil für den Grundkreis benutzen. Beweise die Richtigkeit dieser Konstruktion.
a) Wie groß ist der Abfall?

141. Für einen geraden Kreiszylinder ist der Rauminhalt V und die Mantelfläche M vorgeschrieben. Wie groß ist der Grundradius r und die Zylinderhöhe h zu nehmen?

§ 6.

142. Jemand hatte sich verpflichtet, den m^{ten} Teil seines Lohnes zur Abzahlung einer Schuld zu verwenden, muß aber eine Erhöhung dieses Betrages auf den n^{ten} Teil seines Lohnes zugestehen. Um den wievielten (x^{ten}) Teil müßte sich gleichzeitig sein Lohn erhöhen, damit der zum Verbrauch bleibende Rest des Lohnes sich nicht verringert?
a) m = 7; n = 6; *b)* m = 10; n = 8; *c)* m = 10; n = 7.

143. Wieviel (n) Fäden sind zu einem Seil vom Gewicht $\gamma = 1{,}08$ *kg* pro lfd. *m* erforderlich, wenn 300 *m* Faden 1 *kg* wiegen und die Fadenlänge beim Seilen um ein Drittel verkürzt wird?

144. Eine bestimmte Arbeit kann von A und B in k Tagen, von B und C in l Tagen, von C und A in m Tagen ausgeführt werden. Wieviel (x, y und z) Tage würde jeder allein gebrauchen? In wieviel (n) Tagen führen A, B und C zusammen diese Arbeit aus?
a) $k = 4$; $l = 5$; $m = 8$.

---

145. Bei einem Personenzug, welcher die Geschwindigkeit $c_1 = 15$ *m* pro *Sek.* hat, fährt auf einem parallelen Geleise in gleicher Richtung ein Schnellzug mit der Geschwindigkeit $c_2 = 20$ *m* pro *Sek.* vorbei. Ein Beobachter im Schnellzug zählt, während er den Personenzug neben sich sieht, 14 *Sek.* Wie lang ist der Personenzug?
a) Welche Zeit würde der Beobachter zählen, wenn der Schnellzug in entgegengesetzter Richtung führe?

146. Wie schnell (c) muß sich der Tisch einer Holzhobelmaschine bewegen, wenn die mit drei Messern versehene Messerwalze bei 1500 Touren pro *Min.* 1200 Schnitte pro Längenmeter Arbeitsfläche machen soll?

147. Die Leerlaufgeschwindigkeit c_2 einer Eisenhobelmaschine verhält sich zur Arbeitslaufgeschwindigkeit c_1 wie 5 zu 3.
a) Welche Zeit (t) ist erforderlich, um eine Platte von 2,3 *m* Länge und 0,5 *m* Breite einmal zu überhobeln, wenn die Spanbreite 2 *mm* und die Arbeitslaufgeschwindigkeit 0,1 *m* pro *Sek.* beträgt? ($t_1 = ?$; $t_2 = ?$)
b) Wie schnell (c_1 und c_2) muß sich der Tisch der Eisenhobelmaschine bewegen, wenn die Schnittlänge 1,2 *m* ist und pro *Min.* 6 Schnitte erfolgen?

148. Das Auftreffen einer Kanonenkugel wird an einem in der Nähe des Treffpunkts gelegenen Orte 12 *Sek.* nach dem Pulverblitz, dagegen 8 *Sek.* vor dem Knall wahrgenommen. Wieweit (s) flog die Kugel und wie groß war ihre mittlere horizontale Geschwindigkeit?

149. Eine Welle macht n Umdrehungen pro *Min.* und soll N Pferdestärken übertragen. Wie groß ist das auftretende Moment M? (Führe vorübergehend P und r ein.)

150. Ein Stein soll aus solcher Höhe frei herabfallen, daß er in den letzten 3 Sekunden seines Falles 104 *m* durchfällt. Aus welcher Höhe (s) muß er herabfallen? (*log.*) ($t = ?$; $t_1 = ?$)

---

151. Mit einer unrichtigen Wage, welche unbelastet im Gleichgewicht ist, soll ein Gegenstand gewogen werden. Legt man den Gegenstand auf die linke Schale, so ist rechts das Gewicht G_1, legt man denselben aber auf die rechte Schale, so ist links das Gewicht G_2 erforderlich. Wie groß (G) ist das wahre Gewicht des Gegenstandes, und welchen Wert (v) hat das Verhältnis der Wagebalkenlängen?

a) $G_1 = 99\ g$; $G_2 = 100\ g$. (*log.*)

b) $G_1 = 83{,}4\ g$; $G_2 = 84{,}07\ g$. (*log.*)

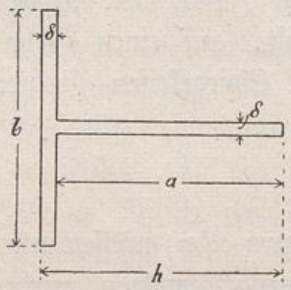
152. Ein beiderseits aufliegender Träger trägt in den Entfernungen $a_1 = 2\ m$ und $a_2 = 3{,}45\ m$ vom linken Ende die Einzellasten $P_1 = 650\ kg$ resp. $P_2 = 800\ kg$. Für welche Trägerlänge (l) werden beide Auflagerdrucke einander gleich?

153. Für welche Trägerlänge (l) wird in der vorigen Aufgabe der rechte Auflagerdruck (ohne Berücksichtigung des Trägergewichts) viermal so groß wie der linke Auflagerdruck?

154. Ein beiderseits aufliegender Träger von der freien Länge l soll zwei Lasten P_1 und P_2 tragen, die voneinander um die halbe Trägerlänge entfernt sind, so daß beide Auflagerdrucke einander gleich sind. Wo müssen die Lasten angreifen?

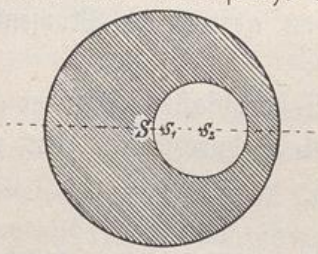
a) $P_1 = 527{,}6\ kg$; $P_2 = 308{,}9\ kg$; $l = 210\ cm$. (*log.*)

155. Ein T-Profil hat die Breite b, die Steghöhe a und die Dicke δ. Wie weit (x) ist der Schwerpunkt des Profils von der äußeren Flanschkante entfernt?



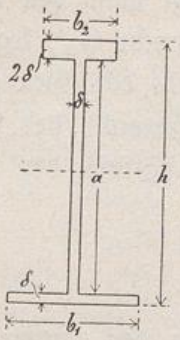
156. Wie breit (b) muß ein T-Profil von der Steghöhe a und der Dicke δ sein, wenn die Entfernung des Schwerpunkts von der äußeren Flanschkante ein Drittel der Profilhöhe h betragen soll?

157. Aus einer Kreisfläche vom Radius R soll ein Kreis vom Radius r so ausgeschnitten werden, daß der Schwerpunkt S der Restfläche genau auf den Rand des Ausschnittes fällt. Wie weit (x) muß der Mittelpunkt S_2 des Ausschnittes vom Mittelpunkt S_1 der ursprünglichen Kreisfläche entfernt sein?



a) $R = 5\ cm$; $r = 2\ cm$; *b*) $R = 5\ cm$; $r = 3\ cm$.

158. Von nebenstehendem Profil ist die untere Flanschbreite b_1, die Steghöhe a und die Stegdicke δ bekannt; ferner soll die untere Flanschdicke gleich der Stegdicke und die obere Flanschdicke doppelt so groß sein. Wie groß (b_2) muß man die obere Flanschbreite nehmen, damit der Schwerpunkt des Profils in der Mitte der Profilhöhe h liegt?



a) $b_1 = 14\ cm$; $a = 25\ cm$; $\delta = 1\ cm$.

---

159. An Stelle einer nach 10 Monaten fälligen Schuld von 3500 *M.* sollen im ganzen 3410 *M.* in 2 Raten, nämlich nach 3 und 4 Monaten gezahlt werden. Wie groß müssen die Teilzahlungen sein, wenn 4,8 % Diskonto (v. H.) gerechnet werden?

160. Zwei Freunde A und B gründen zusammen ein Geschäft mit Einlagen, welche sich wie 2 zu 3 verhalten. Vom Gewinn sollen zunächst die Einlagen mit 6% verzinst und der Rest soll unter die Teilnehmer zu gleichen Teilen geteilt werden. Wieviel (p_1 und p_2)% ihres Einlagekapitals verdienen A und B, wenn das Geschäft im ersten Jahre 14% Reingewinn bringt?

161. 1000 *kg* Roheisen, welche in der Bessemerbirne bis auf $p_1 = 0{,}11\%$ Kohlenstoff entkohlt sind, sollen durch Zusatz von Spiegeleisen, dessen Kohlenstoffgehalt $p_2 = 4{,}2\%$ ist, auf einen Gehalt von $p_3 = 0{,}37\%$ gekohlt werden. Wieviel Spiegeleisen ist hierzu erforderlich?

a) $p_1 = 0{,}05$; $p_2 = 5$; $p_3 = 0{,}28$.

---

162. Wieviel (x) *kg* Blei ($s_1 = 11{,}37$ *kg* pro *cdm*) müssen mit 4,8 *kg* Zink ($s_2 = 7{,}2$ *kg* pro *cdm*) zusammengeschmolzen werden, um aus der Mischung einen Würfel von 10 *cm* Kantenlänge zu bilden?

163. Wie groß (s) ist das spez. Gewicht einer Aluminiumbronze, welche 7 % Aluminium und 93 % Kupfer enthält, wenn das spez. Gewicht des Aluminiums $s_1 = 2{,}6$ *kg* pro *cdm*, das des Kupfers $s_2 = 8{,}9$ *kg* pro *cdm* ist?

164. Wieviel (p_1 und p_2) % Blei und Zink muß man nehmen, um eine Mischung vom spez. Gewicht $s = 10$ *kg* pro *cdm* zu erhalten? (Aufg. *162.*)

165. Ein Aräometer von $G = 80$ *g* Gewicht sinkt bei $G_1 = 7{,}45$ *g* Belastung in Alkohol ebenso tief ein, wie bei $G_2 = 30$ *g* Belastung in Wasser. Wie groß (s_1) ist das spez. Gewicht des Alkohols?

166. 8 *kg* Blei sollen, mit einem Stück Korkholz ($s_2 = 0{,}24$ *kg* pro *cdm*) verbunden, in Wasser schweben. Wieviel (G_2) Korkholz ist hierzu erforderlich? (*log.*) (Aufg. *162.*)

167. Ein Stück Blei und ein Stück Korkholz sind miteinander verbunden und schwimmen im Wasser so, daß der Kork zur Hälfte über den Wasserspiegel ragt. Wieviel Blei und wieviel Korkholz sind verwendet, wenn der ganze Apparat 363 *g* wiegt?

168. Ein offener viereckiger Kasten aus Schmiedeeisen von der Dicke $\delta = 7{,}5$ *mm* soll in Wasser genau bis zum oberen Rande einsinken. Wie hoch (H) muß der Kasten sein, wenn die äußere Breite $B = 20$ *cm* und die äußere Länge $L = 30$ *cm* ist? ($s = 7{,}8$ *kg* pro *cdm.*) (*log.*)

a) Dasselbe für Gußeisen. ($s = 7{,}25$ *kg* pro *cdm.*)

---

169. Ein erwärmter goldener Würfel von 2 *cm* Kantenlänge wird in 1 *l* Alkohol von 19,5° C geworfen. Welche Temperatur besaß der Würfel, wenn die Temperatur des Alkohols um $\Delta = 5\frac{1}{2}$ Celsiusgrade steigt? (Für Gold: $s_1 = 19{,}25$ *kg* pro *cdm*; $c_1 = 0{,}0324$ *Kal.*; für Alkohol: $s_2 = 0{,}81$ *kg* pro *cdm*; $c_2 = 0{,}7$ *Kal.*)

170. Mischt man 800 *g* heiße Asche mit 1500 *g* Wasser von 44° C, so ist die Mischungstemperatur 60° C. Mischt man dagegen 1500 *g* derselben Asche mit 800 *g* Wasser von 45° C, so erhält man die Mischungstemperatur 90° C. Wie groß (c) ist die spez. Wärme der Asche, und wieviel (x) ° C betrug ihre Temperatur?

171. 10 *kg* Wasser von 7° C sollen durch einströmenden hundertgradigen Dampf um $\Delta = 30$ Celsiusgrade erwärmt werden. Wieviel (x) Wasser erhält man im ganzen? (Verdampfungswärme des Wassers $r = 537$ *Kal.*)

---

172. In einem gleichschenkligen Paralleltrapez sind die parallelen Seiten a und b und jede Schenkelseite c. Wie groß ist jede Diagonale?

173. In einem Dreieck sind die 3 Seiten a, b und c bekannt. Wie groß (p und q) sind die Projektionen von a und b auf c? Wie groß (h) ist die zu c zugehörige Höhe? Wie groß (F) ist der Dreiecksinhalt?

174. An einen Kreis vom Radius ϱ sind von A aus zwei Tangenten gezogen, deren Länge mit t bezeichnet sei, und zwischen diesen die auf MA senkrechte Tangente. Wie groß (x) ist der Abschnitt der letzteren Tangente von ihrem Berührungspunkt bis zu einer der von A aus gezogenen Tangenten? (Zeichnung!)
a) Welchen Wert (v_1) hat das Verhältnis $x : \varrho$, wenn $\varrho : t = v$ ist? Welchen Wert (v_2) hat das Verhältnis $\varrho : x$?

175. Wie groß ist die halbe Seite des um einen Kreis vom Radius ϱ umgeschriebenen regelmäßigen *a*) Achtecks; *b*) Sechzehnecks; *c*) Sechsecks; *d*) Zwölfecks; *e*) Vierundzwanzigecks?

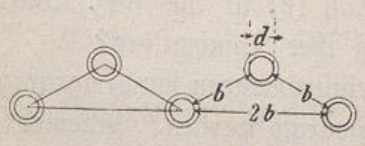
176. Von einer quadratischen Blechplatte vom Gewichte G sollen die vier Ecken so abgeschnitten werden, daß ein regelmäßiges Achteck entsteht. Wie groß ist das Gewicht desselben?

177. Aus einem Kreise vom Radius R sollen die vier größten, einander gleichen Kreise ausgeschnitten werden. Wie groß ist ihr Radius r? Wie groß ist jedes der fünf Abfallstücke?

178. In der vorigen Aufgabe soll aus jedem Abfallstück wiederum der größte Kreis ausgeschnitten werden. Wie groß sind die Radien dieser Kreise?

179. In ein gleichseitiges Dreieck von der Seitenlänge a soll ein Quadrat eingezeichnet werden, dessen Ecken auf den Dreiecksseiten liegen. Wie groß (x) ist die Quadratseite?

180. Niete vom Durchmesser d sollen in zwei Reihen so angeordnet werden, daß der Randabstand zweier Nietschäfte in der Reihe doppelt so groß wie der schräg gemessene Randabstand ist. Wie groß (b) muß letzterer sein, wenn das Nietmittelpunktsdreieck Basiswinkel von 30° haben soll?



181. In einem gleichschenkligen Dreieck von der Basis c ist der Winkel an der Spitze 45^0. Wie groß ist der Radius r des dem Dreieck umgeschriebenen Kreises, die Höhe h und die Schenkelseite a?
a) Dasselbe, wenn der Winkel an der Spitze 30^0 ist.

182. In einem rechtwinkligen Dreieck, in welchem $\sphericalangle \alpha = 22^0 30'$ ist, ist:
a) die Kathete a bekannt. Wie groß ist die Hypotenuse c und die Kathete b? (ctg $22^1/_2{}^0 = ?$)
b) die Kathete b bekannt. Wie groß ist die Hypotenuse c und die Kathete a? (tg $22^1/_2{}^0 = ?$)
c) die Hypotenuse c bekannt. Wie groß sind die Katheten a und b? (sin $22^1/_2{}^0 = ?$; cos $22^1/_2{}^0 = ?$)

183. *a)*, *b)* und *c)*. Aufg. *182* für ein rechtwinkliges Dreieck, in welchem $\sphericalangle \alpha = 15^0$ ist. (sin $15^0 = ?$; cos $15^0 = ?$, tg $15^0 = ?$; ctg $15^0 = ?$)

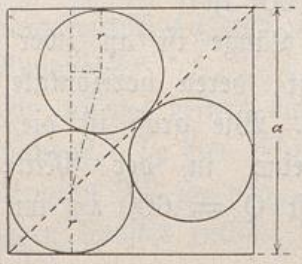
184. Die Seite eines regelmäßigen Achtecks ist a. Wie groß ist der Radius r des umgeschriebenen und der Radius ϱ des eingeschriebenen Kreises? Wie groß ist der Achtecksinhalt F?

185. Ein achteckiger Schornstein soll die Querschnittsfläche $F = 5$ *qm* und die Dicke $\delta = 51$ *cm* haben. Wie groß (A und a) muß die äußere und innere Achtecksseite sein?

186. In einem regelmäßigen Achteck von der Seitenlänge a sei jeder Eckpunkt mit dem drittfolgenden Eckpunkte verbunden (z. B. A mit D). Wie groß ist die von diesen Linien umhüllte Sternfläche?

187. In ein Quadrat von der Seitenlänge a soll ein gleichseitiges Dreieck eingezeichnet werden, von welchem ein Eckpunkt mit einer Quadratecke zusammenfällt, während die anderen Eckpunkte auf Quadratseiten liegen. Wie groß (x) ist die Dreiecksseite?

188. In einen Kreissektor vom Radius r und vom Zentriwinkel 45^0 soll der größte Kreis eingeschrieben werden. Wie groß (ϱ) ist der Radius desselben?
a) Dasselbe für den Zentriwinkel von 30^0.

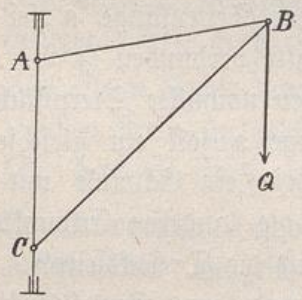
189. 

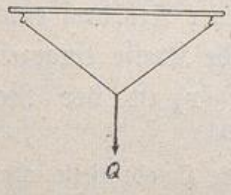
In ein Quadrat von der Seitenlänge a sollen in nebenstehender Art drei einander gleiche, sich berührende Kreise eingezeichnet werden. Wie groß (r) ist der Radius derselben zu nehmen?
Anl. Drücke entweder die Quadratseite oder die Diagonale durch r aus.

XVII. Verhältnisse und Proportionen.

(Zweiter Teil.)

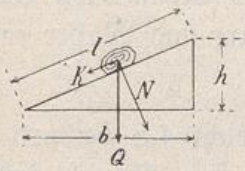
§ 1.

1. Um mittelst einer Winde die Last Q = 120 *kg* 3 *m* hoch zu heben, muß ein Arbeiter die Arbeit A = 411 *mkg* leisten. Wie groß ist der Wirkungsgrad η dieser Winde? Anl. η = Nutzarbeit: Totalarbeit.
2. Auf einer schiefen Ebene von der Länge l = 12 *m* wird eine Last Q = 800 *kg* durch eine zur schiefen Ebene parallele Kraft P = 50 *kg* gleichförmig aufwärts bewegt und dabei um h = 0,5 *m* gehoben. Wie groß ist der Wirkungsgrad η dieser Vorrichtung?
3. Um mittelst eines Wellrades, dessen Welle den Radius r = 20 *cm* und dessen Rad den Radius R = 80 *cm* hat, eine Last Q = 500 *kg* gleichförmig zu heben, ist eine Kraft P = 140 *kg* erforderlich. Wie groß ist der Wirkungsgrad η dieser Welle?
4. Eine einfach wirkende Druckpumpe vom Kolbendurchmesser d = 12 *cm* und der Hubhöhe h = 80 *cm* soll Wasser um H = 13,8 *m* heben. Wie groß ist der Wirkungsgrad η dieser Pumpe, wenn dieselbe n = 20 Kolbenspiele pro *Min.* ausführt und den Effekt E = 0,7 Pferdestärken verbraucht?
5. 

An nebenstehendem Kran hängt im Punkte B die Last Q = 3000 *kg*. Wie groß (K_1 und K_2) sind die in den Stäben AB und BC auftretenden Kräfte, wenn AB = 5 *m*, BC = 7 *m*, AC = 4 *m* ist?
a) AB = 3,77 *m*; BC = 8,95 *m*;
AC = 6,72 *m*; Q = 4693 *kg*. (*log.*)
6. Zwei Stäbe AB = 2 *m* und BC = 2,5 *m* sind in B miteinander und in A und C mit Mauerhaken (durch Bolzen) verbunden. In B hängt die Last Q = 600 *kg*. Wie groß sind die in AB und BC auftretenden Kräfte, wenn ∢ BAC = 90° ist?
7. 

Ein Seil von 10 *m* Länge ist an zwei gleich hohen Haken befestigt, deren horizontale Entfernung 8 *m* beträgt. Wie groß ist die Zugkraft K, welche eine in der Mitte des Seiles befestigte Last Q = 600 *kg* im Seile hervorruft?

8. Auf einer schiefen Ebene, deren Basis b, deren Höhe h und deren Länge l ist, befindet sich ein Körper vom Gewicht Q. Wie groß ist der Normaldruck N und die zur schiefen Ebene parallele Komponente K von Q?



a) b = 12 *m*; h = 5 *m*; Q = 260 *kg*.
b) h = 28 *m*; l = 53 *m*; Q = 212 *kg*.

9. Auf der in der vorigen Aufgabe beschriebenen schiefen Ebene soll die Last Q durch eine zur schiefen Ebene parallele Kraft P gleichförmig aufwärts bewegt werden. Wie groß muß P sein, wenn der Reibungskoeffizient f ist? Anl. Reibung $\varrho = f \cdot N$.
a) f = 0,52; *b)* f = 0,04.

10. Wie groß ist der Wirkungsgrad η der in der vorigen Aufgabe beschriebenen schiefen Ebene? (Aufg. 2.)

11. Wie groß ist der Wirkungsgrad η einer schiefen Ebene für eine zur schiefen Ebene parallele Kraftrichtung, wenn der Reibungskoeffizient f ist und das Steigungsverhältnis den Wert ε hat? Anl. $\varepsilon = h : b$.

12. Auf der in Aufg. 8 und 9 beschriebenen schiefen Ebene soll die Last Q gleichförmig abwärts bewegt werden. Wie groß und wie gerichtet ist die parallel zur schiefen Ebene erforderliche Kraft P?

13. In welcher Beziehung muß das Steigungsverhältnis ε einer schiefen Ebene zum Reibungskoeffizienten f stehen, damit zur gleichförmigen Abwärtsbewegung einer Last keine Kraft erforderlich ist?
a) Wie groß ist in diesem Falle der Wirkungsgrad η der schiefen Ebene beim Heben der Last?

§ 2.

14. Eine Ölmischung besteht aus 273 *g* Rüböl und 195 *g* Leinöl. Wieviel (a und b) Gewichtsteile Rüböl und Leinöl enthält die Mischung? (XII. Aufg. 25.)

15. Ein Apparat besteht aus 121 *ccm* Holz und 71,5 *ccm* Messing. Aus wieviel (α und β) Raumteilen Holz und Messing besteht der Apparat?

16. Ein Körper besteht aus 4 Raumteilen eines Stoffes vom spez. Gewicht 2,7 *kg* pro *cdm* und 5 Raumteilen eines Stoffes vom spez. Gewicht 7,2 *kg* pro *cdm*. Wieviel (a und b) Gewichtsteile eines jeden Stoffes enthält der Körper?

17. Zu elektrischen Versuchen verdünnt man konzentrierte Schwefelsäure vom spez. Gewicht 1,89 *kg* pro *cdm* mit 10 Raumteilen Wasser. Wieviel (a und b) Gewichtsteile Schwefelsäure und Wasser enthält diese Mischung?

18. 8 Gewichtsteile eines Stoffes vom spez. Gewicht 4,8 *kg* pro *cdm* sind mit 17 Gewichtsteilen eines Stoffes vom spez. Gewicht 5,27 *kg* pro *cdm* verbunden. Wieviel (α und β) Raumteile beider Stoffe sind benutzt?

19. Eine Legierung von Gold und Silber hat das spez. Gewicht 12,25 *kg* pro *cdm*. Wieviel (α und β) Raumteile Gold und Silber sind verwendet, wenn das spez. Gewicht des Goldes 19,25 *kg* pro *cdm*, dasjenige des Silbers 10,5 *kg* pro *cdm* ist?

§ 3.

20. Ein Fabrikant hat probeweise die achtstündige Arbeitszeit an Stelle der zehnstündigen eingeführt und stellt fest, daß jetzt dieselbe Arbeit von 50 Arbeitern in 300 Tagen geleistet wird, zu der früher 70 Arbeiter 200 Tage gebrauchten. Wie verhalten sich *a)* die durchschnittlichen Tagesleistungen, *b)* die durchschnittlichen Stundenleistungen eines Arbeiters früher und jetzt?

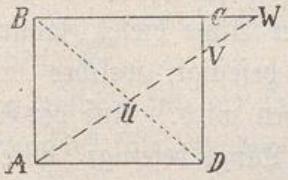
21. Die Tagesleistungen zweier Arbeiter verhalten sich wie 11 : 12. Wie verhalten sich ihre Stundenleistungen, wenn der erste täglich 9 Stunden, der zweite 10 Stunden arbeitet?

22. Wie verhält sich ein Rechtecksinhalt in der Zeichnung zu dem betreffenden Inhalt in der Wirklichkeit, wenn der Längenmaßstab der Zeichnung 1 : 25 ist?

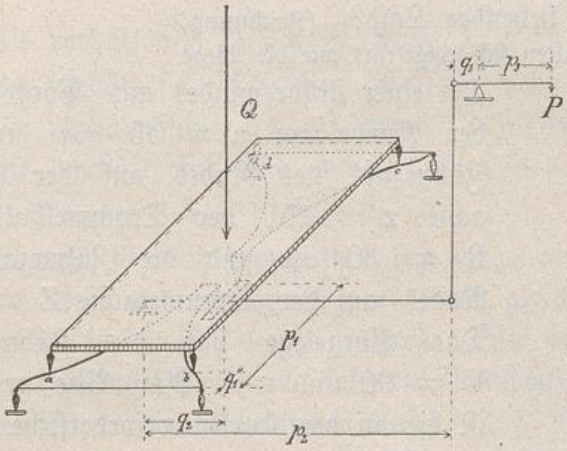
23. Wie verhalten sich die Trägheitsmomente $\frac{bh^3}{12}$ zweier Rechtecke, deren Breiten sich wie 9 : 8 und deren Höhen sich wie 2 : 3 verhalten?

24. Durch Vereinigung von 12 Raumteilen Gold mit 5 Raumteilen Kupfer entsteht Gold vom Feingehalt 0,840. Wie verhält sich hiernach das spez. Gewicht des Goldes zu demjenigen des Kupfers?

25. Ein im Maßstab 1 : 20 gezeichnetes Detail soll in eine im Maßstab 1 : 50 angefertigte Zeichnung eingetragen werden. In welchem Verhältnis muß die Detailzeichnung verkleinert werden?

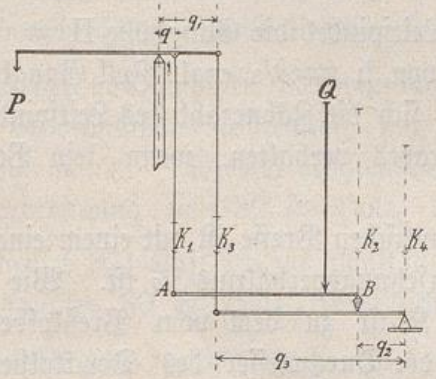
26. 

Durch den Eckpunkt A eines Rechtecks ist eine beliebige Gerade gezeichnet, welche die Diagonale BD in U und die Seiten CD und BC resp. ihre Verlängerungen in V und W schneidet. Wie groß ist AU, wenn UV = 18 *cm* und VW = 14 *cm* ist?

27. 

Die Brückenwage besteht aus der nebenstehenden Hebelverbindung und dem mit den Spitzen a, b, c und d aufliegenden Tragbrett. Wie verhält sich die Kraft P zur Last Q, wenn $p_1 : q_1 = 20 : 3$, $p_2 : q_2 = 70 : 9$ und $p_3 : q_3 = 27 : 14$ ist?

28. Wie muß sich bei der Zentesimalwage (Aufg. 27.) $p_3 : q_3$ verhalten, wenn $p_1 : q_1 = 45 : 7$ und $p_2 : q_2 = 84 : 11$ ist?

29. 

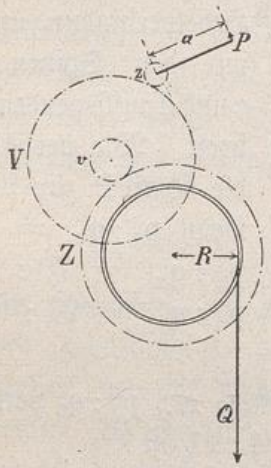
Das Tragbrett AB einer Dezimalwage ist so gelagert, daß das wirksame Drehmoment der Last Q für jede Lage von Q den Wert $Q \cdot q$ hat. In welcher Beziehung müssen q, q_1, q_2 und q_3 stehen?

Anl. Führe die Entfernungen a und b der Last Q von A und B ein.

30. Ein Zahnrad von z = 45 Zähnen überträgt seine Bewegung auf ein Zahnrad von Z = 108 Zähnen mittelst zweier Vorgelege, von denen das erste ein Rad von V_1 = 90 Zähnen und einen Trieb von v_1 = 36 Zähnen, das zweite ein Rad von V_2 = 128 Zähnen und einen Trieb von v_2 = 48 Zähnen besitzt. Wie verhalten sich die Umdrehungszahlen n und N der äußersten Räder zueinander? (Zeichnung!)

31. Die Zahnstange einer Bockwinde greift in ein Zahnrad vom Teilkreisdurchmesser d = 10 *cm*. Auf der Achse dieses Zahnrades ist ein Zahnrad von Z = 120 Zähnen befestigt, welches durch ein Zahnrad von z = 10 Zähnen getrieben wird. Auf der Achse des letzteren ist eine Kurbel von l = 0,5 *m* Länge befestigt. Wie verhält sich die an der Kurbel theoretisch erforderliche Kraft zu der durch die Zahnstange zu hebenden Last? (Zeichnung!)

Anl. Die Kräfte verhalten sich umgekehrt wie die Wege.

32. 

Bei einer Räderwinde mit Vorgelege ist der Kurbelarm a = 35 *cm* und die Zähnezahl des Rades auf der Kurbelachse z = 15, der Trommelhalbmesser R = 30 *cm* und die Zähnezahl des Rades auf der Trommelachse Z = 100. Das Vorgelege hat die Zähnezahlen V = 90 und v = 20. Wie groß (P) ist die an der Kurbel erforderliche Kraft, wenn die Last an der Trommel Q = 1435 *kg* und der Gesamtwirkungsgrad η = 0,82 ist?

33. Mit einer Drehbank, deren Leitspindel die Ganghöhe H = $^3/_4$ engl. Zoll hat, soll ein Gewinde von h = $^5/_8$ engl. Zoll Ganghöhe geschnitten werden. Wie muß sich die Zähnezahl des Leitspindelrades zu derjenigen des Spindelrades verhalten, wenn kein Vorgelege benutzt wird?

34. Der Druckkolben einer hydraulischen Presse ist mit einem einarmigen Hebel verbunden, dessen Übersetzungsverhältnis $^1/_7$ ist. Wie verhält sich die am Hebel wirkende Kraft zu dem vom Preßkolben ausgeübten Druck, wenn sich der Durchmesser des Druckkolbens zum Durchmesser des Preßkolbens wie 1 : 15 verhält?

35. Die Querschnitte zweier runden Säulen verhalten sich wie 50 : 24,5. Wie verhalten sich ihre Umfänge?

36. Ein Zahnrad von z = 34 Zähnen und der Tourenzahl n = 153 soll mittelst zweier gleichen Vorgelege einem Zahnrad von Z = 100 Zähnen die Tourenzahl N = 8 erteilen. Wie verhalten sich die Zähnezahlen V und v eines jeden Vorgeleges und wie groß (m_1 und m_2) dürfen die Tourenzahlen der Vorgelege höchstens sein?

37. In einem rechtwinkligen Dreieck hat das Verhältnis der Kathete a zur Hypotenuse c den Wert v. Wie verhält sich die Kathete b zur Kathete a?

38. Wie verhält sich die Höhe h einer schiefen Ebene zu ihrer Länge l, wenn das Steigungsverhältnis den Wert ε hat? (Aufg. *11.*)

§ 4.

39. Wie verhält sich $(y-x):y$, wenn $x:y = 3:7$ ist?

40. Wie verhält sich $(7u-6v):(u+7v)$, wenn $u:v = 15:1$ ist?

41. Wie verhält sich $y:(x+y)$, wenn $(2x):(3y) = 4:5$ ist?

42. Wie verhält sich $(5a_1+8a_2):(3a_1+a_2)$, wenn $(6a_1-a_2):(a_1+a_2) = 5:1$ ist?

43. Bei einem Versuch benutzt man eine Kugel aus Gußeisen ($s = 7{,}25$ *kg* pro *cdm*) und eine gleich große und gleich schwere Hohlkugel aus Kupfer ($s_1 = 8{,}9$ *kg* pro *cdm*). Wie verhält sich der Hohlraum der Hohlkugel zu ihrem äußeren Volumen (ohne Rücksicht auf das Gewicht der eingeschlossenen Luft)?

44. Ein Gärtner bezieht Peruguano, welcher 6% Stickstoff, 15% Phosphorsäure und 3% Kali enthält und löst denselben im Gewichtsverhältnis 1 : 20 in Wasser auf. Wieviel Stickstoff, Phosphorsäure und Kali sind in 100 *kg* dieser Lösung enthalten?

45. Bei der vollständigen Verbrennung des Kohlenstoffs verbinden sich 3 Gewichtsteile Kohlenstoff mit 8 Gewichtsteilen Sauerstoff zu Kohlensäure. Wieviel Kohlensäure entsteht bei der vollständigen Verbrennung von 30 *kg* Holz, das 52,6% Kohlenstoff enthält?

46. Wieviel (G) Luft ist zur vollständigen Verbrennung der in Aufg. *45* genannten 30 *kg* Holz erforderlich? (Luft enthält 23% Sauerstoff.)

47. Ein Körper, welcher p_1% eines Stoffes A enthält, wird im Gewichtsverhältnis $m:n$ mit einem anderen Körper gemischt, welcher p_2% von A enthält. Wieviel (p) % des Gemisches macht der Stoff A aus?

48. Ein Körper, welcher aus 7 Gewichtsteilen Gold und 13 Gewichtsteilen Silber besteht, ist im Gewichtsverhältnis 5:3 mit einem Körper vereinigt, welcher aus 17 Gewichtsteilen Gold und 11 Gewichtsteilen Silber besteht. Aus wieviel (a und b) Gewichtsteilen Gold und Silber besteht der neue Körper?

49. α Raumteile eines Stoffes vom spez. Gewicht s_1 sind mit β Raumteilen eines Stoffes vom spez. Gewicht s_2 verbunden. Wieviel (G_1 und G_2) wiegt der Anteil eines jeden Stoffes an 1 *kg* der Verbindung?

50. Eine Legierung ist aus 4 Raumteilen Silber und 1 Raumteil Gold hergestellt. Wie verhält sich das spez. Gewicht s der Legierung zum spez. Gewicht s_1 des Silbers, wenn dieses sich zum spez. Gewicht s_2 des Goldes wie 6:11 verhält?

51. Von 2 rechteckigen Blechtafeln 80×160 und 47×79 soll ein überall gleich breiter Rand abgeschnitten werden, so daß die übrigbleibenden Rechtecke ähnlich sind. Wie breit (δ) muß der Rand sein?

52. Bei einer gußeisernen Hohlsäule soll die Dicke $\delta = 20$ *mm* sein und der Ringquerschnitt sich zum lichten Querschnitt wie 7:9 verhalten. Wie groß müssen D und d sein?

§ 5.

53. Was versteht man unter einer mehrgliedrigen Proportion?

54. Bilde aus nachfolgenden mehrgliedrigen Proportionen einfache Proportionen für a:b, b:c u. s. f:

a) $a:b:c = 3:7:16$; *b*) $a:b:c = 8:10:11$;
c) $a:b:c = 15:18:81$; *d*) $a:b:c = 1:2:4$;
e) $a:b:c = m^2:(mn):n^2$; *f*) $a:b:c = (mn):(np):(mp)$;
g) $a:b:c:d = 9:15:100:8$.

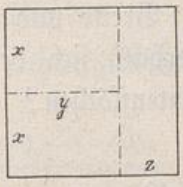
55. Bilde eine mehrgliedrige Proportion aus:

a) $a:b = 13:9$;	$b:c = 9:11$	*b*) $a:b = 1:2$;	$b:c = 5:6$
c) $a:b = 5:4$;	$b:c = 6:7$	*d*) $a:b = m:n$;	$b:c = n:p$
e) $a:b = 5:7$;	$a:c = 5:13$	*f*) $a:b = 4:9$;	$a:c = 3:7$
g) $a:b = 16:5$;	$a:c = 12:25$	*h*) $a:b = u:v$;	$a:c = v:w$

i) $a:b = 8:11$; $a:c = 8:7$; $a:d = 8:13$;
k) $a:b = 10:9$; $a:c = 5:7$; $a:d = 2:3$;
l) $a:b = 5:2$; $a:c = 3:4$; $a:d = 2:5$;
m) $a:b = 8:11$; $a:c = 6:7$; $a:d = 9:5$;
n) $a:b = 5:2$; $b:c = 1:4$; $c:d = 6:7$.

56. Zum Guß von Bronzedenkmälern verwendet man eine Legierung von $86^2/_3$% Kupfer, $6^2/_3$% Zinn, $3^1/_3$% Zink und $3^1/_3$% Blei. Wieviel (a, b, c und d) Gewichtsteile Blei, Zink, Zinn und Kupfer verwendet man demnach?

57. Für Exzenterringe verwendet man eine Legierung, in welcher sich der Zinkgehalt zum Zinngehalt wie 1 : 7, letzterer aber zum Kupfergehalt wie 1 : 6 verhält. Wieviel Gewichtsteile Zink, Zinn und Kupfer enthält diese Legierung? Wieviel % von jedem Metall enthält die Legierung?

58. 

Aus einem quadratischen Blech sollen, entsprechend der Figur, drei flächengleiche Rechtecke geschnitten werden. Bilde die Proportion zu x : y : z.

59. In einem Dreieck gilt für die Höhen die Proportion $h_1 : h_2 : h_3 = 5 : 6 : 8$. Bilde die Proportionen zu a : b, a : c, a : b : c.

60. Wie lautet das Hauptgesetz Pr. I.) für mehrgliedrige Proportionen? (XII. Aufg. 65.)

61. Aus einem Draht von $l = 1$ *m* Länge soll ein Dreieck gebogen werden, so daß $a : b : c = 5 : 7 : 8$ ist. Wie groß müssen die Seiten a, b und c sein?

62. Zu festem Betonboden verwendet man 1 Teil Zement, 3 Teile Sand und 4 Teile Steine. Wieviel (G_1, G_2 und G_3) Zement, Sand und Steine sind in 13,5 *t* dieser Mischung vorhanden, wenn 500 *l* Wasser zugesetzt wurden?

63. Ein Körper besteht aus a Gewichtsteilen des Stoffes A, b Gewichtsteilen des Stoffes B und c Gewichtsteilen des Stoffes C. Wieviel (p_1, p_2 und p_3) Gewichtsprozent von A, B und C enthält der Körper?

64. Der in der vorigen Aufgabe beschriebene Körper ist im Gewichtsverhältnis m : n mit einem anderen Körper gemischt, der weder A, noch B, noch C enthält. Wieviel Gewichtsprozent von A, B und C sind in dieser Mischung enthalten?

65. Die Größe a soll in 3 Teile, x, y und z geteilt werden, so daß $x : y = u : v$ und $y : z = m : n$ ist. Wie groß muß x, y und z sein?

66. In einem Dreieck verhält sich $h_1 : h_2 = 20 : 21$ und $h_2 : h_3 = 3 : 2$. Wie verhält sich die Seite a zur Summe der Seiten b und c?

a) $h_1 : h_2 = 50 : 39$ und $h_2 : h_3 = 14 : 25$.

67. Die Seiten eines Dreiecks bilden die Proportion $a : b : c = 15 : 11 : 8$. Bilde die Proportion zu $s : (s-a) : (s-b) : (s-c)$.

68. Die Radien dreier sich berührenden Kreise bilden die Proportion $r_1 : r_2 : r_3 = 8 : 12 : 13$. Bilde für die Zentralen die Proportion zu $M_1M_2 : M_2M_3 : M_3M_1$.

69. Bei einem rechteckigen Prisma bilden Länge, Breite und Höhe die Proportion $l : b : h = 10 : 5 : 7$. Wie verhält sich der Inhalt der zwei Grundflächen zum Inhalt der 4 Seitenflächen?

§ 6.

70. Wann nennt man eine Proportion homogen?
Antwort: Eine Proportion heißt homogen, wenn alle Glieder gleichartige Größen sind.

71. Gib an, in welchem Teile der Geometrie homogene Proportionen vorkommen.

72. Was versteht man unter einer fortlaufenden homogenen Proportion?

73. $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$. Bilde die fortlaufende homogene Proportion für die Dreieckseiten.
Ausführung: $AB : A_1B_1 = BC : B_1C_1 = CA : C_1A_1$.

74. Fünfeck ABCDE ist $\sim$ Fünfeck $A_1B_1C_1D_1E_1$. Bilde die fortlaufende homogene Proportion für die Fünfeckseiten.

75. Es sei $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2 \sim \triangle A_3B_3C_3 \sim \triangle A_4B_4C_4$. Bilde zu $A_1B_1 : B_1C_1$ eine fortlaufende homogene Proportion.

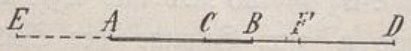
76. Wann kann man die mehrgliedrige Proportion $a : b : c : d = m : n : p : q$ in eine fortlaufende Proportion verwandeln?

77. Beweise für homogene Proportionen (für beliebige Zahlenwerte von k, l, m und n) das Gesetz:
Pr. II.) „Ist $a : a_1 = b : b_1 = c : c_1 = d : d_1$, so ist auch $(ka + lb + mc + nd) : (ka_1 + lb_1 + mc_1 + nd_1) = a : a_1$.

78. Wie verhalten sich die Umfänge ähnlicher Vielecke, wenn zwei homologe Seiten sich wie $5 : 7$ verhalten?

79. Wie verhalten sich in der vorigen Aufgabe die Inhalte der Vielecke?

80. Eine Strecke AB ist durch C und D harmonisch geteilt, d. h. so, daß $AC : BC = AD : BD = m : n$ ist. Dann ist BA über A hinaus um AC bis E verlängert. Wie verhält sich $ED : CD$?

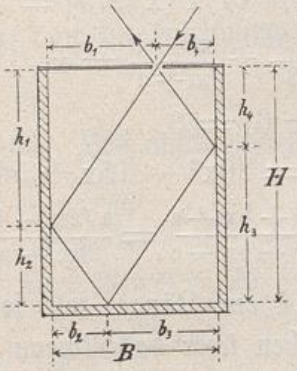


Anl. Drücke ED und CD als Summe zweier Proportionsglieder aus.

81. In der vorigen Aufgabe ist AB über B hinaus um BC bis F verlängert. Wie verhält sich CD : FD? Wie verhält sich ED : FD? Wie groß ist ED · FD?

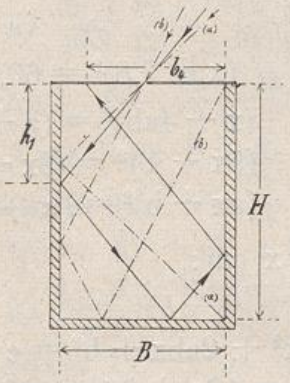
82. Wie verhalten sich die Oberflächen zweier einander ähnlichen, parallelipipedischen Hohlmaße, deren homologe Kanten sich wie 2 : 3 verhalten?

83. Ein rechteckiger Kasten von der lichten Breite B und der lichten Höhe H und beliebiger Länge ist innen an den beiden Längswänden und am Boden mit Spiegeln versehen; die Deckfläche des Kastens enthält einen zur Längsrichtung parallelen Lichtspalt.



In welcher Richtung muß das Licht durch den an beliebiger Stelle angebrachten Spalt einfallen, um nach dreimaliger Reflexion durch denselben Spalt auszutreten?
Anl. $b_1 : h_1 = b_2 : h_2 = \cdots$

84. Der in der vorigen Aufgabe genannte Lichtspalt befinde sich in der Mitte der Deckfläche. Wie weit (b_4) vom rechten Vertikalspiegel trifft das dreimal reflektierte Licht die Deckfläche, wenn das einfallende Licht den linken Vertikalspiegel in der Entfernung h_1 unter der Deckfläche trifft?



a) Für welchen Wert von h_1 würde das Licht nach einmaliger Reflexion die untere rechte Kante des Kastens treffen?

b) Für welchen Wert von h_1 würde das Licht nach zweimaliger Reflexion die obere rechte Kante des Kastens treffen?

c) Für welchen Wert von h_1 würde das Licht nach dreimaliger Reflexion die obere linke Kante des Kastens treffen?

d) Zwischen welchen Werten muß h_1 liegen, damit das Licht nach dreimaliger Reflexion die Deckfläche des Kastens trifft?

XVIII. Vollständige quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten.

§ 1.

1—5. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

1. *a)* $3x^2 - 2x = 0$; *b)* $ax^2 + bx = 0$; *c)* $x(x+3) = 5x^2$.

2. *a)* $\frac{2}{x-6} - \frac{4}{x-3} = 1$; *b)* $\frac{14x-9}{8x-3} + \frac{x^2-3}{x+1} = x$.

3. $(19x - 9)(3x + 2) - (7x - 4)(5x + 6) = 6$.

4. $(5x - 4)^2 + (3x + 11)^2 - (2x + 9)^2 = 20x^2 - 15x + 56$.

5. *a)* $\frac{3ax+d}{ax-d} - \frac{2ax}{ax+d} = -1$; *b)* $\frac{2ax^2+bx+c}{2bx^2-bx-c} = \frac{a(2x-1)}{2bx+a}$.

6. Ein dünner Blechzylinder von $l = 14{,}4$ *cm* Länge soll so auf Wasser schwimmen, daß die Hälfte desselben über das Niveau ragt. Wie groß (r) muß der Grundradius des Zylinders sein, wenn das Blech $\gamma = 7{,}2$ *kg* pro *qm* wiegt?

7—10. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

	a)	*b)*	*c)*
7.	$(ax + b)^2 = c$	$(x - 13)^2 = 9$	$(x + 7{,}8)^2 = 60{,}84$
8.	$(x + 11)^2 = 11$	$(x + \sqrt{5})^2 = 5$	$(x + 4ab)^2 = (a + b)^4$
9.	$(3x - 5)^2 = 16$	$(8x + 7)^2 = 25$	$(5x + 1)^2 = (3x + 7)^2$
10.	$(3x - 7)^2 = 18$	$(3x - b)^2 = 9b^2$	$(ax + b)^2 = (a - b)^2$.

11—16. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

	a)	*b)*
11.	$x^2 + 2bx + b^2 = c$	$a^2x^2 + 2abx + b^2 = c$
12.	$x^2 - 8x + 16 = 9$	$x^2 - 12x + 36 = 100$
13.	$x^2 - 18x + 81 = 7$	$x^2 - 2ax + a^2 = b^2$
14.	$16x^2 - 40x + 25 = 9$	$9x^2 + 30x + 25 = 4$
15.	$4x^2 + 4x + 1 = 100$	$81x^2 - 18x + 1 = 0$
16.	$49x^2 + 14x + 1 = 98$	$a^2x^2 + 2abx + b^2 = 4a^2$.

17. Wie lautet die „quadratische Ergänzung" zu:

a) $x^2 + 2bx$; *b)* $x^2 - 2bx$; *c)* $x^2 + 8x$; *d)* $x^2 - 2x$;
e) $a^2x^2 + 2abx$; *f)* $9x^2 - 72x$; *g)* $4x^2 + 4x$; *h)* $4x^2 - 100x$?

18. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

a) $x^2 + 2bx = c$; *b)* $x^2 - 2bx = c$; *c)* $a^2x^2 + 2abx = c$;
d) $ax^2 - 2bx = c$; *e)* $na^2x^2 + 2abx = c$.

19.)* Leite aus der „Normalform" der vollständigen quadratischen Gleichung:

$$ax^2 + 2bx = c$$

das Resultat:

$$ax = -b \pm \sqrt{ac + b^2} \quad ab.$$

20.)* Löse die Gleichungen in Aufg. *18* mit Hilfe von Aufg. *19* auf.

§ 2.

21—35. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

	a)	*b)*	*c)*
21.	$x^2 - 6x = 55$	$x^2 - 14x = -33$	$x^2 - 2x = 399$
22.	$x^2 + 20x = -99$	$x^2 + 2x = -1$	$x^2 - 5x = 3(1 - x)$
23.	$\frac{x}{2} + \frac{12}{x} = 5$	$\frac{15x^2 - 19x - 7}{2x^2 - 3x + 4} = 7$	$\frac{11x^2 + 7x + 27}{(5x + 6)(2x + 1)} = 1$

24. $(3x + 4)(5x + 6) + (3x + 5)(5x + 7) = 31x^2 + 78x - 128.$

25. $(3x - 5)(3x + 4) - (4x + 7)(4x - 8) = 37 - x - 6x^2.$

26. *a)* $\frac{5x + 45}{4x - 12} + \frac{11x - 43}{3x + 1} = 5$; *b)* $\frac{7x + 3}{3x - 1} - \frac{14}{x + 1} = 2.$

27. $5x - 4 - \frac{8x - 12}{3} - \frac{5x - 1}{2} = \frac{6}{3 - x}.$

28. $(0{,}8x + 9)^2 + (0{,}6x - 7)^2 = 185.$

29. $(3x + 9)^2 + (7x - 15)^2 = (19x + 3)(3x - 3).$

30. $(5x - 3)^2 + (7 - 2x)^2 + (8 - 3x)^2 = 39x^2 - 100x - 65.$

31. *a)* $\frac{x - 9}{x - 6} + \frac{x - 7}{x + 5} = 2 \cdot \frac{x - 11}{x - 3}$; *b)* $\frac{6x - 5}{5x - 4} - \frac{4x - 3}{3x - 2} = -\frac{1}{7}.$

32. $(5x + 1)^3 - (3x + 3)^3 = (2x + 1)(7x - 2)^2.$

33. $x^2 - 2x(a - b) = 15a^2 - 22ab + 8b^2.$

34. $x^2 + 35a^2 - 1 = 2a(6x - 1).$

---

*) Falls zur Auflösung der vollständigen quadratischen Gleichungen keine Normalform benutzt, sondern jedesmal die Addition der quadratischen Ergänzung ausgeführt werden soll, sind Aufg. *19* und *20* fortzulassen. In diesem Falle sind innerhalb jeder Aufgabengruppe (von Aufg. *38—61* an) zunächst die Aufgaben der betr. Gruppe ohne Stern, dann diejenigen mit einem Stern und dann diejenigen mit zwei Sternen durchzunehmen.

35. a) $\frac{x+2b}{b} = \frac{b+4x}{x-2b}$; b) $\frac{2}{a+x} - \frac{2}{a-x} = \frac{3+x^2}{x^2-a^2}$; c) $\frac{x}{a} + \frac{a}{x} = \frac{2}{a}$.

36. In einen Kreissektor vom Zentriwinkel 90^0 und dem Radius r soll der größte Kreis eingeschrieben werden. Wie groß (ϱ) ist der Radius desselben?

a) Dasselbe für den Zentriwinkel 120^0.

37. Aus einem quadratischen Blech von der Seitenlänge a sollen zwei möglichst große, kongruente Kreise und aus den größeren Abfallstücken nochmals je ein möglichst großer Kreis ausgeschnitten werden. Wie groß (r und ϱ) sind die Kreisradien?

38—61. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

	a)	b)	c)
* 38.	$15x^2 - 16x = 15$	$3x^2 + 8x = 11$	$25x^2 + 6x = 243$
39.	$16x^2 + 56x = -13$	$4x^2 + 4x = 255$	$49x^2 + 56x = -15$
** 40.	$75x^2 + 10x = 33$	$8x^2 - 4x = 1{,}5$	$500x^2 - 360x = 153$
* 41.	$3x + \frac{9}{x} = 28$	$\frac{93}{7x+16} + 5x = 8$	$\frac{12x-5}{9x^2-4x-9} = \frac{7}{4x}$

42. a) $\frac{3x^2-8x+9}{6x^2-4x+1} = \frac{4}{11}$ b) $\frac{64}{2x+11} - \frac{7}{x+1} = 2$

* 43. a) $\frac{15}{3x+1} - \frac{3}{x+3} = 1$ b) $\frac{2x+9}{7x-6} = \frac{3x+7}{5x+1}$

* 44. $(5x-7)(8x-19) - (3x+11)(7x-13) = 10x^2 - 89x + 176$.

45. $(x+8)(8x-1) - (3x+5)(5x-3) = 14 + 17x - 32x^2$.

* 46. a) $\frac{3x+5}{2x-7} + \frac{56}{5x+2} = 1$; b) $\frac{x+1}{x-7} + \frac{2x-3}{x-12} = 0$.

* 47. $(x-11)^2 - (3x+5)(19x-7) = 196 - 2x - x^2$.

48. $(10x+7)^2 + (9x+6)(8x+5) = 51x^2 + 13x - 12$.

* 49. $(2x+5)^2 + (3x-1)^2 = 2041$.

* 50. $(4x-7)^2 + (5x-6)^2 + (6x-5)^2 = 10(7x^2 - 10x - 5)$.

** 51. $(5x-3)^2 + (4x-4)^2 + (3x-5)^2 = 18x^2 - 80x + 49$.

52. $(3x+24)^2 + (5x+1)^2 - (2x+24)^2 = 2(x+1)(13x+18)$.

53. $(2x+4)(6x+1)(35x-13) - (10x-2)(14x-1)(3x-1) = 1$.

54. a) $\frac{x+3}{x+1} + \frac{x}{x-1} + \frac{x-3}{x+3} = 3$; b) $\frac{2x}{x+7} = \frac{7x+1}{x-7}$.

** 55. $(x+3)^3 - (2x-3)^2 = x^2(x-15) + 19(x+1)$.

*56. *a)* $15(x^2 + a^2) = 34ax$; *b)* $ax^2 - 2x(a^2 - 4) = 16a$.

57. *a)* $a^2x^2 + 2abx = 15b^2$; *b)* $25x^2 + 10x(a - b) = 4ab$.

*58. $3x^2 + 2(a + b)x = 21a^2 + 5b^2 - 22ab$.

59. $9x^2 - 12x(a + b) + 3(a + b)^2 = -4ab$.

*60. *a)* $\frac{8x}{3a - 2x} = \frac{a}{a - x}$; *b)* $\frac{a + 4x^2}{a + 1} = 2x$; *c)* $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

61. *a)* $\frac{x + 3a}{a} = \frac{7a}{4x}$; *b)* $\frac{ax + 3b}{cx + 7b} + \frac{cx + 9b}{ax + 5b} = 2$.

62. Ein Untersatz aus Gußeisen hat die Form eines hohlen rechteckigen Prismas, dessen Außenseiten $A = 1\ m$ und $B = 0{,}8\ m$ sind. Wie dick (δ) muß derselbe sein, damit die Querschnittsfläche $F = 0{,}17\ qm$ ist?

63. Ein Schnellzug durchfährt die Station A mit der Geschwindigkeit $c = 14\ m$ pro *Sek.* und fährt bis zu dem um $s = 1{,}44\ km$ entfernten Punkte B mit der Beschleunigung $p = 0{,}1\ \frac{m}{Sek.^2}$. Wie lange (t) fährt der Zug von A bis B?

§ 3.

64—80. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

	a)	*b)*
64.	$kx^2 + 2kbx = kc$	$7x^2 - 98x = -168$
*65.	$kax^2 + 2kabx = kc$	$21x^2 - 30x = 216$
*66.	$75x^2 - 70x = 160$	$18x^2 + 48x = -30$
*67.	$135x^2 - 30x = 600$	$825x^2 + 770x = 4840$
68.	$ka^2x^2 - 2kabx = kc$	$153x^2 + 204x = 85$
*69.	$kna^2x^2 + 2kabx = kc$	$490x^2 + 308x = 128$
**70.	$a^2x^2 + 2abx = ac$	$9x^2 - 60x = 21$
**71.	$225x^2 - 30x = 15$	$36x^2 - 24x = -3$
72.	$\frac{5}{21 - x} + \frac{7}{27 + 3x} = \frac{2}{3}$	$\frac{3x - 45}{5x - 3} + \frac{2}{x + 2} = 1$
*73.	$\frac{8}{3x - 5} + 7 = \frac{18}{x - 1}$	$\frac{9x + 2}{5} = 2 + \frac{x - 20}{20x + 13}$
**74.	$\frac{13x - 60}{4x + 1} + \frac{10x - 74}{9x - 5} = 1$	$\frac{2x + 21}{5x - 6} - 5 = 4 \cdot \frac{1 - x}{3x - 5}$

75. $(2x - 131)^2 + (3x + 4)(5x + 6) = x^2 + 522x + 8275$.

76. $(x - 5)^2 + (3x - 4)^2 + (5x - 3)^2 = 3x^2 - 16x + 40$.

**77. $(x + 3)^2 + (2x + 4)^2 + (3x + 5)^2 = 5x^2 + 22x + 146$.

78. a) $\frac{2x-15}{x-9} - \frac{x+5}{x+3} = \frac{x-5}{x-3}$; b) $\frac{x+4}{4x+1} = \frac{x-7}{7x-1}$.

* 79. a) $\frac{4x^2+9x+7}{2x^2+x-1} = \frac{6x-1}{3x-2}$; b) $\frac{x(x-1)}{(x+3)(x+4)} = \frac{(x+1)(x+2)}{(x+5)(x+6)}$.

* 80. a) $\frac{a-2x}{a+2x} + \frac{2a+x}{2a-x} = \frac{8}{3}$; b) $\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1} = \frac{a^2+3b^2}{b^2+3a^2}$

§ 4.

81—125. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

	a)	b)	c)
81.	$x^2 + bx = c$	$x^2 + x = 132$	$x^2 + x = 0{,}75$
82.	$x^2 - 9x = -18$	$x^2 + 3x = 40$	$x^2 - 3x = 6640$
* 83.	$ax^2 + bx = c$	$2x^2 + x = 55$	$5x^2 - 183x = 74$
* 84.	$2x^2 + 3x = 230$	$4x^2 + 7x = 135$	$36x^2 - 11x = 122$
85.	$a^2x^2 + abx = c$	$9x^2 + 3x = 2$	$25x^2 - 45x = -14$
** 86.	$11x^2 = 110 + 33x$	$30x^2 - 305x = -775$	$25x^2 + 15x = 10$
87.	$1 = \frac{12}{x} - x$	$\frac{60}{x} - \frac{x}{49} = 1$	$\frac{7x^2+2x+22}{2x^2+7x-22} = 3$
* 88.	$\frac{x^2+1}{109} = \frac{x}{30}$	$\frac{x}{49} = \frac{x-1}{12x}$	$\frac{10x^2+13x+33}{7x^2-13x+100} = \frac{7}{4}$

	a)	b)
** 89.	$\frac{x^2+13x-30}{12-4x-x^2} = \frac{4}{5}$	$\frac{28x^2+103x-1037}{5x+97} = 29 - x$
90.	$\frac{34x^2-15x+54}{3x-4} = 11x + 18$	$\frac{x^3-10x^2+1}{x^2-6x+9} = x - 3$
91.	$\frac{3}{x-3} - \frac{10}{x+1} = 1$	$\frac{8x+5}{11x+189} = \frac{5x-31}{7x+3}$
* 92.	$\frac{57}{2x+1} - \frac{88}{5x+3} = 8$	$\frac{2x-1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{3x}{3x-1}$
* 93.	$\frac{18x-11x^2+3}{100-3x} = 7x - 1647$	$\frac{11x+3}{7x+71} = \frac{4x-3}{3x+11}$
** 94.	$\frac{3x+19}{3x+11} = \frac{x+53}{2x+1}$	$\frac{7x-2}{4x-1} = \frac{17x+1010}{11x+580}$

95. $(x+3)(7x+5) - (2x-1)(3x+10) = 47$.

* 96. $(5x-24)(3x-8) - (29x+1)(x-4) = 79$.

** 97. $(7x-6)(8x+5) - (11x-4)(3x+2) = 24$.

98. $(x+9)(x-7) + (x+11)(x-5) = x^2 - x - 6$.

** 99. $(4x-3)(8x-5) - (7x-4)(3x-6) = 5x^2 - 11x - 18$.

100. a) $\frac{5x+6}{7x+10}+\frac{x+1}{4x+1}=1$	*b)* $8\cdot\frac{x+10}{3x+4}+\frac{9x+16}{2x+21}=7$
* *101. a)* $\frac{11x-27}{4x+3}-\frac{6x-20}{7x+11}=1$	*b)* $\frac{15}{4x+7}-\frac{22}{5x+7}=\frac{6}{2x+1}$
** *102. a)* $\frac{x+5}{2x-19}+\frac{15x+7}{7x+1}=2$	*b)* $\frac{57}{6x+1}+\frac{14}{15x-43}=10$

103. $(3x+4)^2-167x=(5x+31)(2-5x)+(5x-3)(7x+2).$

* *104.* $(5x-11)^2-(16x-3)(8x+7)=108-97x-100x^2.$

105. $(7x-18)^2+(13x+5)^2-(15x-4)^2=x-6x^2-7.$

* *106.* $(5x+1)^2+(4x+1)(11x-2)=(9x+1)^2-(x-2)^2.$

** *107.* $(3x+11)^2-(2x+9)^2+(5x-4)^2=20x^2-15x+61.$

108. $(x+2)(x+3)(x+11)-(x+1)(x+6)(x+8)=38.$

109. $(5x-3)^3+(4x-3)^3=7(3x-2)^3.$

* *110.* $(4x-7)(3x-2)^2-(7x-3)(5x-3)(x-4)=x^3.$

** *111.* $(2x+1)^3+(3x+4)^3=(x+3)(5x+5)(7x+1).$

	a)	*b)*
112.	$\frac{x+7}{2x}+\frac{2x+1}{x-2}=\frac{5x+9}{2x-3}$	$\frac{7-x}{5}=\frac{4}{4-x}$
113.	$\frac{x+5}{x-5}+\frac{x-10}{x-8}=\frac{2x+1}{x\quad 3}$	$\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x-1)^2}=\frac{1}{x(1-x)}$
* *114.*	$\frac{8x+23}{6x+1}+\frac{5x+4}{3x+1}=\frac{3x+9}{x+1}$	$\frac{4x^2+2x-5}{2x^2-2x-3}=\frac{6x-7}{3x+3}$
** *115.*	$\frac{3x+28}{2x+2}-\frac{13x-12}{2x-3}=\frac{5x-24}{5-x}$	$\frac{4x^2+9}{2x^2-3}=\frac{6x-1}{3x+2}$

* *116.* $\frac{2x+3}{3x+1}+\frac{10x+2}{2x+1}+\frac{1-4x}{6x+6}=5.$

	a)	*b)*
117.	$x^2-x(a+1)=-a$	$x^2+x(a-b)=ab$
118.	$a^2x^2-abx=2b^2$	$(a+b)^2x^2+(a^2-b^2)x=ab$
* *119.*	$a(x^2-ax+1)=x$	$(a^2-b^2)x=ab(1-x^2)$
120.	$(a-x)(b-x)=c$	$(a-x)(b-x)=(a-c)b$

121. a) $x^2-3x(a-b)+2(a-b)^2=ab;$ *b)* $\frac{a-x}{x}=\frac{x}{a}.$

122. a) $x^2-x(a-b)^2=2ab(a^2+b^2);$ *b)* $\frac{x}{a-x}=\frac{a-x}{a}.$

123. a) $\frac{x-a+b-c}{b-a}=\frac{c}{x};$ *b)* $\frac{a}{ax+2b}+\frac{6}{3x+2c}=\frac{3a}{ac-3b}.$

* *124. a)* $\frac{x^2-1}{x}=\frac{b^2-a^2}{ab};$ *b)* $\frac{x^2}{x+1}=\frac{(a-b)^2}{ab};$ *c)* $\frac{x^2-c^2}{cx}=\frac{a^2-b^2}{ab}.$

** *125.* $\frac{x + 2a + b}{x + a} = \frac{b(a + 2x)}{(a + 2b)a - (a - b)x}$.

126. Ein T-Profil von der Steghöhe a (XVI. Aufg. *156*) soll ebenso breit (b) wie hoch (h) sein. Wie dick (δ) muß Steg und Flansch sein, wenn die Entfernung des Schwerpunkts von der äußeren Flanschkante ein Drittel der Profilhöhe h betragen soll?

127. Aus einer Kreisfläche vom Radius R soll ein von innen berührender Kreis ausgeschnitten werden, so daß der Schwerpunkt der Restfläche genau auf den Rand des Ausschnittes fällt. Wie groß (r) ist der Radius des auszuschneidenden Kreises?

Anl. Benutze das Resultat von XVI. Aufg. *157* und vernachlässige die bedeutungslose Lösung $r = R$.

128. Wie groß ist die Seite des in einen Kreis vom Radius r eingeschriebenen regelmäßigen *a)* Zehnecks; *b)* Fünfecks; *c)* Zwanzigecks?

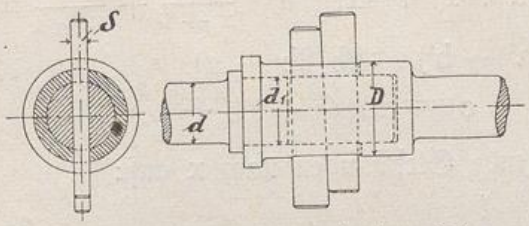
129. In einem rechtwinkligen Dreieck, in welchem $\sphericalangle \alpha = 18^0$ ist, ist:
a) die Hypotenuse c bekannt. Wie groß sind die Katheten a und b? ($\sin 18^0 = ?$; $\cos 18^0 = ?$)
b) die Kathete a bekannt. Wie groß ist die Hypotenuse c und die Kathete b? ($\operatorname{ctg} 18^0 = ?$)
c) die Kathete b bekannt. Wie groß ist die Hypotenuse c und die Kathete a? ($\operatorname{tg} 18^0 = ?$)

130. *a), b)* und *c).* Aufg. *129* für ein rechtwinkliges Dreieck, in welchem $\sphericalangle \alpha = 36^0$ ist. ($\sin 36^0 = ?$; $\cos 36^0 = ?$; $\operatorname{ctg} 36^0 = ?$; $\operatorname{tg} 36^0 = ?$)

131. In einem Kreise sind zwei aufeinander senkrechte Durchmesser AB und CD gezeichnet, der Radius MC in E halbiert und auf ED die Länge EA bis F abgetragen worden. Beweise, daß MF gleich der Seite des eingeschriebenen regelmäßigen Zehnecks und AF gleich der Seite des eingeschriebenen regelmäßigen Fünfecks ist.

132. Eine Zugstange von quadratischem Querschnitt soll mittelst Bolzen vom Durchmesser d an einen anderen Konstruktionsteil befestigt werden. Damit der Querschnitt der Stange am Bolzenloch nicht geschwächt wird, soll dort die Quadratseite a vergrößert werden. Wie groß (A) muß die vergrößerte Quadratseite sein?

133. Eine runde Zugstange vom Durchmesser d soll mittelst Keil in einer Hülse von ringförmigem Querschnitt befestigt und zu diesem Zweck am Keilloch dicker gemacht werden. Die Keildicke beträgt $^1/_4$ d. Wie groß muß der vergrößerte Stangendurchmesser (d_1) und der äußere Hülsendurchmesser (D) genommen werden, damit der Stangenquerschnitt und der Hülsenquerschnitt am Keilloch dem sonstigen Querschnitt der Stange gleich wird? (Der Querschnitt des Keillochs ist stets als Rechteck anzunehmen.)



§ 5.

134—153. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

	a)	*b)*	*c)*
134.	$2x^2 + 2bx = 2c$	$2x^2 - 18x = -40$	$2x^2 + 46x = 100$
135.	$2ax^2 + 2bx = 2c$	$4x^2 + 2x = 110$	$10x^2 + 6x = 108$
* *136.*	$2a^2x^2 + 2abx = 2c$	$98x^2 + 42x = 36$	$50x^2 + 30x = 8$
* *137.*	$2na^2x^2 + 2abx = 2c$	$90x^2 + 18x = 280$	$54x^2 - 6x = 4$

138. *a)* $\frac{5}{x+3} + \frac{9}{x+7} = 2$ | *b)* $\frac{3x^2+28x+11}{1+2x-x^2} = 7$

* *139.* *a)* $\frac{x-1}{5x-3} = \frac{7x-9}{17x-19}$ | *b)* $\frac{x+1}{13x+1} = \frac{3}{11} \cdot \frac{3-x}{x+3}$

140. $(5x+2)(9x+4) + (10-4x)(3+11x) = 7(x^2+14x-26)$.

* *141.* $3x^2 + x - (10-11x)(5+8x) = (11-7x)(3+x) - 43$.

142. *a)* $\frac{3x+14}{x-2} + \frac{36}{x-13} = 1$ | *b)* $\frac{2x+3}{3x-8} + \frac{5x+1}{x-4} = 9$

* *143.* *a)* $\frac{11x-553}{5x-147} - \frac{6x+14}{2x+5} = 1$ | *b)* $\frac{4x+3}{2x+1} + \frac{7(x-7)}{5x+9} = -2$.

144. $(x+3)^2 + (3x+1)^2 = (10x+3)(2x-6)$.

145. $(x-7)^2 + (2x+1)^2 + (3x-2)^2 = 12x^2 - 2$.

146. $(4x-1)(10x+7) - (8x+1)^2 = (x+1)^2 - (9x+1)^2$.

* *147.* $(3x+4)^2 + (4x+5)^2 + (5x-6)^2 = 32x^2 + 10x + 117$.

148. *a)* $\frac{2x+42}{x+3} - \frac{x+38}{x+5} = \frac{x-4}{x-5}$ | *b)* $\frac{6}{x+2} - \frac{5}{2x+5} = 1$

149. *a)* $\frac{2x+211}{x+4} - \frac{x+180}{x+6} = \frac{x-19}{x-6}$ | *b)* $\frac{7x-2}{7-2x} = \frac{5x-4}{4x-5}$

150. *a)* $2x(a+b+x)+9ab=a(12a+3b)$; *b)* $\frac{6a+x}{2a+x}=\frac{6a-x}{x}$.

151. *a)* $3a+4x^2=a(2x+1)+4x$; *b)* $\frac{a}{x+1}+\frac{a}{x-1}=2b$.

* *152.* $2x^2(a+b)^2-2x(a^2-b^2)=2b(2b-a)$.

153. $6x^2-2x(3a+6b-c)=20c(a+2b+3c)$.

154—171. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

	a)	*b)*	*c)*
* *154.*	$2kax^2+2kbx=2kc$	$6x^2+42x=-60$	$16x^2-36x=36$
155.	$4x^2-4x=440$	$4x^2-12x=112$	$36x^2-60x=600$

	a)	*b)*
** *156.*	$2ka^2x^2+2kabx=2kc$	$126x^2+42x=28$
** *157.*	$350x^2+210x=56$	$630x^2+42x=308$
* *158.*	$\frac{11x^2+12x-11}{7x-5}=7-x$	$\frac{7x+5}{9x+85}=3\cdot\frac{x+5}{11x-5}$
159.	$\frac{5x^2+7x-622}{x+1}=x-6$	$\frac{7x-2059}{4x-3342}=\frac{5x-21}{8x-34}$
** *160.*	$\frac{16x^2+7x-283}{14x+1}=25-13x$	$\frac{60x^2-7x+25}{6x^2-7x+19}=\frac{23}{17}$

* *161.* $(13x-3)(5x+2)+(3x+2)(11x+3)=1008$.

162. $(11x-3)(8x+5)-(2x-1)(9x+13)=34x+78-30x^2$.

163.	*a)* $\frac{14x-29}{5x-7}+\frac{3}{x+5}=2$	*b)* $\frac{7(2x+7)}{5x+17}-\frac{3}{x+5}=2$
** *164.*	*a)* $\frac{20x+3}{10x+1}-\frac{15x+2}{5x+74}=2$	*b)* $\frac{11x-124}{5x+128}+\frac{26x+6}{20x-213}=-1$

* *165.* $(5x+9)^2+(7x-3)(7x+4)=2x^2+37x+141$.

* *166.* *a)* $(17x+3)^2-(21x-3)^2=76$; *b)* $(3x+1)^2-(x+1)^2=684$.

* *167.* $(2x+1)^3+2(3x-2)^3=(4x-3)^3-2(x-6)^3$.

168.	*a)* $\frac{2x-23}{x-8}-\frac{x-10}{x-4}=\frac{x-1}{x+4}$	*b)* $\frac{5x-14}{x-3}-\frac{4x+7}{7x-27}=5$
* *169.*	*a)* $\frac{3}{14x+8}+\frac{7}{4x+8}=10$	*b)* $\frac{3x+11}{2x+15}+\frac{7x+3}{4x+5}=2$
** *170.*	*a)* $\frac{26x-3}{14-x}+\frac{27x+11}{9x+4}=3$	*b)* $\frac{5}{6x+5}+\frac{2}{3x+1}=9$

* *171.* $10bx(b-x)+5a(3a^2+2x^2)+ab^2=a(5a+b)^2$.

Aug. Weisbrod, Frankfurt a. M.